B500Q

ThS. LÊ VĂN VINH
GIÁO VIÊN CHUYÊN LUYỆN THI ĐẠI HỌC

BÍ QUYẾT ÔN LUYỆN THI ĐẠI HỌC ĐẠT ĐIỂM TỐI ĐA

VẬT LÍ

TẬP 1

THEO TỪNG CHUYÊN ĐỀ VÀ GIẢI CHI TIẾT

Biên soạn theo cấu trúc đề thi của Bộ Giáo Dục và Đào tạo
(Tái bản lần thứ nhất có sửa chữa và bổ sung)

- Tuyển tập các bài toán cơ bản, hay lạ và khó
- Tổng hợp các phương pháp giải nhanh nhất khi làm bài trắc nghiệm
- Sách dành cho học sinh luyện thi Đại học - Cao đẳng

THƯ VIỆN TỈNH BÌNH THUẬN
ĐVL 13377 14

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại : Biên tập – Chế bản: (04) 39714896;
Hành chính: (04) 39714899; Tổng biên tập: (04) 39714897
Fax: (04) 39714899

Chịu trách nhiệm xuất bản
Giám đốc - Tổng biên tập : TS. PHẠM THỊ TRÂM

Biên tập : THU LUYẾN
Chế bản : CÔNG TY KHANG VIỆT
Trình bày bìa : CÔNG TY KHANG VIỆT

Tổng phát hành và đối tác liên kết xuất bản:

CÔNG TY TNHH MTV
DỊCH VỤ VĂN HÓA KHANG VIỆT
Địa chỉ: 71 Đinh Tiên Hoàng - P.Đa Kao - Q.1 - TP.HCM
Điện thoại: 08. 39115694 - 39105797 - 39111969 - 39111968
Fax: 08. 3911 0880
Email: khangvietbookstore@yahoo.com.vn
Website: www.nhasachkhangviet.vn

SÁCH LIÊN KẾT
BÍ QUYẾT ÔN LUYỆN THI ĐẠI HỌC ĐẠT ĐIỂM TỐI ĐA VẬT LÍ – TẬP 1
Mã số: 1L–531ĐH2013
Mã số ISBN: 978-604-934-857-0
In 2.000 cuốn, khổ 16×24 cm
Tại: **Cty TNHH MTV IN ẤN MAI THỊNH ĐỨC**
Địa chỉ: 71, Kha Vạn Cân, P. Hiệp Bình Chánh, Q. Thủ Đức, TP. Hồ Chí Minh
Số xuất bản: 2033 – 2013/CXB/03 – 284/ĐHQGHN ngày 31/12/2013.
Quyết định xuất bản số: 543LK-TN/QĐ-NXBĐHQGHN, cấp ngày 31/12/2013
In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2014

Lời nói đầu

Làm gì để có được điểm 10 môn Vật lý? Dễ thôi, nếu đó là điểm 10 trong thi tốt nghiệp. Vậy thi cao đẳng thì sao! Có dễ như trên không? Nói chung là cũng không khó lắm. Thế còn điểm 10 trong đề thi đại học thì sao! Có khó lắm không? Tới đây chắc nhiều bạn đã có câu trả lời rồi! Đa số nhiều bạn cho rằng điều này là quá khó và không thể làm được. Tuy nhiên bên cạnh đó cũng có nhiều bạn cho rằng cũng không có gì khó lắm và hoàn toàn có thể làm được nếu có những bí quyết ôn luyện thi bổ ích trước khi bước vào phòng thi. Cuốn sách này là dành cho các bạn như thế và cũng dành cho các bạn có niềm tin là mình sẽ làm được điều mong ước đó. Cơ sở để tin vào điều này là trong khuôn khổ của đề thi không có câu nào quá khó như bên đề thi toán. Vậy cái khó ở đây là gì? Đó chính là thời gian làm bài. Trong đề thi có tổng cộng 50 câu nhưng chỉ có 90 phút vì thế chia ra thì 1 câu chỉ có 108 giây (1,8 phút). Vậy bí quyết nào để giải bài toán khó khăn ở trên?

Bí quyết đầu tiên để có điểm 10 là phải biết phân loại cấp độ câu hỏi và sau đó dễ làm trước, khó làm sau.

Bí quyết thứ hai là phải làm được những câu khó được phân loại ở trên trong thời gian cho phép. Để làm được điều này đòi hỏi các bạn phải giải được thật nhiều bài tập và phải phân ra từng chuyên đề cụ thể để biết bài toán giải quyết theo hướng nào. Như vậy để giải quyết các bài tập thuộc dạng khó này cho nhanh và chính xác nhất là những gì cuốn sách làm được. Vì thế để thực hiện được bí quyết thứ hai thì cần làm được những việc sau:

1. Sử dụng thành thạo mối liên hệ giữa dao động điều hòa với chuyển động tròn đều và công cụ để làm được việc trên chính là **vòng tròn lượng giác**. Khi sử dụng vòng tròn lượng giác, các bài toán như về pha, thời gian, quãng đường ... được giải quyết trực quan dễ hiểu và ít tốn thời gian (thi trắc nghiệm cần điều này nhất).

2. Phải sử dụng tốt kiến thức hình học phẳng để tìm độ lớn các đại lượng vécto. Trong chương dao động cơ thì cần nắm và áp dụng được định lý hàm số sin và cosin để tìm biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp. Bên chương dòng điện xoay chiều là cần nhất vì các hình phẳng ở đây được vẽ từ **phương pháp vécto trượt**. Để giải tốt các bài tập trong chương này phương pháp vécto trượt không thể không biết tới.

3. Sử dụng thành thạo máy tính cầm tay (Fx 570 ES hoặc Fx 570 ES PLUS). Trong tính toán bình thường mà các bạn không có thao tác nhanh từ chiếc máy tính thì sẽ mất khá nhiều thời gian. Ngoài ra, chức năng của các chiếc máy tính này còn vượt xa sự mong đợi của chúng ta, nó có thể giải được nhiều bài toán nếu đưa về chế độ phức.

4. Nắm chắc cấu trúc đề thi để ôn đúng trọng tâm, không lãng phí thời gian ôn những kiến thức không ra thi. Nếu các bạn học bên ban cơ bản hoặc không muốn học chương chuyển động của vật rắn bên ban nâng cao thì các bạn nên chọn ban cơ bản mà thi. Đề thi cho chúng ta chọn một trong hai phần nhưng chúng ta nên chọn ngay từ đầu luyện thi chứ không để vào phòng thi mới chọn. Nếu các bạn chắc chắn chọn ban cơ bản (đa số chọn ban này) thì các bạn không học các kiến thức sau: nguyên chương chuyển động của vật rắn, nguyên chương từ vi mô đến vĩ mô. Không học phần hiệu ứng Doppler, con lắc vật lý, các bài toán về mắc hình sao, tam giác trong dòng điện xoay chiều 3 pha, các bài toán về thời gian dao động, số dao động, quãng đường vật dao động được trong dao động tắt dần, các công thức Einstein trong chương lượng tử ánh sáng, các bài toán về thay đổi chiều dài, thời gian trong thuyết tương đối, các bài toán giao thoa ánh sáng bằng các dụng cụ quang học. Các phần này chỉ ra bên ban nâng cao vì thế chúng ta phải loại bỏ ngay các kiến thức này để không bị phân tâm và mất thời gian.

5. Nhớ công thức. Chúng ta không thể dùng công thức nào cũng đi chứng minh mà tốt nhất là trong quá trình học hãy chứng minh và nhớ nó để làm bài tập mới nhanh được.

6. Phải biết tính nhẩm các biểu thức tính cơ bản như $\cos\frac{\pi}{2} = 0; \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}...$ những cái này nhẩm nhanh hơn máy tính nhiều. Phải thành thạo máy tính cầm tay nhưng đừng để phụ thuộc vào nó.

7. Tự tin và kiên trì ôn luyện, nhất định các bạn sẽ thành công.

Tác giả

Lê Văn Vinh

Nhà Sách Khang Việt xin trân trọng giới thiệu tới Quý độc giả và xin lắng nghe mọi ý kiến đóng góp để cuốn sách ngày càng hay hơn, bổ ích hơn.

Thư xin gửi về:

Cty TNHH Một thành viên - Dịch Vụ Văn Hoá Khang Việt.

71- Đinh Tiên Hoàng, Phường Đakao, Quận 1, TP HCM.

Tel: (08) 39115694 - 39111969 - 39111968 - 39105797 - Fax: (08) 39110880

Email: khangvietbookstore@yahoo.com.vn

Phần 1: DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA VÀ CON LẮC LÒ XO

LÝ THUYẾT

I. DAO ĐỘNG CƠ

1. *Thế nào là dao động cơ?*

Dao động cơ là chuyển động qua lại quanh một vị trí đặc biệt gọi là vị trí cân bằng.

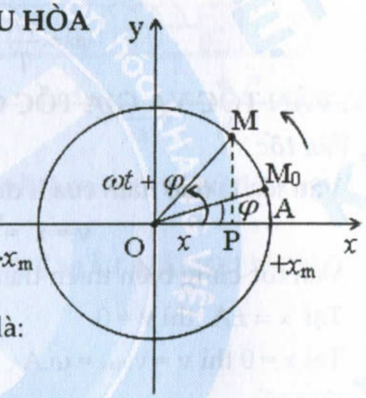
2. *Dao động tuần hoàn*

- Dao động tuần hoàn là dao động mà trạng thái chuyển động của vật được lặp lại như cũ (vị trí cũ và hướng cũ) sau những khoảng thời gian bằng nhau.
- Dao động tuần hoàn đơn giản nhất là dao động điều hòa

II. PHƯƠNG TRÌNH CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

1. *Ví dụ*

- Giả sử M chuyển động ngược chiều dương vận tốc góc là ω, P là hình chiếu của M lên Ox.



Tại thời điểm t = 0, M có tọa độ góc φ

Sau thời điểm t, M có tọa độ góc $(\omega.t + \varphi)$

Khi đó: $\overline{OP} = x \Rightarrow$ điểm P có phương trình là:

$x = OM\cos(\omega t + \varphi)$

- Đặt $A = OM$ ta có: $x = A\cos(\omega.t + \varphi)$

Trong đó A, ω, φ là hằng số

- Do hàm cosin là hàm điều hòa nên điểm P được gọi là dao động điều hòa

2. *Định nghĩa*

Dao động điều hòa là dao động trong đó li độ của vật là một hàm cosin (hay sin) của thời gian.

3. *Phương trình*

- Phương trình $x = A\cos(\omega.t + \varphi)$ gọi là phương trình của dao động điều hòa
  - * A là biên độ dao động và là li độ cực đại của vật. $(A > 0)$.
  - * $(\omega.t + \varphi)$ là pha của dao động tại thời điểm t
  - * φ là pha ban đầu tại t = 0 $(\varphi > 0; \varphi = 0; \varphi < 0)$

4. *Chú ý*

a) Điểm P dao động điều hòa trên một đoạn thẳng có thể coi là hình chiếu của điểm M chuyển động tròn đều lên đường kính là đoạn thẳng đó.

b) Ta quy ước chọn trục x làm gốc để tính pha của dao động và chiều tăng của pha tương ứng với chiều tăng của góc $\widehat{MOP}$ trong chuyển động tròn đều.

III. CHU KÌ, TẦN SỐ, TẦN SỐ GÓC CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

1. *Chu kì và tần số*

Khi vật trở về vị trí cũ, hướng cũ thì ta nói vật thực hiện 1 dao động toàn phần.

* *Chu kì (T)*: của dao động điều hòa là khoảng thời gian để vật thực hiện một dao động toàn phần. Đơn vị là s

* *Tần số (f)*: của dao động điều hòa là số dao động tuần hoàn thực hiện trong một s. Đơn vị là 1/s hoặc Hz.

2. *Tần số góc*

Trong dao động điều hòa ω được gọi là tần số góc.

Giữa tần số góc, chu kì và tần số có mối liên hệ:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

IV. VẬN TỐC VÀ GIA TỐC CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

1. *Vận tốc*

Vận tốc là đạo hàm của li độ theo thời gian:

$$v = x' = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$

- Vận tốc cũng biến thiên theo thời gian

* Tại $x = \pm A$ thì $v = 0$

* Tại $x = 0$ thì $v = v_{max} = \omega.A$

2. *Gia tốc*

Gia tốc là đạo hàm của vận tốc theo thời gian

$$a = v' = x'' = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$

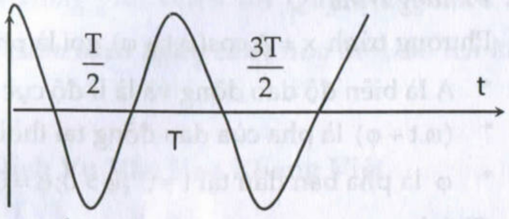
$$a = -\omega^2 x$$

* Tại $x = 0$ thì $a = 0$

* Tại $x = \pm A$ thì $a = a_{max} = \omega^2 A$

V. ĐỒ THỊ CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

Đồ thị của dao động điều hòa với $\phi = 0$ có dạng hình sin nên người ta còn gọi là dao động hình sin.



VI. CON LẮC LÒ XO

Con lắc lò xo gồm một vật nặng m gắn vào 1 đầu của lò xo có độ cứng k và khối lượng không đáng kể. Đầu còn lại của lò xo cố định.

Con lắc có 1 vị trí cân bằng mà khi ta thả vật ra vật sẽ đứng yên mãi. Nếu kéo vật khỏi vị trí cân bằng và buông ra vật sẽ dao động quanh vị trí cân bằng, giữa hai vị trí biên

VII. KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA CON LẮC LÒ XO VỀ MẶT ĐỘNG LỰC HỌC

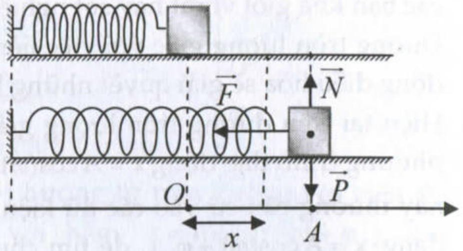
Xét vật ở li độ x, lò xo giãn một đoạn $\Delta l = x$. Lực đàn hồi $F = -k\Delta l$

Tổng lực tác dụng lên vật: $F = -kx$

Theo định luật II Niu tơn: $a = -\dfrac{k}{m}x$

Đặt $\omega^2 = k/m \Rightarrow a + \omega^2 x = 0$

Vậy dao động của con lắc lò xo là dao động điều hòa.



* Tần số góc: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

* Chu kì: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

* Lực kéo về

Lực hướng về vị trí cân bằng gọi là lực kéo về. Lực kéo về có độ lớn tỉ lệ với li độ và gây gia tốc cho vật dao động điều hòa.

VIII. KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦAA LÒ XO VỀ MẶT NĂNG LƯỢNG

1. *Động năng của con lắc lò xo:* $W_d = \frac{1}{2}mv^2$

2. *Thế năng của con lắc lò xo:* $W_t = \frac{1}{2}kx$

- Thế năng và động năng của con lắc lò xo biến thiên điều hòa với chu kì $\dfrac{T}{2}$

3. *Cơ năng của con lắc lò xo. Sự bảo toàn cơ năng*

$$W = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

Cơ năng của con lắc tỉ lệ với bình phương với biên độ dao động

Cơ năng của con lắc lò xo được bảo toàn nếu bỏ qua mọi ma sát.

Nhận xét quan trọng: *để đạt điểm cao phần này thì bí quyết đầu tiên là các bạn phải sử dụng được đường tròn lượng giác thuần thục và sau đây là bí quyết thứ nhất.*

Chuyên đề 1

ĐƯỜNG TRÒN LƯỢNG GIÁC TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

I. KHÓ KHĂN KHI GIẢI BÀI TẬP:

Số lượng công thức yêu cầu các bạn nhớ vận dụng trong chương dao động cơ rất nhiều chỉ tính phần tô đậm, bắt buộc là 16 công thức nhưng với số lượng các công thức đó cũng chỉ giải quyết được các câu hỏi rất cơ bản, không thể giải quyết được hết các dạng bài tập đặt ra của chương này. Ở phần dao động kiến thức toán liên quan là các công thức lượng giác và giải các phương trình lượng giác đây là khó khăn lớn đối với đa số các bạn kể cả các bạn khá giỏi vì rất hay sót nghiệm bởi tính lặp lại của hàm tuần hoàn.

Đường tròn lượng giác với việc liên hệ giữa chuyển động tròn đều với dao động điều hòa sẽ giải quyết những khó khăn trên một cách dễ dàng.

Hiện tại trên đường tròn lượng giác đa số chỉ sử dụng một trục cosin cho phương trình dao động $x = A\cos(\omega t + \varphi_x)$ (trục Ox) và các dạng toán chương này thường căn cứ vào các dữ kiện bài toán cho từ phương trình dao động dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi_x)$, để tìm chu kì, tần số, đường đi, khoảng thời gian để đi từ toạ độ x_1 đến toạ độ x_2, tìm vận tốc, gia tốc tại một thời điểm nào đó, khoảng thời gian lò xo nén, giãn …

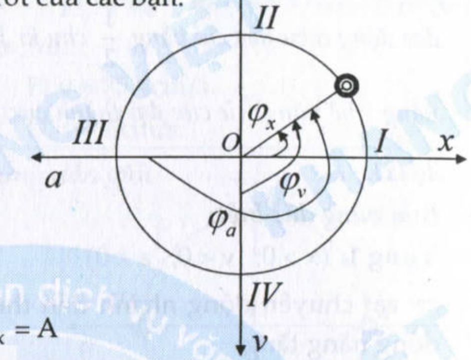
Tuy nhiên sẽ khó khăn cho các bạn khi gặp phải loại câu hỏi dữ kiện bài toán không cho phương trình dao động dạng li độ $x = A\cos(\omega t + \varphi_x)$ mà cho dạng vận tốc tức thời $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_x)$ hoặc cho dạng gia tốc tức thời $a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi_x)$. Lúc này hầu hết các bạn đều bị động không thể biểu diễn hàm (v) và hàm (a) trên đường tròn lượng giác.

Muốn biểu diễn được trên đường tròn lượng giác thì phải từ hàm (v), (a) viết lại dạng hàm (x) bằng cách lấy tích phân bậc nhất hàm vận tốc (v) hoặc bậc 2 hàm gia tốc (a) đây là cách rất khó khăn cho các bạn vì sang học kỳ 2 các bạn mới được học nguyên hàm và tích phân. Vậy giải pháp nào có thể giải quyết các khó khăn nêu trên?

Nhiều ý kiến cho rằng: Nếu muốn tránh điều này thì phải nhớ hàm vận tốc (v) sớm pha hơn li độ (x) 1 góc $\frac{\pi}{2}$, còn hàm gia tốc (a) ngược pha với hàm li độ (x) tuy nhiên, việc giải các phương trình lượng giác liên quan điều này mất nhiều thời gian, chưa muốn nói độ chính xác với đa số các bạn là rất thấp. Không thể nhớ hết các công thức, các mối quan hệ phức tạp của các đại lượng cơ học, vì thiếu tính trực quan, thiếu mối quan hệ gắn bó giữa các hiện tượng vật lý nên thường trả lời sai các câu hỏi dù cơ bản nhất.

Sau đây là phương pháp khác rất trực quan, thể hiện được mối quan hệ giữa các đại lượng nhằm giúp các bạn trong việc giải nhanh nhất, chính xác nhất các dạng toán về dao động cơ, sóng cơ, dòng điện xoay chiều và dao động trong mạch LC. có thể nói rằng: phương pháp dùng đường tròn lượng giác quyết định lớn đến việc đậu hay rớt của các bạn.

II. PHƯƠNG PHÁP



Biểu diễn cả ba hàm li độ (x), vận tốc (v) và gia tốc (a) và khi cần ta có thể biểu diễn lực trên cùng một đường tròn lượng giác như sau:

+ **Li độ:** $x = A\cos(\omega t + \varphi_x)$ là hàm cosin

$\Rightarrow$ cùng chiều trục cosin có chiều (+) từ trái sang phải với biên độ là $\Rightarrow x_{max} = A$

+ **Vận tốc tức thời:** $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_x)$ là hàm trừ sin

$\Rightarrow$ ngược chiều trục sin nên có chiều (+) hướng từ trên xuống với biên độ $v_{max} = \omega A$. Điều này tương đương với hàm $v = A\omega\cos(\omega t + \varphi_v)$ với $\varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2}$

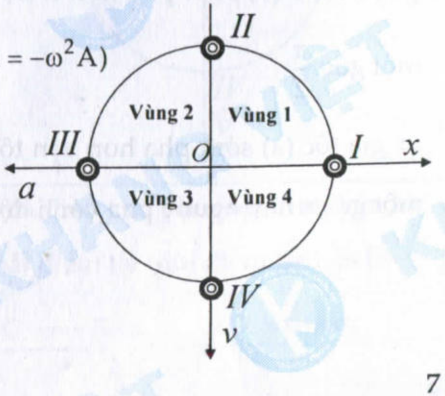
+ **Gia tốc tức thời:** $a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi_x)$ là hàm trừ cosin (ngược hàm x)

$\Rightarrow$ ngược chiều trục cos có hướng (+) từ phải sang trái với biên độ $a_{max} = \omega^2 A$

Điều này tương đương với hàm: $a = \omega^2 A\cos(\omega t + \varphi_a)$ với $\varphi_a = \varphi_v + \frac{\pi}{2} = \varphi_x + \pi$

Thông qua cách biểu diễn này ta thấy **một số điểm đặc biệt, vùng đặc biệt** và mối quan hệ về pha của li độ (x), vận tốc (v), gia tốc (a) cũng như việc khai thác các kiến thức lý thuyết liên quan về dao động điều hòa, các dạng năng lượng của dao động điều hòa được thể hiện một cách trực quan trên hình vẽ với một vài ví dụ sau:

+ ***Bốn vị trí đặc biệt:***



- **Vị trí biên dương I:** $(x_{max} = A;\ v = 0;\ a = -\omega^2 A)$

$\Rightarrow$ Thế năng cực đại, động năng cực tiểu

- **Vị trí cân bằng II:**

$(x = 0;\ v = -\omega A;\ a = 0)$

$\Rightarrow$ Thế năng cực tiểu, động năng cực đại

- **Vị trí biên âm III:**

$(x = -A;\ v = 0;\ a_{max} = \omega^2 A)$

$\Rightarrow$ Thế năng cực đại, động năng cực tiểu

- Vị trí cân bằng IV: $(x = 0;\ v_{max} = \omega A;\ a = 0)$

$\Rightarrow$ Thế năng cực tiểu, động năng cực đại

Kết luận: Vậy chu kì dao động tuần hoàn của hàm động năng và hàm thế năng của dao động điều hòa chỉ bằng $\frac{1}{2}$ *chu kì T của hàm li độ (x), khoảng thời gian để động năng (thế năng) từ cực đại thành cực tiểu hay ngược lại là* $\frac{1}{4}$ *chu kì T của hàm li độ (x).*

+ ***Bốn vùng đặc biệt:***

Vùng 1: $(x > 0;\ v < 0;\ a < 0)$

$\Rightarrow$ vật chuyển động nhanh dần theo chiều (–) vì $a.v > 0$ và thế năng giảm, động năng tăng.

Vùng 2: $(x < 0;\ v < 0;\ a > 0)$

$\Rightarrow$ vật chuyển động chậm dần theo chiều (–) vì $a.v < 0$ và thế năng tăng, động năng giảm.

Vùng 3: $(x < 0;\ v > 0;\ a > 0)$

$\Rightarrow$ vật chuyển động nhanh dần theo chiều (+) vì $a.v > 0$ và thế năng giảm, động năng tăng.

Vùng 4: $(x > 0;\ v > 0;\ a < 0)$

$\Rightarrow$ vật chuyển động chậm dần theo chiều (+) vì $a.v < 0$ và thế năng tăng, động năng giảm.

+ ***Mối quan hệ về pha của li độ (x), vận tốc (v), gia tốc (a):*** Qua hình vẽ nhận thấy được mối quan hệ về pha của hàm li độ (x), vận tốc (v) và gia tốc (a) là:

$$\varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2} \text{ và } \varphi_a = \varphi_v + \frac{\pi}{2} = \varphi_x + \pi$$

$\Rightarrow$ vận tốc (v) sớm pha hơn li độ (x) một góc $\frac{\pi}{2}$ và trễ pha hơn gia tốc (a) một góc $\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow$ gia tốc (a) sớm pha hơn vận tốc (v) một góc $\frac{\pi}{2}$ và sớm pha hơn li độ (x) một góc π hay ngược pha với li độ (x)

III. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1: Xác định các đại lượng li độ, vận tốc, gia tốc tại thời điểm t.

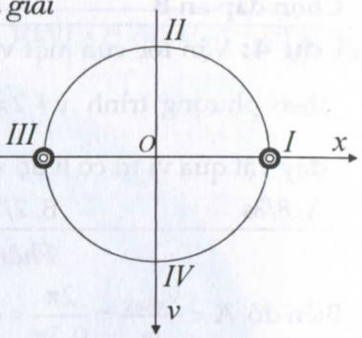
📖 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hoà theo phương trình $x = 6\cos(2\pi t)$ cm, vận tốc của vật tại thời điểm t = 7,5s là:

A. v = 0cm/s. B. v = 75,4cm/s.

C. v = –75,4cm/s. D. v = 6cm/s.

Phân tích và hướng dẫn giải



Dùng trục Ox biểu diễn :

lúc ban đầu vật ở vị trí I sau thời gian t = 7,5s vật quay một góc:

$\omega t = 2\pi.7,5 = 15\pi$ lặp lại 7,5 vòng đến vị trí III $\Rightarrow$ có vận tốc v = 0.

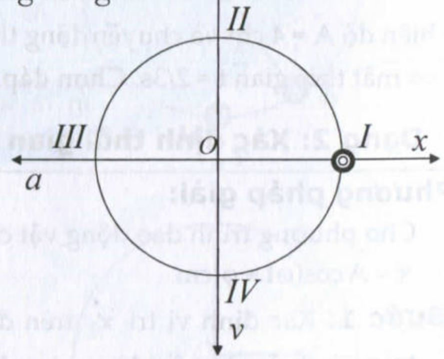
Chọn đáp án A

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hoà theo phương trình $x = 6\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$cm, gia tốc của vật tại thời điểm t = 5s là:

A. $a = 0cm/s^2$ B. $a = 946,5cm/s^2$.

C. $a = -947,5cm/s^2$ D. $a = -946,5cm/s^2$.

Phân tích và hướng dẫn giải



Dùng trục Ox biểu diễn

Để cho hàm x dạng sin cần chuyển sang cos có dạng: $x = 6\cos(4\pi t)$ cm

$\Rightarrow$ ban đầu vật ở vị trí I sau thời gian t = 5s vật quay 1 góc $\omega t = 4\pi.5 = 20\pi$ lặp lại 10 vòng đến vị trí cũ.

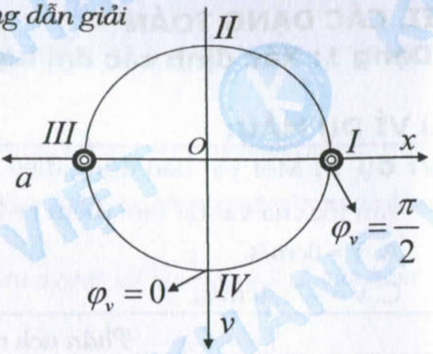
$\Rightarrow$ có gia tốc $a = -\omega^2 A = -947,5\frac{cm}{s^2}$

Chọn đáp án C

Ví dụ 3: Một chất điểm dao động điều hoà theo t có phương trình vận tốc $v = 10\pi\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm/s, toạ độ của chất điểm tại thời điểm t = 1,5s là

A. x = 1,5cm. B. x = –5cm. C. x= + 5cm. D. x = 0cm.

Phân tích và hướng dẫn giải



Biên độ $A = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5cm$

Dùng trục Ov biểu diễn:

Lúc ban đầu vật ở vị trí I sau thời gian $t = 1,5s$ vật quay 1 góc $\omega t = 2\pi.1,5 = 3\pi$ lặp lại 1,5 vòng đến vị trí III

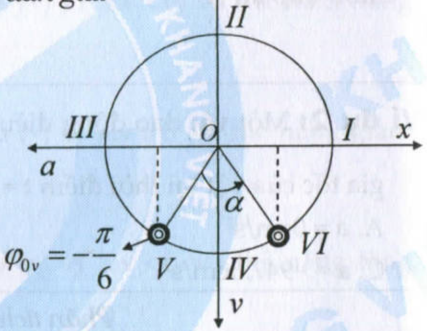
⇒ có toạ độ $x = -A = -5cm$.

Chọn đáp án B

Ví dụ 4: Vận tốc của một vật dao động điều hòa biến thiên theo thời gian theo phương trình $v = 2\pi\cos\left(0,5\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (cm/s). Vào thời điểm nào sau đây vật qua vị trí có li độ x=2cm theo chiều dương của trục tọa độ.

A. 8/3s B. 2/3s C. 2s D. 4/3s

Phân tích và hướng dẫn giải



Biên độ $A = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{2\pi}{0,5\pi} = 4cm$

Dùng trục Ov biểu diễn:

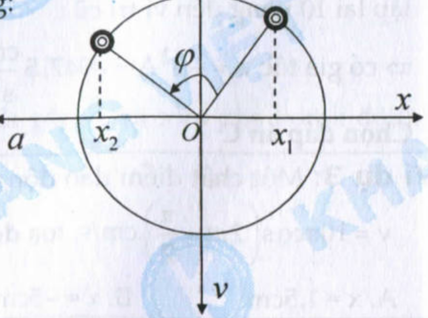
Lúc ban đầu vật ở vị trí V $\left(\varphi_{0v} = -\frac{\pi}{6}\right)$ sau thời gian t vật quay 1 góc $\alpha = \omega t = 0,5\pi t = \frac{\pi}{3}$ vì có li độ x = 2cm, biên độ A = 4 cm và chuyển động theo chiều (+) đến vị trí VI

⇒ mất thời gian t = 2/3s. **Chọn đáp án B**

Dạng 2: Xác định thời gian vật đi từ vị trí x_1 đến vị trí x_2:

Phương pháp giải:

Cho phương trình dao động vật có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)cm$



Bước 1: Xác định vị trí x_1 trên đường tròn và chiều chuyển động của vật ($v_1 > 0$; $v_1 < 0$; hay $v_1 = 0$).

Bước 2: Xác định vị trí x_2 trên đường tròn và chiều chuyển động của vật ($v_2 > 0$; $v_2 < 0$; hay $v_2 = 0$).

Bước 3: Biểu diễn dao động điều hòa trên đường tròn. Vật đi từ vị trí x_1 đến x_2 tương ứng với một chuyển động tròn đều đi từ M đến N với vận tốc góc ω, bán kính là A.

Bước 4: Xác định góc $\varphi = \widehat{MON}$.

⇒ Thời gian vật đi từ vị trí x_1 đến x_2 là : $\Delta t = \frac{\varphi}{\omega}$.

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ (cm). Tính thời gian ngắn nhất vật đi từ:

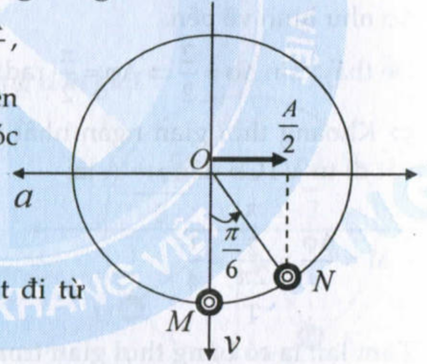
a) Vị trí cân bằng đến vị trí $x = \frac{A}{2}$.

b) Vị trí cân bằng đến vị trí $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$.

c) Vị trí cân bằng đến vị trí $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$.

d) Vị trí cân bằng đến vị trí x = A.

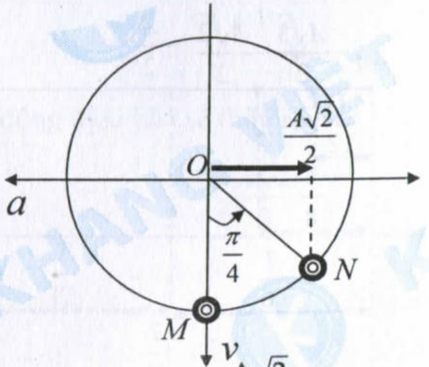
Phân tích và hướng dẫn giải



a) Khi vật đi từ vị trí cân bằng đến $x = \frac{A}{2}$, tương ứng với vật chuyển động trên đường tròn từ M đến N được một góc Δφ như hình vẽ bên.

Dễ thấy: $\sin\Delta\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad.

⇒ Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ VTCB đến $x = \frac{A}{2}$ là: $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{6}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{12}$



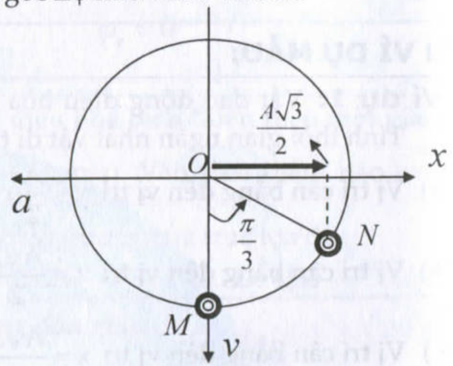
b) Khi vật đi từ vị trí cân bằng đến $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$, tương ứng với vật chuyển động trên đường tròn từ M đến N được một góc Δφ như hình vẽ bên.

Dễ thấy: $\sin\Delta\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{4}$ rad.

⇒ Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ VTCB đến $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ là:

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{8}$$

c) Khi vật đi từ vị trí cân bằng đến $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$, tương ứng với vật chuyển động trên đường tròn từ M đến N được một góc Δφ như hình vẽ bên.



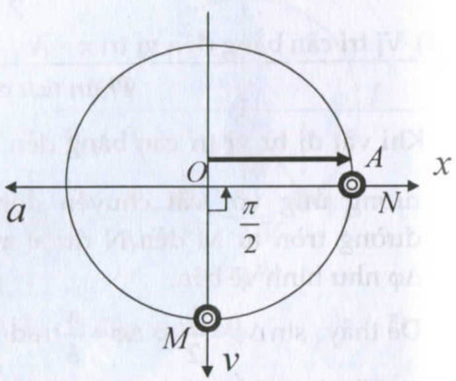
$\frac{A\sqrt{3}}{2}$
O
x
a
$\frac{\pi}{3}$
N
M
v

Dễ thấy: $\sin\Delta\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$ rad.

⇒ Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ VTCB đến $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ là:

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{6}$$

d) Khi vật đi từ vị trí cân bằng đến x = A, tương ứng với vật chuyển động trên đường tròn từ M đến N được một góc Δφ như hình vẽ bên.



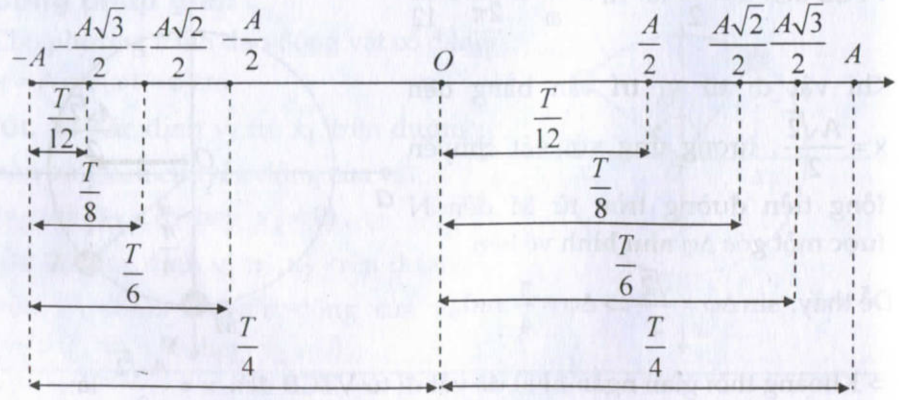
O
A
x
N
a
$\frac{\pi}{2}$
M
v

Dễ thấy: $\sin\Delta\varphi = \frac{2}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad.

⇒ Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ VTCB đến x = A là:

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{4}$$

Tóm lại: ta có bảng thời gian trong dao động điều hòa sau:



$-A$
$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{A}{2}$
O
$\frac{A}{2}$
$\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$\frac{A\sqrt{3}}{2}$
A
$\frac{T}{12}$
$\frac{T}{8}$
$\frac{T}{6}$
$\frac{T}{4}$
$\frac{T}{12}$
$\frac{T}{8}$
$\frac{T}{6}$
$\frac{T}{4}$

Từ bảng này, ta sẽ giải quyết những bài toán về thời gian trong dao động điều hòa một cách nhanh nhất nếu đề cho điểm đi và điểm đến đặc biệt như trên.

BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Vật dao động điều hòa với phương trình x = Acos(ωt + φ) (cm). Tính:

a) Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có li độ $x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ đến vị trí có li độ $x_2 = \frac{A}{2}$.

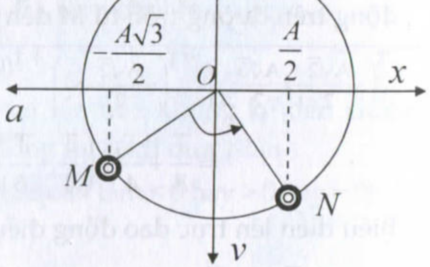
b) Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có li độ $x_1 = \frac{A}{2}$ đến vị trí có li độ $x_2 = -\frac{A}{2}$.

c) Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có li độ $x_1 = -\frac{A\sqrt{2}}{2}$ đến vị trí có li độ $x_2 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm.

d) Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có li độ $x_1 = -A$ đến vị trí có li độ $x_2 = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ theo chiều âm.

Phân tích và hướng dẫn giải

a) Khoảng thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí $x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ đến $x_2 = \frac{A}{2}$ tương ứng với vật chuyển động trên đường tròn từ M đến N.

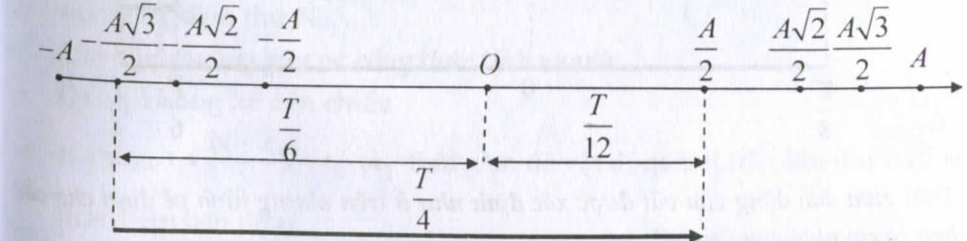


$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$
$\frac{A}{2}$
O
x
a
M
N
v

$$\text{Min } t_{\left(-\frac{A\sqrt{3}}{2}\rightarrow\frac{A}{2}\right)} = t_{\left(-\frac{A\sqrt{3}}{2}\rightarrow 0\right)} + t_{\left(0\rightarrow\frac{A}{2}\right)}$$

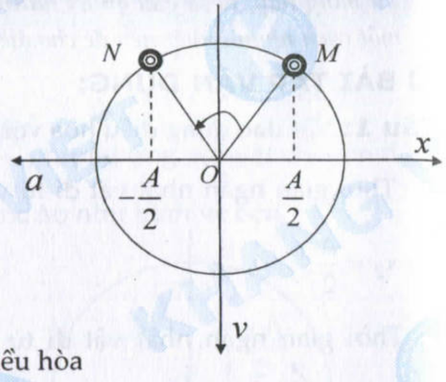
$$= \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = \frac{T}{4}$$

Ta biểu diễn các điểm trên lên trục dao động điều hòa sẽ thấy rõ hơn



$-A$
$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{A}{2}$
O
$\frac{A}{2}$
$\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$\frac{A\sqrt{3}}{2}$
A
$\frac{T}{6}$
$\frac{T}{12}$
$\frac{T}{4}$

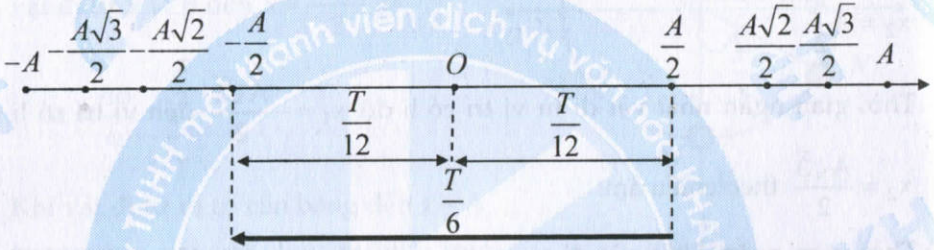
b) Khoảng thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí $x_1 = \frac{A}{2}$ đến $x_2 = -\frac{A}{2}$ tương ứng với vật chuyển động trên đường tròn từ M đến N.


N
M
x
a
O
$-\frac{A}{2}$
$\frac{A}{2}$
v

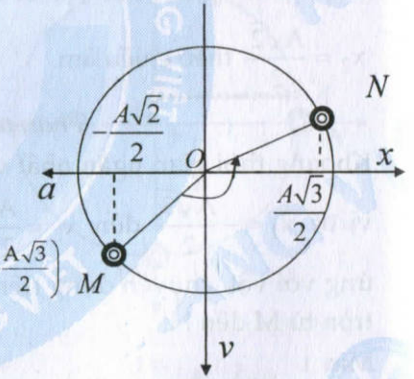
Min $t_{\left(\frac{A}{2}\to-\frac{A}{2}\right)} = t_{\left(\frac{A}{2}\to0\right)} + t_{\left(0\to-\frac{A}{2}\right)}$

$$= \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6}$$

Biểu diễn lên trục dao động dao động điều hòa


$-A$
$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{A}{2}$
O
$\frac{A}{2}$
$\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$\frac{A\sqrt{3}}{2}$
A
$\frac{T}{12}$
$\frac{T}{12}$
$\frac{T}{6}$

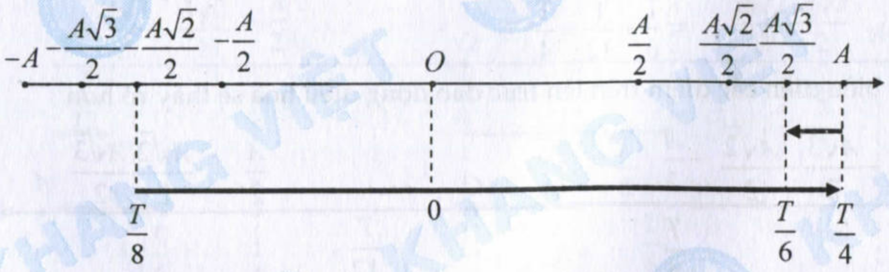
c) Khoảng thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí $x_1 = -\frac{A\sqrt{2}}{2}$ đến $x_2 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm tương ứng với vật chuyển động trên đường tròn từ M đến N.


N
$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$
O
x
a
$\frac{A\sqrt{3}}{2}$
M
v

$t_{\left(-\frac{A\sqrt{2}}{2}\to\frac{A\sqrt{3}}{2}_-\right)} = t_{\left(-\frac{A\sqrt{2}}{2}\to0\right)} + t_{(0\to A)} + t_{\left(A\to\frac{A\sqrt{3}}{2}\right)}$

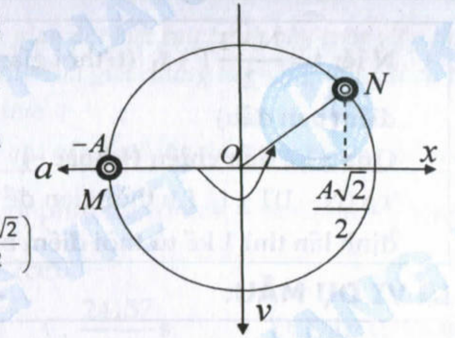
$$= \frac{T}{8} + \frac{T}{4} + \left(\frac{T}{4} - \frac{T}{6}\right) = \frac{11T}{12}$$

Biểu diễn lên trục dao động điều hòa


$-A$
$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{A}{2}$
O
$\frac{A}{2}$
$\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$\frac{A\sqrt{3}}{2}$
A
$\frac{T}{8}$
0
$\frac{T}{6}$
$\frac{T}{4}$

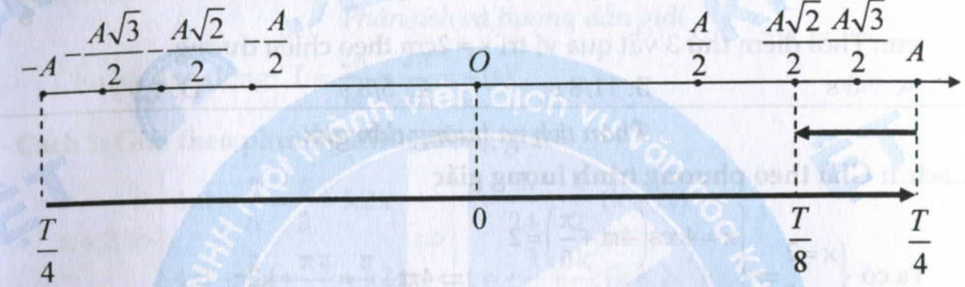
Thời gian dao động của vật được xác định như ở trên nhưng hình vẽ dưới cho các bạn có cái nhìn trực quan hơn

d) Khoảng thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí $x_1 = -A$ đến $x_2 = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ theo chiều âm tương ứng với vật chuyển động trên đường tròn từ M đến N.


N
$-A$
O
x
a
M
$\frac{A\sqrt{2}}{2}$
v

$t_{\left(-A\to\frac{A\sqrt{2}}{2}_-\right)} = t_{(-A\to0)} + t_{(0\to A)} + t_{\left(A\to\frac{A\sqrt{2}}{2}\right)}$

$$= \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \left(\frac{T}{4} - \frac{T}{8}\right) = \frac{5T}{8}$$


$-A$
$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{A}{2}$
O
$\frac{A}{2}$
$\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$\frac{A\sqrt{3}}{2}$
A
$\frac{T}{4}$
0
$\frac{T}{8}$
$\frac{T}{4}$

Kết luận: *Tới đây ta đã có cái nhìn mới về dạng toán thời gian trong dao động điều hòa, từ đây các bài về quãng đường, tốc độ trung bình, vận tốc trung bình... có thể được giải quyết rất dễ dàng.*

Dạng 3. Bài toán xác định thời điểm vật đi qua vị trí x đã biết (hoặc v, a, W_t, $W_đ$, F) lần thứ N

PHƯƠNG PHÁP

* Trong một chu kỳ T (2π) vật đi qua x hai lần nếu không kể đến chiều chuyển động, nếu kể đến chiều chuyển động thì sẽ đi qua 1 lần

* Xác định M_0 dựa vào pha ban đầu (x_0, v_0 chỉ quan tâm < 0 hay > 0 hay = 0)

* Xác định M dựa vào x (hoặc v, a, W_t, $W_đ$, F)

* Áp dụng công thức $t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$

Lưu ý: Để ra thường cho giá trị n nhỏ, còn nếu n lớn thì tìm quy luật để suy ra nghiệm thứ N.

Các loại thường gặp và công thức tính nhanh

- **Qua x không kể đến chiều**

+ **N chẵn:** $t = \frac{N-2}{2}T + t_2$ (t_2 thời gian để vật đi qua vị trí x lần thứ 2 kể từ thời điểm ban đầu)

+ **N lẻ:** $t=\frac{N-1}{2}T+t_1$ (t₁ thời gian để vật đi qua vị trí x lần thứ 1 kể từ thời điểm ban đầu)

- **Qua x kể đến chiều (+ hoặc –)**

  $t=(N-1)T+t_1$ (t₁ thời gian để vật đi qua vị trí x theo chiều đầu bài quy định lần thứ 1 kể từ thời điểm ban đầu)

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 4\cos(4\pi t + \frac{\pi}{6})$ cm. Thời điểm thứ 3 vật qua vị trí x = 2cm theo chiều dương.

A. 9/8 s B. 11/8 s C. 5/8 s D. 1,5 s

Phân tích và hướng dẫn giải

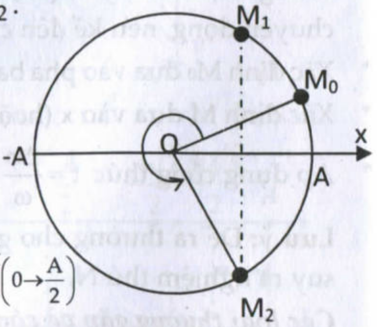
Cách 1: Giải theo phương trình lượng giác

Ta có $\begin{cases}x=2\\v>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\cos\left(4\pi t+\frac{\pi}{6}\right)=2\\v=-16\pi\sin\left(4\pi t+\frac{\pi}{6}\right)>0\end{cases}\Rightarrow 4\pi t+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{3}+k2\pi$

$\Rightarrow t=-\frac{1}{8}+\frac{k}{2}\ \ k\in N^*$. Thời điểm thứ 3 ứng với $k=3\Rightarrow t=\frac{11}{8}$s

Cách 2: Sử dụng đường tròn lượng giác

Pha ban đầu $\varphi=\frac{\pi}{6}$ nên ban đầu vật ở vị trí M_0. Vật qua x = 2 cm theo chiều dương là qua M_2. Qua M_2 lần thứ 3 ứng với vật quay được 2 vòng (2T) (qua 2 lần) và lần cuối cùng đi từ M_0 đến M_2.



Góc quét $\Delta\varphi=2.2\pi+\frac{3\pi}{2}\Rightarrow t=\frac{\Delta\varphi}{\omega}=\frac{11}{8}$s

Hoặc tính theo các khoảng thời gian đặt biệt:

$x_{M_0}=\frac{4\sqrt{3}}{2}=\frac{A\sqrt{3}}{2}$ và $x_{M_2}=2=\frac{4}{2}=\frac{A}{2}$

$\Rightarrow t_{M_0\to M_2}=t_{\left(\frac{A\sqrt{3}}{2}\to 0\right)}+t_{(0\to -A)}+t_{(-A\to 0)}+t_{\left(0\to\frac{A}{2}\right)}$

$=\frac{T}{6}+\frac{T}{4}+\frac{T}{4}+\frac{T}{12}=\frac{3T}{4}=\frac{3.0,5}{4}=\frac{3}{8}$

$\Rightarrow t=2T+\frac{3T}{4}=\frac{11T}{4}=\frac{11}{8}(s)$

Nhận xét: *cách tính theo các khoảng thời gian đặt biệt tuy trình bày trên giấy thấy nhiều hơn nhưng thực tế tính thì rất nhanh. Khi giải chúng ta không cần ghi cụ thể mà chỉ việc cộng các khoảng thời gian lại thôi.*

Cũng bài toán trên nhưng nếu thời điểm đi qua vật là rất lớn thì ta làm như ví dụ sau

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 4\cos(4\pi t+\frac{\pi}{6})$cm. Thời điểm thứ 2013 vật qua vị trí x = 2cm.

A. $\frac{12073}{24}$s B. $\frac{12061}{24}$s C. $\frac{24157}{24}$s D. Đáp án khác

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ dao động: $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{4\pi}=\frac{1}{2}(s)$

Cách 1: Giải theo phương trình lượng giác

$$x=2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}4\pi t+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\4\pi t+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{1}{24}+\frac{k}{2}\ (k\in N)\\t=-\frac{1}{8}+\frac{k}{2}\ (k\in N^*)\end{array}\right.$$

Thời điểm thứ 2013 (lẻ) nên ta dùng công thức: $t=\frac{N-1}{2}T+t_1$

Với t₁ là thời gian để vật đi qua vị trí x = 2cm lần thứ 1 kể từ thời điểm ban đầu ứng với k = 0 (nghiệm trên).

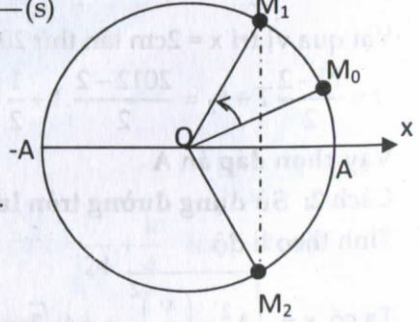
Vậy $t_1=\frac{1}{24}+\frac{k}{2}=\frac{1}{24}+\frac{0}{2}=\frac{1}{24}(s)$

Vật qua vị trí x = 2cm lần thứ 2013 là :

$$t=\frac{N-1}{2}T+t_1=\frac{2013-1}{2}.\frac{1}{2}+\frac{1}{24}=\frac{12073}{24}(s)$$

Chọn đáp án A

Cách 2: Sử dụng đường tròn lượng giác



Vật qua x = 2 là qua M₁ và M₂.

Vật quay 1 vòng (1 chu kỳ) qua x = 2 là 2 lần.

Qua lần thứ 2013 thì phải quay 1006 vòng rồi đi từ M₀ đến M₁.

Góc quét $\Delta\varphi=1006.2\pi+\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow t=\frac{\Delta\varphi}{\omega}=503+\frac{1}{24}=\frac{12073}{24}$s.

Chọn đáp án A

THƯ VIỆN TỈNH BÌNH THUẬN
ĐVL 13877 14

Hoặc Min $t_{(M_0\to M_1)} = t_{\left(\frac{A\sqrt{3}}{2}\to\frac{A}{2}\right)} = t_{\left(\frac{A\sqrt{3}}{2}\to 0\right)} - t_{\left(\frac{A}{2}\to 0\right)} = \frac{T}{6}-\frac{T}{12}=\frac{T}{12}$

$$\Rightarrow t = 1006T+\frac{T}{12} = 1006.0,5+\frac{0,5}{12}=\frac{12073}{24}\text{s}$$

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Một vật dao động điều hoà với x = $8\cos(2\pi t-\frac{\pi}{6})$ cm. Thời điểm thứ 2012 vật qua vị trí có v = -8π cm/s.

A. 1005,5s B. 1005s C. 2012 s D. 1005,5s

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ dao động: $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{2\pi}=1(\text{s})$

Cách 1: Giải theo phương trình lượng giác

Theo bài ra ta có: $v=-16\pi\sin(2\pi t-\frac{\pi}{6})=-8\pi$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2\pi t-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ 2\pi t-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{6}+k \\ t=\frac{1}{2}+k \end{array}\right. \quad k\in N$$

Vật qua lần thứ 2012 (chẵn) nên ta dùng công thức : $t=\frac{N-2}{2}T+t_2$

Với t_2 là thời gian để vật đi qua vị trí x = 2cm lần thứ 2 kể từ thời điểm ban đầu ứng với k = 0 (nghiệm dưới).

Vậy $t_2=\frac{1}{2}+k=\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}(\text{s})$

Vật qua vị trí x = 2cm lần thứ 2012 là :

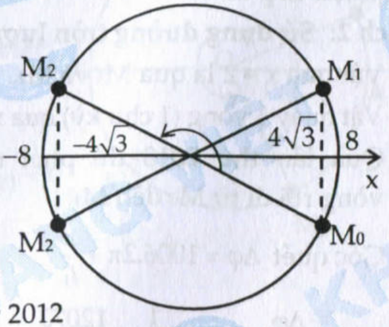
$$t=\frac{N-2}{2}T+t_2=\frac{2012-2}{2}.1+\frac{1}{2}=1005,5\ (\text{s})$$

Vậy chọn đáp án A

Cách 2: Sử dụng đường tròn lượng giác

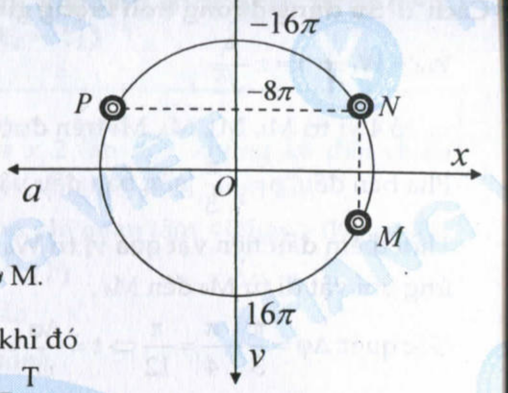
+ Tính theo li độ

Ta có $x=\sqrt{A^2-\left(\frac{v}{\omega}\right)^2}=\pm 4\sqrt{3}\text{cm}$.



Vì v < 0 nên vật qua M_1 và M_2. Qua lần thứ 2012 thì phải quay 1005 vòng rồi đi từ M_0 đến M_2.

Góc quét $\Delta\varphi = 1005.2\pi+\pi \Rightarrow t = 1005,5$ s .



+ Tính theo vận tốc

Theo bài ra:

$$\frac{v}{v_{max}}=\frac{-8\pi}{16\pi}=\frac{-1}{2}\Rightarrow v=-\frac{v_{max}}{2}$$

Nhìn trên đường tròn ta thấy vị trí vật đi qua là N và P.

Pha ban đầu $\varphi=-\frac{\pi}{6}\Rightarrow$ ban đầu vật ở M.

Vật qua vị trí cần tìm lần thứ 2 tại P khi đó vật quay được nửa vòng nên mất $t_2=\frac{T}{2}$.

Qua lần thứ 2012:

$$t=\frac{N-2}{2}T+t_2=\frac{2012-2}{2}T+\frac{T}{2}=1005,5T=1005,5(\text{s})$$

Nhận xét: *ở đây ta biểu diễn đường tròn theo v để tính nhanh hơn.*

Câu 2: Một vật dao động điều hoà với phương trình x = $8\cos(2\pi t-\frac{\pi}{3})$ cm. Thời điểm thứ nhất vật qua vị trí có động năng bằng thế năng.

A. $\frac{1}{8}$s B. $\frac{1}{24}$s C. $\frac{5}{8}$s D. 1,5s

Phân tích và hướng dẫn giải

Cách 1: Giải theo phương trình lượng giác

$$W_đ=W_t\Rightarrow\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2\left(2\pi t-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2\left(2\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin^2\left(2\pi t-\frac{\pi}{3}\right)=\cos^2\left(2\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-\cos\left(4\pi t-\frac{2\pi}{3}\right)}{2}=\frac{1+\cos\left(4\pi t-\frac{2\pi}{3}\right)}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(4\pi t-\frac{2\pi}{3}\right)=0\Rightarrow 4\pi t-\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi\Rightarrow t=\frac{7}{24}+\frac{k}{4}\quad k\in[-1;\infty)$$

Thời điểm thứ nhất ứng với k = −1 $\Rightarrow t=\frac{1}{24}(\text{s})$

Chú ý: *vì thời gian không nhận giá trị âm nên thời điểm thứ nhất ứng với giá trị k nhỏ nhất mà làm cho t > 0.*

Cách 2: Sử dụng đường tròn lượng giác

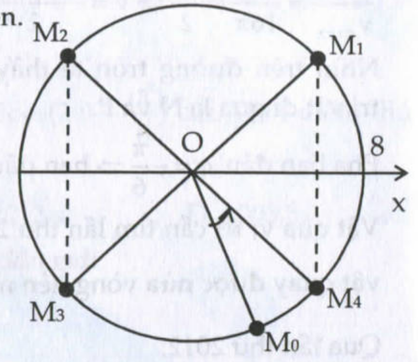
$W_đ = W_t \Rightarrow x = \pm\dfrac{A}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow$ có 4 vị trí M_1, M_2, M_3, M_4 trên đường tròn.

Pha ban đầu $\varphi = -\dfrac{\pi}{3}$ nên ban đầu vật ở M_0

Thời điểm đầu tiên vật qua vị trí $W_đ = W_t$ ứng với vật đi từ M_0 đến M_4.

Góc quét: $\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{12} \Rightarrow t = \dfrac{\Delta\varphi}{\omega} = \dfrac{1}{24}$s



Câu 3: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 8\cos(\pi t - \dfrac{\pi}{4})$ cm.

Thời điểm thứ 2010 vật qua vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng.?

Cách 1: giải theo phương trình lượng giác

$$W_đ = 3W_t \Rightarrow \sin^2\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = 3\cos^2\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\pi t - \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2\pi t - \dfrac{\pi}{2} = -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{7}{12} + k \ \ k \in N \\ t = -\dfrac{1}{12} + k \ \ k \in N^* \end{array}\right.$$

Qua lần thứ 2010 (chẵn): $t = \dfrac{N-2}{2}T + t_2 = \dfrac{2010-2}{2}.2 + \dfrac{11}{12} = \dfrac{12059}{12}$(s)

Cách 2: Sử dụng đường tròn lượng giác

$W_đ = 3W_t \Rightarrow W_t = \dfrac{1}{4}W \Rightarrow x = \pm\dfrac{A}{2}$

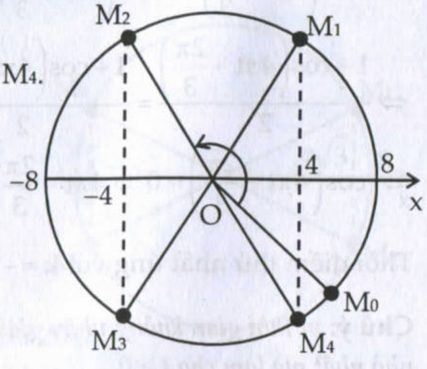
$\Rightarrow$ có 4 vị trí trên đường tròn M_1, M_2, M_3, M_4.

Qua lần thứ 2010 thì phải quay 502 vòng (mỗi vòng qua 4 lần) rồi đi từ M_0 đến M_2.

Góc quét

$$\Delta\varphi = 502.2\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = 1004\pi + \frac{11\pi}{12}.$$

$$\Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = 1004 + \frac{11}{12} = \frac{12059}{12}\text{s}$$



Dạng 4. Xác định số lần vật đi qua x trong thời gian từ t_1 đến t_2 ($\Delta t = t_2 - t_1$)

PHƯƠNG PHÁP

- Trong một chu kỳ T (2π) vật đi qua x 2 lần nếu không kể đến chiều chuyển động, nếu kể đến chiều chuyển động thì sẽ đi qua 1 lần
- Xác định M_1 dựa vào t_1 và PT x,v (x_1, v_1 chỉ quan tâm < 0 hay > 0 hay = 0)
- Xác định M dựa vào x (hoặc v, a, W_t, $W_đ$, F)
- Áp dụng công thức $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ tìm số lần

Các loại thường gặp và công thức tính nhanh

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\omega\Delta t}{2\pi} = n,p(n + 0,p)$$

- Nếu không kể đến chiều: $N = 2n + N'$

  N' là số lần đi qua x khi trên vòng trong lượng giác quay được góc 0,p.2π kể từ vị trí ban đầu
- Nếu kể đến chiều: $N = n + N'$

  N' là số lần đi qua x theo chiều bài toán quy định khi trên vòng trong lượng giác quay được góc 0,p.2π kể từ vị trí ban đầu

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Cho vật dao động điều hòa theo phương trình:

$$x = 3\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}.$$

Số lần vật đi qua vị trí x = 1,5cm trong 1,2s đầu tiên

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

Phân tích và hướng dẫn giải

Cách 1: Giải theo phương trình lượng giác

Vật qua vị trí x = 1,5 cm ta có:

$$3\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = 1,5 \Rightarrow \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 4\pi t - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ 4\pi t - \dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{\pi}{3} + l2\pi \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{1}{6} + \dfrac{k}{2} \ \ (k \in Z) \\ t = \dfrac{l}{2} \ \ (l \in Z) \end{array}\right.$$

Trong 1,2s đầu tiên tức:

$$0 \le t \le 1,2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 \le \frac{1}{6} + \frac{k}{2} \le 1,2 \\ 0 \le \frac{1}{2} \le 1,2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -0,33 \le k \le 2,07 \\ 0 \le 1 \le 2,4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k = 0;1;2 \\ 1 = 0;1;2 \end{array}\right.$$

Chú ý rằng: *mỗi giá trị k và l tương ứng với mỗi lần vật qua vị trí x = 1,5 cm. Ta có 3 giá trị của k và 3 giá trị của l nên có tất cả 6 lần vật đi qua vị trí x = 1,5 cm*

Cách 2: Sử dụng đường tròn lượng giác

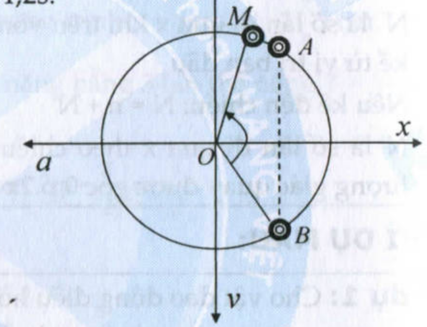
Pha ban đầu $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ nên ban đầu vật ở điểm B.

Ta cần xác định số lần đi qua li độ 1,5 ứng với hai điểm A, B.

Ta có: $\Delta t = 1,2s$; $T = 0,5s \Rightarrow \Delta t = 2T + 0,2 \Rightarrow N = 2.2 + N'$

Bây giờ ta tính N′.

Gọi M là vị trí của vật tại thời điểm t = 1,2s.



Góc mà vật quét được trong 0,2s là:

$\overparen{BOM} = \Delta\varphi = \omega.\Delta t = 4\pi.0,2 = 0,8\pi rad$

Góc mà vật quét được từ A đến B là:

$\overparen{AOB} = \frac{2\pi}{3} rad$.

So sánh hai giá trị trên

Ta có: $\overparen{BOM} > \overparen{AOB} \Rightarrow$ vật đi qua A

$\Rightarrow N' = 1 + 1 = 2 \Rightarrow N = 2.2 + 2 = 6$.

Vậy có 6 lần vật đi qua vị trí có li độ 1,5 cm

Chuyên đề 2

TẦN SỐ - CHU KỲ - BIÊN ĐỘ

PHƯƠNG PHÁP

- *Chu kì (T)*: của dao động điều hòa là khoảng thời gian để vật thực hiện một dao động toàn phần. Đơn vị là s
- *Tần số (f)*: của dao động điều hòa là số dao động tuần hoàn thực hiện trong một s. Đơn vị là 1/s hoặc Hz.
- *Tần số góc (ω)*: Giữa tần số góc, chu kì và tần số liên hệ nhau: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Con lắc lò xo là dao động điều hòa thì:

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$; Tần số: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$; Chu kì: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Hệ thức độc lập giữa li độ và vận tốc: $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$

Hệ thức độc lập giữa vận tốc và gia tốc: $A^2 = \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2}$

Chiều dài quỹ đạo: S = 2A

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương nằm ngang có khối lượng m = 100g, độ cứng k = 10N/m. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một khoảng 2cm rồi truyền cho vật một tốc độ 20cm/s theo phương dao động. Biên độ dao động của vật là:

A. $2\sqrt{2}$ cm. B. $\sqrt{2}$ cm. C. 4 cm. D. 2 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Với bài toán này chỉ cần tìm được tần số góc rồi thả vào hệ thức độc lập là có ngay biên độ.

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10 rad/s$

Theo hệ thức độc lập liên hệ giữa li độ và vận tốc:

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = 2^2 + \frac{20^2}{10^2} = 8 \Rightarrow A = 2\sqrt{2}cm$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 2: (Trích đề thi thử Nam Trực – Nam Định lần 1 năm 2013)

Một vật dao động điều hòa với gia tốc cực đại a_{max} và tốc độ cực đại v_{max}. Tần số dao động là

A. $f = \frac{a_{max}}{2\pi.v_{max}}$ B. $f = \frac{4\pi^2 a_{max}}{v_{max}}$ C. $f = \frac{2\pi.a_{max}}{v_{max}}$ D. $f = \frac{a_{max}}{4\pi^2.v_{max}}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Bài này đơn giản chỉ là tìm mối liên hệ giữa gia tốc cực đại và tốc độ cực đại.

Gia tốc cực đại: $a_{max} = \omega^2 A$

Tốc độ cực đại: $v_{max} = \omega A$

Từ đây ta lập tỉ lệ là có ngay liên hệ giữa hai đại lượng trên

$\frac{a_{max}}{v_{max}} = \frac{\omega^2 A}{\omega A} = \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\frac{a_{max}}{v_{max}}$. **Chọn đáp án A**

Ví dụ 3: (Trích đề thi thử Nghi Lộc 4 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Một vật dao động điều hòa trên quỹ đạo dài 40cm. Khi độ dời là 10cm vật có vận tốc $20\pi\sqrt{3}$ cm/s. Lấy $\pi^2 = 10$. Chu kì dao động của vật là:

A. 0,1s B. 1s C. 0,5s D. 5s

Phân tích và hướng dẫn giải

Bài toán tìm chu kỳ (tần số) từ hệ thức độc lập, đề cho li độ, vận tốc vì thế cần tìm biên độ nữa là đủ.

Khi độ dời vật là 10cm nên li độ $x = \pm 10cm$

Để cho quỹ đạo dài $S = 2A = 40 \Rightarrow A = 20cm$

Áp dụng hệ thức độc lập liên hệ giữa li độ và vận tốc

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{(\omega A)^2} = 1 \Rightarrow \omega = \frac{|v|}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \frac{|20\pi\sqrt{3}|}{\sqrt{20^2 - 10^2}} = 2\pi rad/s \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1s$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng tích điện q = 20μC và lò xo có độ cứng k = 10N/m. Khi vật đang nằm cân bằng, cách điện, trên mặt bàn nhẵn thì xuất hiện tức thời một điện trường đều trong không gian bao quanh có hướng dọc theo trục lò xo. Sau đó con lắc dao động trên một đoạn thẳng dài 4cm. Độ lớn cường độ điện trường E là:

A. 2.10^4 V/m. B. $2,5.10^4$ V/m. C. $1,5.10^4$ V/m. D. 10^4 V/m.

Phân tích và hướng dẫn giải

Thông thường thì bài toán có lực lạ tác dụng vào vật trong quá trình dao động thường được xét với con lắc đơn. Tuy nhiên ở đây bài toán xét cho con lắc lò xo nên nhiều bạn sẽ xem đây là dạng toán lạ và thường bỏ qua. Nhìn chung thì các bài toán về lực, cách giải chung nhất là tìm hợp lực tác dụng vào vật gây ra gia tốc chuyển động cho vật.

Cách giải bài này như sau:

Con lắc dao động trên đoạn thẳng dài 4cm chính là quỹ đạo chuyển động của vật $S = 2A = 4cm$, vì thế biên độ dao động của vật là $A = 2cm$.

Khi vật m dao động, hợp lực của lực điện trường và lực đàn hồi gây gia tốc a cho vật.

Tại vị trí biên, vật có gia tốc cực đại. Khi đó ta có: $F_d - F_{dh} = m.a_{max}$

$$\Leftrightarrow qE - kA = m.\omega^2.A = m.\frac{k}{m}.A \Leftrightarrow qE = 2kA \Rightarrow E = 2.10^4 V/m$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo có độ cứng k = 40N/m đầu trên được giữ cố định còn phía dưới gắn vật m. Nâng m lên đến vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 2,5cm. Lấy g = 10m/s². Trong quá trình dao động, trọng lực của m có công suất tức thời cực đại bằng

A. 0,41W B. 0,64W C. 0,5W D. 0,32W

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây cũng là dạng toán đọc vào rất lạ, tuy nhiên để giải quyết bài toán này các bạn chỉ cần nhớ về công thức tính công suất của lực mà đã học từ các lớp dưới. $P_{cs} = F.v$

Với F là lực tác dụng vào vật, v là vận tốc chuyển động của vật.

Trong dao động điều hòa, vận tốc chuyển động của vật là vận tốc tức thời nên công suất của lực cũng là công suất tức thời.

Sau đây là cách giải cụ thể bài toán này:

Công suất tức thời của trọng lực $P_{cs} = P.v = mgv$ với v là vận tốc của vật m.

Với m và g là các hằng số nên $P_{csMax} \Leftrightarrow v_{max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}}A$

$$P_{csMax} = mgv_{max} = mgA\sqrt{\frac{k}{m}} = gA\sqrt{km} \quad (1)$$

Theo bài ra: nâng m lên đến vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ nên biên độ dao động $A = \Delta l$

Độ biến dạng của lò xo tại VTCB: $\Delta l = \frac{mg}{k} = A \Rightarrow m = \frac{kA}{g}$

Thay vào (1):

$$P_{csMax} = gA\sqrt{km} = gA\sqrt{k.\frac{kA}{g}} = kA\sqrt{gA} = 40.2,5.10^{-2}\sqrt{10.2,5.10^{-2}} = 0,5W$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 6: (Trích đề thi thử Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Treo con lắc lò xo trên trần của một thang máy, khi thang máy đứng yên thì chu kỳ của con lắc là T, cho thang máy chuyển động đi xuống nhanh dần đều với gia tốc a = 0,5g (g là gia tốc rơi tự do) theo phương thẳng đứng thì chu kỳ dao động điều hoà của nó là T′ và

A. $T' = 2T$.
B. $T' = T$.
C. $T' = 0,5\,T$.
D. $T' = T\sqrt{2}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Xuống $\vec{v}\downarrow$ nhanh dần đều $\vec{a}\downarrow$ vì thế $\overrightarrow{F_{qt}}\uparrow$ ngược với $\vec{P}\downarrow$ suy ra

$$g' = g - a = g - 0,5g = 0,5g$$

Chu kỳ con lắc thang máy đứng yên: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta l}{g}}$

Chu kỳ con lắc thang máy chuyển động: $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta l}{0,5g}} = \sqrt{2}T$

Vì thế chọn đáp án D

Rất tiếc rằng đây không phải là đáp án đúng mà đề yêu cầu, vậy chúng ta đã sai lầm từ đâu?. Riêng chu kỳ con lắc lò xo thì chỉ phụ thuộc vào độ cứng của lò xo và khối lượng của vật nặng mà không phụ thuộc vào vị trí đặt con lắc nên không phụ thuộc vào gia tốc trọng trường. Khi thang máy chuyển động thì gia tốc trọng trường của con lắc sẽ là gia tốc trọng trường hiệu dụng thay đổi nhưng chu kỳ không phụ thuộc vào gia tốc trọng trường nên chu kỳ con lắc vì thế cũng không đổi. Đáp án B mới là đáp án đúng.

Chọn B

Ví dụ 7: (Trích đề thi thử Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo treo thẳng đứng được kích thích cho dao động điều hòa. Thời gian quả cầu đi từ vị trí cao nhất đến vị trí thấp nhất là 1,5s và tỉ số giữa độ lớn của lực đàn hồi lò xo và trọng lượng quả cầu gắn ở đầu con lắc khi nó ở vị trí thấp nhất là 76/75. Lấy $g = \pi^2$ (m/s²). Biên độ dao động của con lắc là:

A. 4cm.
B. 3cm.
C. 2cm
D. 5cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Thời gian quả cầu đi từ vị trí cao nhất đến vị trí thấp nhất chính là đi từ biên này qua biên kia mất $\dfrac{T}{2} = 1,5 \Rightarrow T = 3(s)$.

Độ biến dạng lò xo tại VTCB: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta l}{g}} \Rightarrow \Delta l = \dfrac{gT^2}{4\pi^2} = \dfrac{10.3^2}{40} = 2,25(m)$

Lực đàn hồi ở vị trí thấp nhất là lực đàn hồi cực đại: $F_{max} = k(A + \Delta l)$

Theo bài ra: $\dfrac{F_{max}}{P} = \dfrac{k(A+\Delta l)}{mg} = \dfrac{(A+\Delta l)}{\dfrac{mg}{k}} = \dfrac{A+\Delta l}{\Delta l} = \dfrac{76}{75}$

$$\Rightarrow A = \frac{\Delta l}{75} = \frac{2,25}{75} = 0,03m = 3cm$$

Chọn đáp án B

Nhận xét: *khi tìm ra $\Delta l = 2,25(m)$ nhiều bạn sẽ bối rối vì quá lớn so với các đáp án đề cho. Các bạn nên bình tĩnh khai thác giả thiết tiếp theo mà tính cho ra đáp số sau đó so sánh với đáp án. Nếu có thì mình đã đúng còn nếu sai thì hãy xem lại. Nói chung là hãy bình tĩnh!*

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: (Trích đề thi thử chuyên Hồng Lĩnh Hà tĩnh lần 1 năm 2013)

Con lắc lò xo có độ cứng k và vật nhỏ khối lượng m có thể dao động không ma sát trên mặt phẳng nghiêng góc α so với phương ngang. Ở vị trí cân bằng độ biến dạng của lò xo là Δl. Cho gia tốc rơi tư do tại đó là g thì chu kỳ dao động là

A. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta l}{g\cos\alpha}}$.
B. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta l}{g}}$.
C. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta l}{g\sin\alpha}}$.
D. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{g}{\Delta l}}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nghiêng góc α so với phương ngang: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta l}{g\sin\alpha}}$

Vì thế chọn C

Câu 2: (Trích đề thi thử Nguyễn Đình Chiểu – Tiền Giang lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo, gồm lò xo nhẹ có độ cứng 50N/m, vật có khối lượng 2kg, dao động điều hòa dọc. Tại thời điểm vật có gia tốc 75 cm/s² thì nó có vận tốc $15\sqrt{3}$ (cm/s). Xác định biên độ.

A. A= 6 cm.
B. A= 9 cm.
C. A= 5 cm.
D. A= 10 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{50}{2}} = 5$ rad / s

Hệ thức độc lập liên hệ giữa vận tốc và gia tốc:

$$\frac{v^2}{v_{max}^2} + \frac{a^2}{a_{max}^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{v^2}{\omega^2 A^2} + \frac{a^2}{\omega^4 A^2} = 1$$

$$\Rightarrow A=\sqrt{\frac{v^2}{\omega^2}+\frac{a^2}{\omega^4}}=\sqrt{\frac{\left(15\sqrt{3}\right)^2}{5^2}+\frac{(75)^2}{5^4}}=6cm$$

Chọn đáp án A

Câu 2: (Chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

(I) điều kiện kích thích ban đầu để con lắc dao động; (II) chiều dài dây treo; (III) biên độ dao động; (IV) khối lượng vật nặng; (V) gia tốc trọng trường. Chu kỳ dao động nhỏ của con lắc đơn phụ thuộc vào:

A. (II) và (IV). B. (III) và (IV). C. (II) và (V). D. (I).

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta biết rằng: chu kỳ con lắc đơn dao động điều hòa phụ thuộc vào chiều dài dây treo và gia tốc trọng trường. **Chọn đáp án C**

Câu 3: (Trích đề thi thử chuyên Trần Phú Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo thẳng đứng ở vị trí cân bằng lò xo giãn một đoạn Δl . Nếu chiều dài lò xo được cắt ngắn chỉ còn bằng 1/4 chiều dài ban đầu thì chu kì dao động của con lắc lò xo bây giờ là

A. $\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$ B. $4\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$ C. $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$ D. $2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi k và k' là độ cứng ứng với lò xo có chiều dài *l* và *l*/4.

Độ cứng và chiều dài lò xo liên hệ qua công thức: $kl=k'\frac{l}{4}\Rightarrow k'=4k$

Độ giãn của con lắc lò xo có chiều dài *l* tại VTCB:

$$F_{dh}=P\Leftrightarrow k\Delta l=mg\Rightarrow\frac{m}{k}=\frac{\Delta l}{g}$$

Chu kỳ con lắc lò xo với chiều dài *l*/4:

$$T'=2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}}=2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}}=\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$$

Chọn đáp án A

Câu 4: (Trích đề thi thử chuyên Như Thành Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo có độ cứng k = 20N/m, khối lượng m = 0,2kg dao động điều hòa. Tại thời điểm t, vận tốc và gia tốc của viên bi lần lượt là 20 cm/s và $2\sqrt{3}$ m/s². Biên độ dao động của vật nặng là:

A. $10\sqrt{3}$ cm. B. 16 cm. C. $4\sqrt{3}$ cm. D. 4 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Tần số góc: $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{20}{0,2}}=10\,rad/s$

Hệ thức độc lập liên hệ giữa vận tốc và gia tốc:

$$\frac{v^2}{v_{max}^2}+\frac{a^2}{a_{max}^2}=1\Leftrightarrow\frac{v^2}{\omega^2A^2}+\frac{a^2}{\omega^4A^2}=1$$

$$\Rightarrow A=\sqrt{\frac{v^2}{\omega^2}+\frac{a^2}{\omega^4}}=\sqrt{\frac{20^2}{10^2}+\frac{\left(200\sqrt{3}\right)^2}{10^4}}=4cm$$

Chọn đáp án D

Câu 5: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Con lắc lò xo có khối lượng vật nặng là 85g dao động điều hoà, trong 24s thực hiện được 120 dao động toàn phần. Lấy $\pi^2 = 10$. Độ cứng của lò xo của con lắc đó là

A. 85 N/m. B. 100 N/m. C. 120 N/m. D. 10 N/m.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ con lắc lò xo :

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=\frac{\Delta t}{n}\Rightarrow k=\frac{4\pi^2n^2.m}{\Delta t^2}=\frac{4\pi^2.120^2.0,085}{24^2}=85\,N/m$$

Chọn đáp án A

Câu 6 (Trích đề thi đại học năm 2013): Một con lắc lò xo có khối lượng vật nhỏ là $m_1 = 300g$ dao động điều hòa với chu kì 1s. Nếu thay vật nhỏ có khối lượng m₁ bằng vật nhỏ có khối lượng m₂ thì con lắc dao động với chu kì 0,5s. Giá trị m₂ bằng

A. 100 g B. 150g C. 25 g D. 75 g

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ dao động của con lắc có khối lượng m₁ và m₂ lần lượt là:

$$\begin{cases}T_1=2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{k}}\\T_2=2\pi\sqrt{\dfrac{m_2}{k}}\end{cases}\Rightarrow\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}=\frac{T_1}{T_2}\Rightarrow m_2=m_1\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2=300.\left(\frac{0,5}{1}\right)^2=75g$$

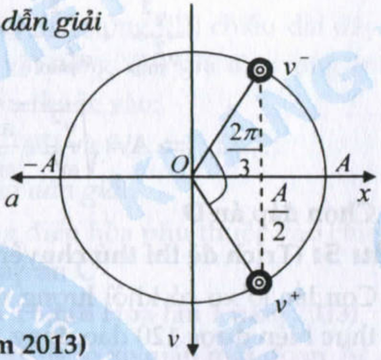
Chọn đáp án D

Câu 7: (Chuyên Đức Thọ Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng song song với trục Ox, cạnh nhau, cùng biên độ và tần số. Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau (cùng toạ độ). Biết rằng khi đi ngang qua nhau, hai chất điểm chuyển động ngược chiều nhau và đều có độ lớn li độ bằng một nửa biên độ. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây:

A. $\frac{\pi}{2}$; B. $\frac{\pi}{3}$; C. π; D. $\frac{2\pi}{3}$;

Phân tích và hướng dẫn giải



Vì hai vật dao động điều hòa cùng biên độ và tần số nên ta biểu diễn trên một vòng tròn như hình vẽ.

Hiệu pha của hai dao động trên là $\frac{2\pi}{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 8: (Chuyên Đức Thọ Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Một vật có khối lượng m = 100g được tích điện tích $q = -10^{-6}C$ gắn vào lò xo có độ cứng k = 40N/m đặt trên mặt phẳng ngang không ma sát. Ban đầu người ta thiết lập một điện trường nằm ngang, có hướng trùng với trục của lò xo, có cường độ $E = 8.10^5 V/m$, khi đó vật đứng yên ở vị trí cân bằng. Người ta đột ngột ngắt điện trường. Sau khi ngắt điện trường vật dao động điều hoà với biên độ bằng

A. 12,5cm. B. 2,5cm; C. 4cm; D. 2cm;

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi có điện trường vật đứng yên ở vị trí cân bằng, khi đó lực điện trường cân bằng với lực đàn hồi (phục hồi). Khi đột ngột ngắt điện trường, vật sẽ bắt đầu dao động điều hòa với vị trí biên độ là vị trí vật cân bằng cũ. Lúc

đó: $F_{dt} = F_{dhMax} \Leftrightarrow |q|E = kA \Rightarrow A = \frac{|q|E}{k} = \frac{|-10^{-6}|.8.10^5}{40} = 0{,}02m = 2cm$

Chọn đáp án D

Câu 9: (Trích đề thi thử chuyên Vĩnh Phúc lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo treo thẳng đứng và dao động điều hoà với tần số f = 4,5Hz. Trong quá trình dao động chiều dài của lò xo biến thiên từ 40cm đến 56cm. Lấy $g = 10m/s^2$. Chiều dài tự nhiên của lò xo là:

A. 48 cm B. 42 cm C. 40 cm D. 46,8 cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta biết rằng: Chiều dài tự nhiên của lò xo treo thẳng đứng tính theo công thức: $l_0 = l_{cb} - \Delta l$ vì thế ta cần tìm chiều dài của lò xo tại VTCB và độ giãn của lò xo tại VTCB.

Theo bài ra: $l_{cb} = \frac{l_{max} + l_{min}}{2} = \frac{56+40}{2} = 48cm$

Độ biến dạng của lò xo tại VTCB:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta l}} \Rightarrow \Delta l = \frac{g}{4\pi^2 f^2} = \frac{10}{40.4{,}5^2} = 0{,}012m = 1{,}2cm$$

Vậy: $l_0 = l_{cb} - \Delta l = 48 - 1{,}2 = 46{,}8cm$

Chọn đáp án D

Câu 10: (Trích đề thi thử chuyên Phúc Trạch Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Một con lắc lò xo có k= 100N/m, đầu trên cố định còn đầu dưới gắn vật nặng m = 0,4kg. Cho vật nặng m dao động điều hòa theo phương thẳng đứng thì thấy thời gian lò xo nén trong một chu kì là 0,1s. Cho $g = 10\ m/s^2 \approx \pi^2\ m/s^2$, Biên độ dao động của vật là

A. $8\sqrt{3}$ cm B. 4cm C. $4\sqrt{2}$ cm D. $4\sqrt{3}$ cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Lò xo nén khi $\Delta l < A$. Thời gian lò xo nén khi vật dao động từ $-\Delta l \to -A \to -\Delta l$ (chiều dương chọn thẳng đứng hướng xuống). Vì thế lò xo nén trong một chu kỳ gấp hai lần thời gian vật đi từ $-\Delta l \to -A$.

$t_n = 2t_{(-\Delta l \to -A)} = 0{,}1 \Rightarrow t_{(-\Delta l \to -A)} = 0{,}05(s)$

Góc vật quét được trong thời gian trên:

$$\varphi = \omega.t_{(-\Delta l \to -A)} = \sqrt{\frac{k}{m}}.t_{(-\Delta l \to -A)} = \sqrt{\frac{100}{0{,}4}}.0{,}05 = \frac{\pi}{4}rad$$

$$\cos\varphi = \frac{-\Delta l}{-A} = \frac{\Delta l}{A} \Rightarrow A = \frac{\Delta l}{\cos\varphi} = \frac{mg}{k\cos\varphi} = \frac{0{,}4.10}{100.\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{100}m = 4\sqrt{2}cm$$

Chọn đáp án C

Câu 11: (Trích đề thi thử chuyên Thiệu Hóa Thanh Hóa lần 2 năm 2013)

Con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nghiêng góc α không ma sát thì chu kì dao động riêng của con lắc phụ thuộc vào

A. góc α và độ cứng lò xo.

B. góc α, khối lượng vật và độ cứng lò xo.

C. khối lượng của vật và độ cứng lò xo.

D. góc α và khối lượng của vật.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nghiêng góc α so với phương ngang: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g\sin\alpha}}$

Nhìn vào công thức nhiều bạn kết luận rằng: *chu kỳ dao động riêng của con lắc lò xo đặt nằm nghiêng ngoài phụ thuộc vào độ cứng và khối lượng mà còn phụ thuộc vào góc* α *, gia tốc g và độ biến dạng của lò xo tại VTCB* Δl *. Chắc có lẽ số lượng kết luận điều này sẽ không ít đúng không các bạn! Tuy nhiên kết luận thế này là sai bản chất nghiêm trọng đấy. Theo như định nghĩa về chu kỳ dao động riêng của con lắc lò xo dao động điều hòa thì: chu kỳ của dao động riêng chỉ phụ thuộc vào đặc tính của hệ mà ở đây là độ cứng của lò xo và khối lượng của vật nặng. Các bạn phải bám sát vào định nghĩa mà chọn đáp án cho chính xác nhé! Đáp án cuối cùng là C vì lò xo có đặt trong tư thế nào thì chu kỳ của nó vẫn chỉ phụ thuộc vào độ cứng của lò xo và khối lượng của vật nặng thôi.*

Chọn đáp án C

Câu 12: (Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Thị Minh Khai - Hà tĩnh lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo treo thẳng đứng trong thang máy. Khi thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc $a = g/4$ thì tại vị trí cân bằng lò xo bị dãn đoạn 12,5cm. Chu kì dao động riêng của con lắc lò xo là

A. $\frac{\pi}{5}$(s).   B. π(s.)   C. 2 (s).   C. $\frac{\pi}{\sqrt{15}}$(s).

Phân tích và hướng dẫn giải

Thang máy đi lên : $\vec{v}\uparrow$ nhanh dần đều nên $\vec{a}\uparrow$ vì thế lực quán tính $\overrightarrow{F_{qt}}\downarrow$ cùng chiều với $\vec{P}$.

Các lực tác dụng vào vật tại vị trí cân bằng:

$$\overrightarrow{F_{qt}}\downarrow + \vec{P}\downarrow + \overrightarrow{F_{dh}}\uparrow = \vec{0} \Leftrightarrow ma + mg - k\Delta l_0 = 0 \Leftrightarrow m\frac{g}{4} + mg - k\Delta l_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5mg}{4} - k\Delta l_0 = 0 \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{5g}{4\Delta l_0} = \frac{5.10}{4.0,125} = 100$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{\pi}{5}s$$

Chọn đáp án A

Câu 13: Trong thang máy treo một con lắc lò xo có độ cứng 25N/m, vật nặng có khối lượng 400 g. Khi thang máy đứng yên ta cho con lắc dao động điều hoà, chiều dài con lắc thay đổi từ 32cm đến 48cm. Tại thời điểm mà vật ở vị trí thấp nhất thì cho thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc $a = \frac{g}{10}$. Lấy $g = \pi^2 = 10$ m/s². Biên độ dao động của vật trong trường hợp này là

A. 17 cm.   B. 19,2 cm.   C. 8,5 cm.   D. 9,6 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Biên độ dao động con lắc $A = \frac{l_{max} - l_{min}}{2} = \frac{48 - 32}{2} = 8cm$

Độ biến dạng ở VTCB: $\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0,4.10}{25} = 0,16m = 16cm$

Chiều dài ban đầu

$$l_{max} = l_0 + \Delta l + A \rightarrow l_0 = l_{max} - A - \Delta l = 48 - 8 - 16 = 24cm$$

Tại thời điểm mà vật ở vị trí thấp nhất thì cho thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc $a = \frac{g}{10}$ lúc đó con lắc chịu tác dụng lực quán tính

$F_{qt} = ma = 0,4.1 = 0,4N$ hướng lên. (xuống $\vec{v}\downarrow$ nhanh dần đều $\vec{a}\downarrow\rightarrow\overrightarrow{F_{qt}}\uparrow$)

Lực này sẽ gây ra biến dạng thêm cho vật đoạn:

$$x = \frac{F_{qt}}{k} = \frac{0,4}{25} = 0,016m = 1,6cm$$

Vậy sau đó vật dao động biên độ: $A' = A + x = 8 + 1,6 = 9,6cm$

Chọn đáp án D

Câu 14: Một con lắc lò xo đang cân bằng trên mặt phẳng nghiêng một góc 37^0 so với phương ngang. Tăng góc nghiêng thêm 16^0 thì khi cân bằng lò xo dài thêm 2cm. Bỏ qua ma sát, lấy $g \approx 10m/s^2$; $\sin 37^0 \approx 0,6$. Tần số góc dao động riêng của con lắc là:

A. 12,5(rad/s).   B. 10(rad/s).   C. 15(rad/s).   D. 5(rad/s).

Phân tích và hướng dẫn giải

Độ giãn của lò xo tại VTCB đối với con lắc lò xo đặt nghiêng một góc 37^0 so với phương ngang.

$$k\Delta l_{01} = mg\sin\alpha \Rightarrow \Delta l_{01} = \frac{mg\sin\alpha}{k} \quad (1)$$

Khi tăng thêm góc nghiêng 16^0 thì độ giãn mới tại VTCB là:

$$\Delta l_{02} = \frac{mg}{k}\sin(\alpha + \Delta\alpha) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $\Delta l_{02} - \Delta l_{01} = \frac{mg}{k}\left[\sin(\alpha + \Delta\alpha) - \sin\alpha\right]$

$$\Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g\left[\sin(\alpha + \Delta\alpha) - \sin\alpha\right]}{\Delta l_{02} - \Delta l_{01}} = \frac{10\left(\sin\left(37^o + 16^0\right) - \sin 37^o\right)}{0,02} \approx 100 = \omega^2$$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10rad/s$. **Chọn đáp án B**

Chuyên đề 3

QUÃNG ĐƯỜNG - TỐC ĐỘ TRUNG BÌNH - VẬN TỐC TRUNG BÌNH

CÁC DẠNG TOÁN VỀ QUÃNG ĐƯỜNG

Dạng 1. Quãng đường vật đi được ứng với khoảng thời gian đặc biệt

+ Quãng đường đi trong 1 chu kỳ luôn là 4A; trong 1/2 chu kỳ luôn là 2A
+ Quãng đường đi trong 1/4 chu kỳ khi vật đi từ VTCB đến vị trí biên hoặc ngược lại là A.

VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1:

Một vật dao động điều hòa theo phương trình $x=4\cos\left(2\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$(cm).

Tính quãng đường mà vật đi được trong thời gian 3,5(s)?

A. 39cm B. 15cm C. 56cm D. 32cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Bài toán không cho thời điểm ban đầu t_1 vật ở đâu, vì thế nếu tỉ lệ thời gian không nằm trong trường hợp đặc biệt thì bài toán sẽ đi vào bế tắt. Do đó ta cần xác định tỉ số trên có giá trị nguyên hoặc bán nguyên hay không.

Chu kỳ dao động của vật: T = 1s

Ta lập tỉ số giữa khoảng thời gian để cho với chu kỳ dao động của vật: $\frac{t}{T}=\frac{3,5}{1}=3,5$ (số bán nguyên)

Từ đó ta phân tích: $t = 3T + 0,5T$

+ với thời gian $t_1 = 3T \Rightarrow S_1 = 3.4A = 12A = 48$(cm);
+ với thời gian $t_2 = 0,5T \Rightarrow S_2 = 0,5.4A = 2A = 8$(cm)

$S = S_1 + S_2 = 48 + 8 = 56$(cm). **Chọn đáp án C**

Dạng 2. Quãng đường vật đi được từ thời điểm t_1 đến t_2. $\Delta t = t_2 - t_1$

Tư duy loại này: *trong thời gian T/2 (góc quay trên vòng tròn là: π) vật dđđh sẽ đi được quãng đường là 2A. Ta dễ xác định quãng đường đi được nếu thời gian là nhỏ hơn T/2 (góc quay nhỏ hơn π) dựa vào vòng tròn lượng giác*

Cách làm:

Bước bắt buộc: *tìm vị trí ban đầu: $t = t_1$ tìm x_1 và v_1 (chỉ quan tâm > 0, < 0 hay = 0)*

Cách 1: Tách Δt theo T

- Lập tỷ số $\frac{\Delta t}{T} = n, p = n + 0,p$ với n = 0; 1; 2 .....
- Phân tích thành: $\Delta t = nT + 0,pT$
- Vẽ đường tròn lượng giác, suy ra quãng đường vật đi được là $S = S_1 + S_2$

+ Trong đó S_1 là quãng đường vật đi được trong n.T (chu kỳ) hay $S_1 = n.4A$ và S_2 là quãng đường vật đi được trong thời gian 0,pT.

Để xác định S_2 ta xác định góc quét φ trên vòng tròn $\varphi = \omega.0,pT$ từ đó suy ra S_2.

Cách 2: Tách Δt theo $\frac{T}{2}$

- lập tỉ số: $\frac{\Delta t}{\frac{T}{2}} = n, p = n + 0,p$ với n = 0; 1; 2 .....
- Phân tích thành: $\Delta t = n\frac{T}{2} + 0,p\frac{T}{2}$

Vậy quãng đường vật đi là $S = S_1 + S_2 = n.2A + S_2$

S_2 là quãng đường vật đi được trong thời gian $0,p\frac{T}{2}$ kể từ vị trí x_1, v_1.

Để xác định S_2 ta dùng vòng tròn lượng giác (góc quay từ vị trí ban đầu $\varphi = \omega.0,p\frac{T}{2} = 0,p.\pi$)

Cách 3: Tìm ngay góc quay.

$\frac{\Delta\varphi}{\pi} = \frac{\omega\Delta t}{\pi} = n, p = n + 0,p$ (như vậy để đi hết thời gian Δt trên vòng tròn sẽ quay góc $n\pi + 0,p\pi$)

- khi quay góc nπ vật đi được quãng đường $S_1 = n.2A$
- khi quay góc $\Delta\varphi = \pi.0,p$ từ vị trí ban đầu (x_1, v_1) ta dựa vào vòng trọn lượng giác ta tìm được quãng đường đi là S_2
- vậy quãng đường vật đi được là $S = S_1 + S_2 = n.2A + S_2$

VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 2: ***(Trích đề thi thử chuyên Trần Phú - Thanh Hóa lần 1 năm 2013):*** Một con lắc lò xo gồm một vật nặng m = 100g mắc với lò xo có độ cứng k = 160(N/m) dao động điều hòa giữa hai vị trí biên B và B′ quanh VTCB O (cho $BB' = 16\sqrt{2}$ (cm)). Tính quãng đường vật di chuyển được sau khoảng thời gian $\Delta t = \frac{\pi}{6,4}(s)$, nếu chọn gốc thời gian $t = 0$ lúc vật đi qua VTCB theo chiều dương.

A. 143,8 cm B. 151,6 cm C. 66 cm D. 132,5 cm

Phân tích và hướng dẫn giải

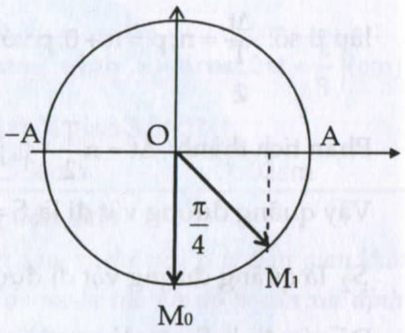
Biên độ dao động: $A = \frac{BB}{2} = \frac{16\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}cm$

Theo bài ra: t = 0 lúc vật đi qua VTCB theo chiều dương chính là điểm M_0

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{160}{0,1}} = 40\ rad/s$

Chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{40} = \frac{\pi}{20}s$

Cách 1: Tách Δt theo T



Ta lập tỉ số giữa khoảng thời gian đề cho với chu kỳ dao động của vật:

$$\frac{t}{T} = \frac{\frac{\pi}{6,4}}{\frac{\pi}{20}} = 3,125$$

Từ đó ta phân tích: $t = 3T + 0,125T$

+ Với thời gian $t_1 = 3T \Rightarrow S_1 = 3.4A = 96\sqrt{2}(cm)$;

+ Với thời gian $t_2 = 0,125T \Rightarrow \varphi = t_2.\omega = 0,125T.\frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{4}(rad)$ từ hình vẽ ta thấy

$S_2 = OA = A.\cos\frac{\pi}{4} = 8(cm)$.

Vậy $S = S_1 + S_2 = 143,8$ (cm)

Cách 2: Tách Δt theo $\frac{T}{2}$

Ta lập tỉ số giữa khoảng thời gian đề cho với nửa chu kỳ dao động của vật:

$$\frac{\Delta t}{\frac{T}{2}} = \frac{\frac{\pi}{6,4}}{\frac{\pi}{2.20}} = 6,25 = 6 + 0,25 \Rightarrow \Delta t = 6\frac{T}{2} + 0,25\frac{T}{2}$$

Vậy quãng đường vật đi là $S = S_1 + S_2 = n.2A + S_2 = 6.2A + S_2$

S_2 là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian $0,25\frac{T}{2}$ kể từ vị trí x_0, v_0.(vị trí vật qua VTCB theo chiều dương)

Góc quay mà vật quay được trong khoảng thời gian $0,25\frac{T}{2}$:

$$\varphi = \omega.0,25\frac{T}{2} = \frac{2\pi}{T}.0,25\frac{T}{2} = \frac{\pi}{4}rad$$

Từ hình vẽ ta thấy $S_2 = OA = A.\cos\frac{\pi}{4} = 8(cm)$.

Vậy $S = S_1 + S_2 = 143,8(cm)$

Cách 3: tìm ngay góc quay

Ta lập tỉ số giữa góc quay được trong khoảng thời gian đề cho với π:

$$\frac{\Delta\varphi}{\pi} = \frac{\omega\Delta t}{\pi} = \frac{40.\frac{\pi}{6,4}}{\pi} = 6,25 = 6 + 0,25 \Rightarrow \Delta\varphi = 6\pi + 0,25.\pi$$

Vậy quãng đường vật đi là $S = S_1 + S_2 = 6.2A + S_2$

S_2 là quãng đường vật quay được $0,25.\pi$ kể từ vị trí x_0, v_0.(vị trí vật qua VTCB theo chiều dương)

Từ hình vẽ ta thấy $S_2 = OA = A.\cos\frac{\pi}{4} = 8(cm)$.

Vậy $S = S_1 + S_2 = 143,8(cm)$. **Chọn đáp án A**

Dạng 3. Tốc độ trung bình của vật đi từ thời điểm t_1 đến t_2: $|v_{tb}| = \frac{S}{t_2 - t_1}$ với S là quãng đường tính như trên.

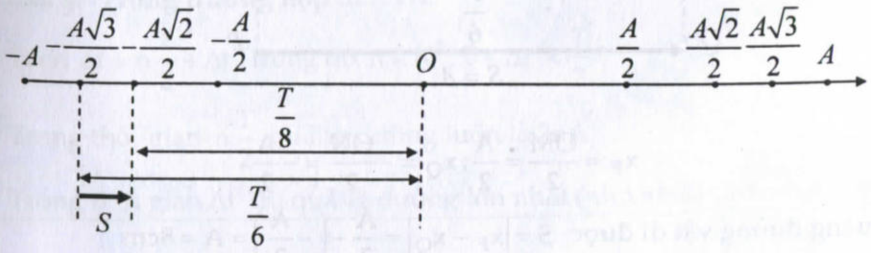
🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hòa theo phương trình $x = 6\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(cm)$. Trong khoảng thời gian ngắn nhất khi vật đi từ vị trí có li độ $x = -3\sqrt{3}$ cm đến vị trí x =3cm, chất điểm có tốc độ trung bình là

A. 16,9cm/s B. 15,7cm/s C. 20cm/s D. 13,2cm/s

Phân tích và hướng dẫn giải

Nhận xét: $x = -3\sqrt{3} = -6.\frac{\sqrt{3}}{2} = -A.\frac{\sqrt{3}}{2}$ và $x = -3 = -6.\frac{1}{2} = -\frac{A}{2}$



Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí $x = -A.\frac{\sqrt{3}}{2}$ đến vị trí $x = -\frac{A}{2}$ là:

$$t_{min}\left(-\frac{A\sqrt{3}}{2} \to -\frac{A}{2}\right) = t_{(-\frac{A\sqrt{3}}{2}\to 0)} - t_{(-\frac{A}{2}\to 0)} = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}(s)$$

Quãng đường tương ứng trong thời gian trên là:

$$S = \left|-\frac{A\sqrt{3}}{2} - (-\frac{A}{2})\right| = \frac{(\sqrt{3}-1)A}{2} = \frac{(\sqrt{3}-1)6}{2} = 3(\sqrt{3}-1)$$

Tốc độ trung bình trong khoảng thời gian trên là:

$$|v_{tb}| = \frac{S}{t} = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{\frac{1}{6}} = 18(\sqrt{3}-1) = 13,2\ cm/s$$

Chọn đáp án D

Dạng 4. Vận tốc trung bình của vật $v_{tb} = \frac{|x_2 - x_1|}{t_2 - t_1}$

🕮 VÍ DỤ MẪU:

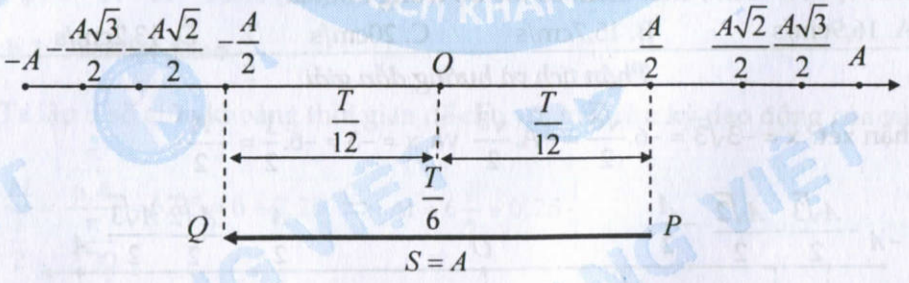
Ví dụ 4: *Chọn câu trả lời đúng*

Một vật dao động điều hòa trên một đoạn thẳng MN với phương trình: $x = 8\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm. Gọi O là trung điểm của MN; P, Q lần lượt là trung điểm của đoạn OM và ON. Vận tốc trung bình của vật trên quãng đường từ P đến Q là:

A. 16 cm/s B. 32 cm/s C. 64 cm/s D. 96 cm/s

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra, ta có: P là trung điểm của OM và Q là trung điểm của ON,



$$x_P = \frac{OM}{2} = \frac{A}{2}; x_Q = -\frac{ON}{2} = -\frac{A}{2}$$

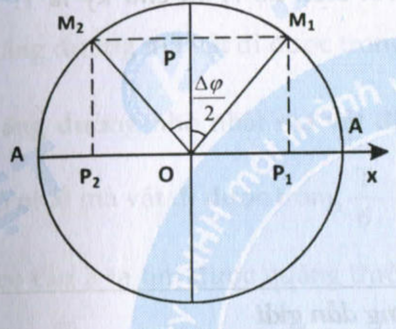
Quãng đường vật đi được: $S = |x_P - x_Q| = \frac{A}{2} - \left(-\frac{A}{2}\right) = A = 8cm$

Thời gian từ P đến Q: $t = t_{\left(\frac{A}{2}\to -\frac{A}{2}\right)} = t_{\left(\frac{A}{2}\to 0\right)} + t_{\left(0\to -\frac{A}{2}\right)} = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = \frac{1}{12}s$

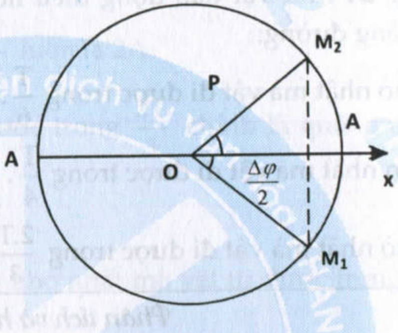
Vậy vận tốc trung bình cần tìm: $v_{TB} = \frac{s}{t} = \frac{8}{\frac{1}{12}} = 96\ cm/s$

Chọn đáp án D

Dạng 5. Bài toán tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian 0 < Δt < T/2.



Hình 1



Hình 2

- Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên nên trong cùng một khoảng thời gian quãng đường đi được càng lớn khi vật ở càng gần VTCB và càng nhỏ khi càng gần vị trí biên.
- Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều. Góc quét $\Delta\varphi = \omega\Delta t$.
- Quãng đường lớn nhất khi vật đi từ M_1 đến M_2 đối xứng qua trục sin
  $$S_{max} = 2A\sin\frac{\Delta\varphi}{2} = 2A\sin\frac{\omega\Delta t}{2}$$
- Quãng đường nhỏ nhất khi vật đi từ M_1 đến M_2 đối xứng qua trục cos
  $$S_{min} = 2A\left(1 - \cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2A\left(1 - \cos\frac{\omega\Delta t}{2}\right)$$
- ***Lưu ý:*** **Trong trường hợp Δt > T/2**

  Tách $\Delta t = n\frac{T}{2} + \Delta t'$ trong đó $n \in N^*$; $0 < \Delta t' < \frac{T}{2}$

+ Trong thời gian $n\frac{T}{2}$ quãng đường luôn là 2nA
+ Trong thời gian Δt′ thì quãng đường lớn nhất (nhỏ nhất) tính như trên.

$$S_{max} = n2A + 2A\sin\frac{\Delta\varphi'}{2} = n2A + 2A\sin\frac{\omega\Delta t'}{2}$$

$$S_{min} = n2A + 2A\left(1-\cos\frac{\Delta\varphi'}{2}\right) = n2A + 2A\left(1-\cos\frac{\omega\Delta t'}{2}\right)$$

+ Tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất của trong khoảng thời gian Δt:

$v_{tb\,max} = \frac{S_{max}}{\Delta t}$ và $v_{tb\,min} = \frac{S_{min}}{\Delta t}$ với S_{max}; S_{min} tính như trên.

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 5: Một vật dao động điều hòa với biên độ A và chu kỳ là T. Tìm quãng đường:

a. Nhỏ nhất mà vật đi được trong $\frac{T}{6}$.

b. Lớn nhất mà vật đi được trong $\frac{T}{4}$.

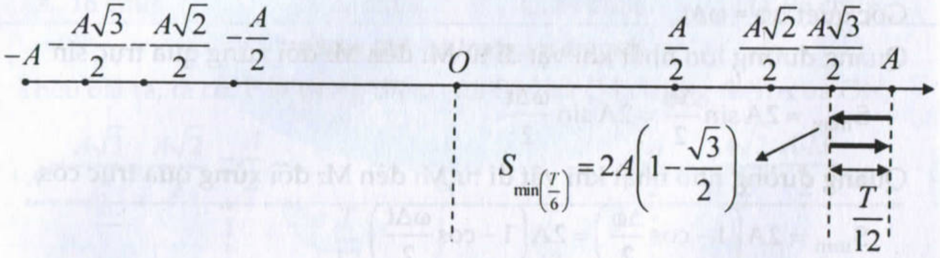
c. Nhỏ nhất mà vật đi được trong $\frac{2.T}{3}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

a. Góc mà vật quét được trong thời gian $\frac{T}{6}$ là: $\Delta\varphi = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T}\frac{T}{6} = \frac{\pi}{3}$

Áp dụng công thức tính S_{min} ta có:

$$S_{min} = 2A\left(1-\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2A\left(1-\cos\frac{\pi}{6}\right) = A\left(2-\sqrt{3}\right)$$

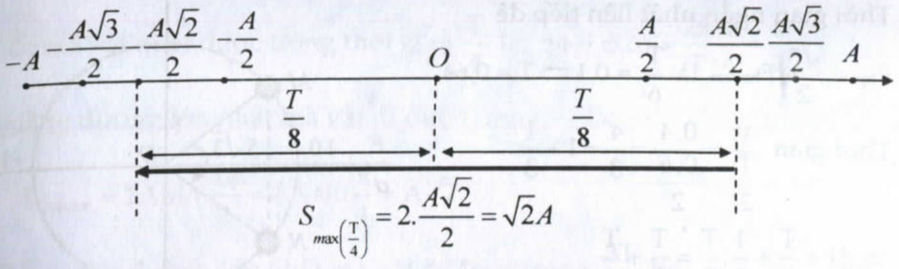

$-A$
$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{A}{2}$
O
$\frac{A}{2}$
$\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$\frac{A\sqrt{3}}{2}$
A
$S_{min\left(\frac{T}{6}\right)} = 2A\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$\frac{T}{12}$

b. Góc mà vật quét được trong thời gian $\frac{T}{4}$ là:

$$\Delta\varphi = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T}\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}$$

Áp dụng công thức tính S_{max} ta có:

$$S_{max} = 2A\sin\frac{\Delta\varphi}{2} = 2A\sin\frac{\pi}{4} = A\sqrt{2}$$


$-A$
$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{A}{2}$
O
$\frac{A}{2}$
$\frac{A\sqrt{2}}{2}$
$\frac{A\sqrt{3}}{2}$
A
$\frac{T}{8}$
$\frac{T}{8}$
$S_{max\left(\frac{T}{4}\right)} = 2.\frac{A\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}A$

c. Do $\Delta t = \frac{2T}{3} > \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6}$

Quãng đường mà vật đi được trong $\frac{T}{2}$ luôn là 2A.

Quãng đường nhỏ nhất mà vật đi được trong $\frac{2T}{3}$ chính là quãng đường nhỏ nhất mà vật đi được trong $\frac{T}{6}$.

Theo câu a ta tìm được quãng đường nhỏ nhất mà vật đi được trong $\frac{T}{6}$ là $A(2-\sqrt{3})$

Vậy quãng đường nhỏ nhất mà vật đi được trong $\frac{2T}{3}$ là:

$$S_{min} = 2A + A(2-\sqrt{3}) = A(4-\sqrt{3})$$

Ví dụ 6: (Trích đề thi tuyển sinh đại học cao đẳng 2012)

Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với cơ năng dao động là 1J và lực đàn hồi cực đại là 10N. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Gọi Q là đầu cố định của lò xo, khoảng thời gian ngắn nhất giữa 2 lần liên tiếp Q chịu tác dụng lực kéo của lò xo có độ lớn $5\sqrt{3}$ N là 0,1s. Quãng đường lớn nhất mà vật nhỏ của con lắc đi được trong 0,4 s là

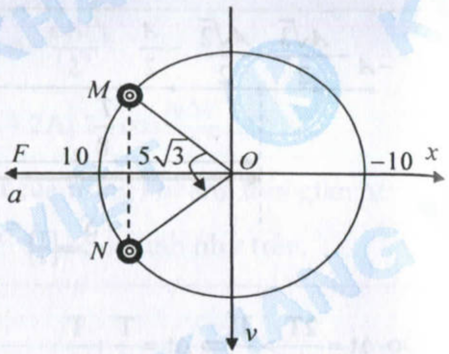
A. 40 cm. B. 60 cm. C. 80 cm. D. 115 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Nhận xét: *Vì lò xo đặt nằm ngang nên lực đàn hồi chính là lực hồi phục. Để bài có để cập đến lực kéo của lò xo, mà lực kéo của lò xo chính là lực đàn hồi vì thế cũng là lực hồi phục.*

Theo bài ra, ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases}\frac{1}{2}kA^2 = 1\\ kA = 10\end{cases} \Rightarrow A = 20\text{ cm.}$$



Thời gian ngắn nhất liên tiếp để $F_{hp}=\frac{\sqrt{3}}{2}F_{hpmax}$ là $\frac{T}{6}=0,1\Rightarrow T=0,6s$

+ Thời gian $\frac{\Delta t}{\frac{T}{2}}=\frac{0,4}{\frac{0,6}{2}}=\frac{4}{3}=1+\frac{1}{3}$

$\Rightarrow \Delta t=\frac{T}{2}+\frac{1}{3}.\frac{T}{2}=\frac{T}{2}+\frac{T}{6}$

- Quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{6}$ là:

$$S_{1max}=2A\sin\frac{\Delta\varphi}{2}=2A\sin\frac{\omega\Delta t}{2}=2A\sin\frac{\frac{2\pi}{T}.\frac{T}{6}}{2}=2A\sin\frac{\pi}{6}=A$$

- Trong thời gian $\frac{T}{2}$ quãng đường luôn là $S=2A$

+ Quãng đường lớn nhất đi được: $S_{max}=S+S_{1max}=2A+A=3A=60cm$

Chọn đáp án B

Ví dụ 7: ***(Trích đề thi thử trường chuyên Lam Sơn Thanh Hóa lần 2 năm 2013):***

Một vật dao động điều hoà với biên độ A và chu kì T. Tốc độ trung bình lớn nhất mà vật đi được trong thời gian $\frac{3T}{4}$ là

A. $\frac{A(8+4\sqrt{2})}{3T}$ B. $\frac{A(4+4\sqrt{2})}{3T}$ C. $\frac{4A(2-\sqrt{2})}{3T}$ D. $\frac{3A(2+\sqrt{2})}{4T}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Để tìm được tốc độ trung bình lớn nhất mà vật đi được trong thời gian $\frac{3T}{4}$.

Ta cần xác định quãng đường lớn nhất ứng với khoảng thời gian trên.

Ta có: $\Delta t=\frac{3T}{4}>\frac{T}{2}\Rightarrow \Delta t=\frac{T}{2}+\frac{T}{4}$

Quãng đường mà vật đi được trong $\frac{T}{2}$ luôn là 2A.

Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong $\frac{3T}{4}$ chính là quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong $\frac{T}{4}$.

Góc mà vật quét được trong thời gian $\frac{T}{4}$ là: $\Delta\varphi=\omega.\Delta t=\frac{2\pi}{T}\frac{T}{4}=\frac{\pi}{2}$

Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong $\frac{T}{4}$ là:

$$S_{1max}=2A\sin\frac{\Delta\varphi}{2}=2A\sin\frac{\pi}{4}=A\sqrt{2}$$

Vậy quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong $\frac{3T}{4}$ là:

$$S_{max}=2A+A\sqrt{2}=A(2+\sqrt{2})$$

Tốc độ trung bình lớn nhất mà vật đi được trong thời gian $\frac{3T}{4}$ là:

$$|v_{TBmax}|=\frac{S}{\Delta t}=\frac{A(2+\sqrt{2})}{\frac{3T}{4}}=\frac{A(8+4\sqrt{2})}{3T}$$

Vậy chọn đáp án A.

Dạng 6. Xác định thời gian vật đi được quãng đường S

Đây là bài toán ngược về dạng toán quãng đường thời gian vì thế để giải tốt dạng toán này thì cần giải bài toán xuôi cho tốt.

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 8: ***(Trích đề thi thử trường chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013):***

Vật dao động với phương trình $x = 4\cos(8\pi t - 2\pi/3)$cm. Thời gian vật đi được quãng đường $S = 2 + 2\sqrt{2}$ cm kể từ lúc bắt đầu dao động là:

A. 1/12 B. 5/66 C. 1/45 D. 5/96

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có vòng tròn lượng giác mô tả chuyển động của vật như hình vẽ:

$t=0\Rightarrow\varphi=-\frac{2\pi}{3}$ nên ban đầu vật ở M.

Từ M vật đi về VTCB theo chiều dương

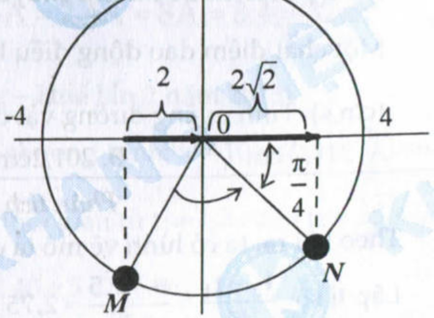
Đã đi được quãng đường 2cm.

Vậy để vật đi được quãng đường:

$S=2+2\sqrt{2}$ thì vật phải dừng lại tại N

Thời gian: $\Delta t=\frac{T}{12}+\frac{T}{8}=\frac{5}{96}(s)$.

Chọn đáp án D



Ví dụ 9: ***(Trích đề thi thử trường chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương lần 2 năm 2013):***

Vật dao động điều hoà theo phương trình $x = 5\cos(10\pi t - \frac{\pi}{2})$(cm). Thời gian vật đi được quãng đường 7,5cm, kể từ lúc t = 0 là:

A. $\frac{1}{15}$s B. $\frac{2}{15}$s C. $\frac{1}{30}$s D. $\frac{1}{12}$s

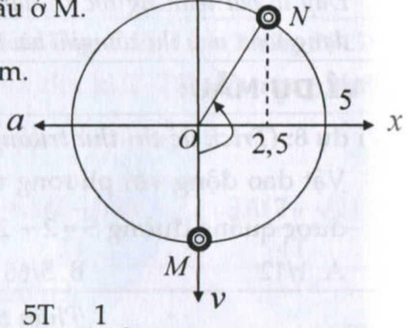
Phân tích và hướng dẫn giải

Cách 1: Giải theo phương trình lượng giác

Vì $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ nên t = 0, vật qua VTCB theo chiều dương, và A = 5cm nên khi vật đi được quãng đường 7,5cm thì lúc đó vật qua li độ x = 2,5cm theo chiều âm tức v < 0, suy ra:

$$2{,}5 = 5\cos(10\pi t - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \cos(10\pi t - \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow 10\pi t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}\text{s}$$

Cách 2: Giải theo vòn tròn lượng giác



Vì t = 0 pha ban đầu $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ nên vật ban đầu ở M.

Từ M vật về biên đi được quãng đường 5 cm.

Để vật đi được 7,5 cm kể từ t = 0 thì vật phải đi thêm 2,5 cm nữa.

Từ hình vẽ ta thấy $x = 2,5\text{cm} = \frac{A}{2}$.

Vậy thời gian cần tìm là:

$$t_{MN} = t_{(0\to A\to \frac{A}{2})} = t_{(0\to A)} + t_{(A\to \frac{A}{2})} = \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{5T}{12} = \frac{1}{12}\text{s}$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 10: **(Trích đề thi thử chuyên Lê Quý Đôn – Quãng Trị lần 1 năm 2013)**

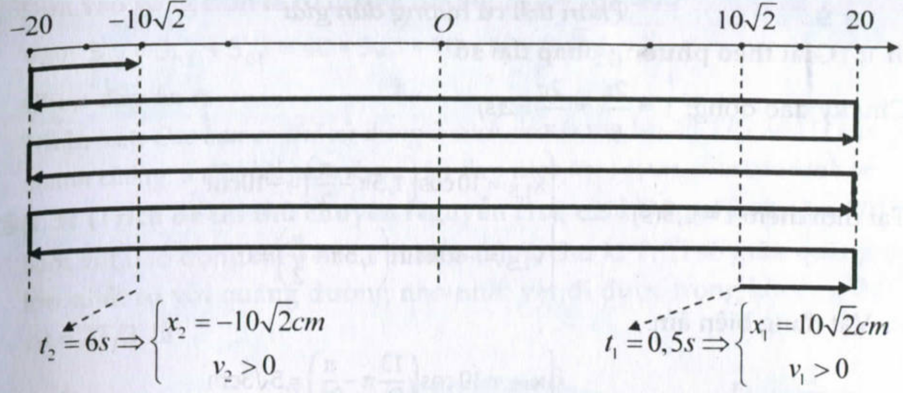
Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình: $x = 20\cos\left(\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$cm (cm,s). Tính quãng đường vật đi được từ thời điểm $t_1 = 0{,}5$s đến $t_2 = 6$s ?

A. 211,7 cm B. 201,2cm C. 101,2cm D. 202,2cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra, ta có hình vẽ mô tả chuyển động của vật như sau:

Lập tỉ số: $\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{6 - 0{,}5}{2} = 2{,}75 = 2{,}5 + 0{,}25 \Rightarrow t_2 - t_1 = 2{,}5T + \frac{T}{4}$


–20
$-10\sqrt{2}$
O
$10\sqrt{2}$
20
x
$t_2 = 6s \Rightarrow \begin{cases} x_2 = -10\sqrt{2}cm \\ v_2 > 0 \end{cases}$
$t_1 = 0,5s \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 10\sqrt{2}cm \\ v_1 > 0 \end{cases}$

Quãng đường vật đi được trong thời gian 2,5T là: $S_1 = 2{,}5.4A = 10A = 200$cm

Quãng đường vật đi được trong thời gian $\frac{T}{4}$ là:

$$S_2 = 2\left(A - \frac{A\sqrt{2}}{2}\right) = 2\left(20 - \frac{20\sqrt{2}}{2}\right) = 40 - 20\sqrt{2}(\text{cm})$$

Vậy tổng quãng đường vật đi được là:

$S = S_1 + S_2 = 200 + 40 - 20\sqrt{2} = 211{,}7$(cm)

Chọn đáp án A

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1. **(Trích đề thi đại học năm 2013):** Một vật nhỏ dao động điều hòa với biên độ 4cm và chu kì 2s. Quãng đường vật đi được trong 4s là:

A. 8 cm B. 16 cm C. 64 cm D.32 cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Số chu kỳ vật dao động trong 4s là: $N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{4}{2} = 2$

Vì số chu kỳ vật dao động trong thời gian 4s là số nguyên N = 2 nên quãng đường vật dao động trong 4s là: $S = N.4A = 2.4A = 8A = 8.4 = 32$cm

Chọn đáp án D

Câu 2: **(Trích đề thi thử chuyên Quốc Học – Huế lần 2 năm 2013)**

Một con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình: $x = 10\cos(\pi t - \frac{\pi}{2})$cm.

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t_1 = 1{,}5$s đến $t_2 = \frac{13}{3}$s là

A. $50 + 5\sqrt{3}$ (cm) B. $40 + 5\sqrt{3}$ (cm)

C. $50 + 5\sqrt{2}$ (cm) D. $60 - 5\sqrt{3}$ (cm)

Phân tích và hướng dẫn giải

Cách 1: Giải theo phương pháp đại số

Chu kỳ dao động: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2(s)$

- Tại thời điểm t = 1,5(s) $\Rightarrow \begin{cases} x_{1,5} = 10\cos\left(1,5\pi - \frac{\pi}{2}\right) = -10cm \\ v_{1,5} = -10\pi\sin\left(1,5\pi - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Vật đang biên âm.

- Tại thời điểm $t = \frac{13}{3}$ (s) $\Rightarrow \begin{cases} x_{\frac{13}{3}} = 10\cos\left(\frac{13}{3}\pi - \frac{\pi}{2}\right) = 5\sqrt{3}cm \\ v_{\frac{13}{3}} = -10\pi\sin\left(\frac{13}{3}\pi - \frac{\pi}{2}\right) > 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Vật đi qua vị trí $x = 5\sqrt{3}cm$ theo chiều dương.

- Số chu kì dao động:

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{t_{\frac{13}{3}} - t_{1,5}}{T} = \frac{\frac{13}{3} - 1,5}{2} = \frac{17}{6.2} = \frac{17}{12} = 1 + \frac{5}{12} \Rightarrow \Delta t = T + \frac{5T}{12}$$

- Vậy thời gian vật dao động là T và $\Delta t' = \frac{5T}{12}$
- Quãng đường tổng cộng vật đi được là: $S_{\Delta t} = S_{nT} + S_{\Delta t'} = S_T + S_{\frac{5T}{12}}$

Với: $S_T = 4A = 4.10 = 40cm$.

$$\text{Vì } \begin{cases} v_{1,5}v_{\frac{13}{3}} \geq 0 \\ \Delta t < \frac{T}{2} \end{cases} \Rightarrow S_{\Delta t'} = \left|x_{\frac{13}{3}} - x_{1,5}\right| = \left|5\sqrt{3} - (-10)\right| = 5\sqrt{3} + 10 \text{ (cm)}$$

- Vậy: $S_{\Delta t} = S_{nT} + S_{\Delta t'} = 40 + 5\sqrt{3} + 10 = 50 + 5\sqrt{3}$ (cm)

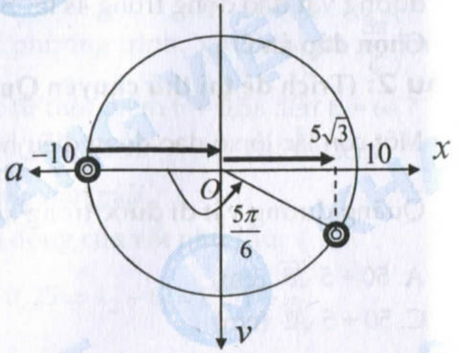
Chọn đáp án A.

Cách 2: Sử dụng vòng tròn lượng giác

Các bước đầu giống cách ở trên, chỉ khác ở việc tìm $S_{\Delta t'}$

- Góc quay được trong khoảng thời gian $\Delta t' = \frac{5T}{12}$:

$$\Rightarrow \Delta\varphi' = \omega.\Delta t' = \frac{2\pi}{T}.\frac{5T}{12} \Rightarrow \Delta\varphi' = \frac{5\pi}{6}$$



Dựa vào vòng tròn ta có quãng đường $S_{\Delta t'} = 10 + 5\sqrt{3}$

Vậy: $S_{\Delta t} = S_{nT} + S_{\Delta t'} = 40 + 5\sqrt{3} + 10 = 50 + 5\sqrt{3}$ (cm)

Chọn đáp án A

Nhận xét: *Các bạn có thể sử dụng 3 cách nêu trong bài **VÍ DỤ MẪU** vẫn giải ra nhanh chóng. ở đây bài toán được giải theo cách trực quan, dựa vào hình vẽ.*

Câu 3: (Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Huệ - Hà Đông lần 2 năm 2013)

Một vật dao động điều hòa với biên độ A, chu kì T. Tỉ số giữa quãng đường lớn nhất so với quãng đường nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\Delta t = 2T/3$ là

A. 3 B. $\left(2 + \sqrt{2}\right)$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{4 - \sqrt{3}}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $\Delta t = \frac{2T}{3} > \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6}$

Quãng đường mà vật đi được trong $\frac{T}{2}$ luôn là 2A.

Quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất mà vật đi được trong $\frac{2T}{3}$ chính là quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất mà vật đi được trong $\frac{T}{6}$.

Góc mà vật quét được trong thời gian $\frac{T}{6}$ là: $\Delta\varphi = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T}\frac{T}{6} = \frac{\pi}{3}$

Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong $\frac{T}{6}$ là:

$$S_{1max} = 2A\sin\frac{\Delta\varphi}{2} = 2A\sin\frac{\pi}{6} = A$$

$$S_{1min} = 2A\left(1 - \cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2A\left(1 - \cos\frac{\pi}{6}\right) = A\left(2 - \sqrt{3}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{S_{max}}{S_{min}} = \frac{2A + S_{1max}}{2A + S_{min}} = \frac{2A + A}{2A + A(2 - \sqrt{3})} = \frac{3}{4 - \sqrt{3}}$$

Chọn đáp án D

Câu 4: (Trích đề thi thử THPT Phúc Trạch – Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Một vật dao động với phương trình $x = 4\sqrt{2}\cos\left(5\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$cm. Quãng đường vật đi từ thời điểm $t_1 = \frac{1}{10}$s đến $t_2 = 6$s là

A. 331,4cm. B. 360cm. C. 337,5cm. D. 333,8cm.

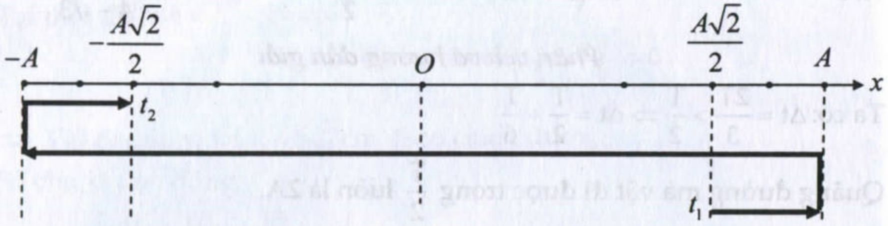
Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có tỉ số giữa khoảng thời gian đề cho với chu kỳ dao động

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{t_2-t_1}{T}=\frac{6-0,1}{0,4}=14,75\Rightarrow \Delta t=14T+\frac{T}{2}+\frac{T}{4}=14T+\Delta t'$$

Khi $t_1=\frac{1}{10}(s)$ thì $\begin{cases}x_1=4\sqrt{2}\cos\left(5\pi.\frac{1}{10}-\frac{3\pi}{4}\right)=4=\frac{A\sqrt{2}}{2}\\ v_1>0\end{cases}$

Khi $t_2=6(s)$ thì $\begin{cases}x_2=4\sqrt{2}\cos\left(5\pi.6-\frac{3\pi}{4}\right)=-4=-\frac{A\sqrt{2}}{2}\\ v_2>0\end{cases}$



Quãng đường vật đi được trong 14T: $S_{14T}=14.4A=56A$

Quãng đường vật đi được trong $\Delta t'=\frac{T}{2}+\frac{T}{4}$:

Dựa vào hình vẽ: $s_{\Delta t'}=2.\left(A-\frac{A\sqrt{2}}{2}\right)+2.A=4A-A\sqrt{2}$

Cuối cùng ta tính được quãng đường vật đi được là:

$S=S_{14T}+S_{\Delta t'}=56A+4A-A\sqrt{2}=60.4\sqrt{2}-4\sqrt{2}.\sqrt{2}=331,4cm.$

Chọn đáp án A

Câu 5: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Một vật dao động điều hòa trên một quỹ đạo là đoạn thẳng dài 12*cm*, với chu kì 2s. Quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian 0,5s là.

A. 9,48cm. B. 8,49cm C. 16,97cm. D. 6cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có 2A = 12cm nên A = 6cm.

Ta có: $0,5s=\frac{T}{4}=2.\frac{T}{8}$.

Vật đi được quãng đường lớn nhất khi đi trong đoạn $\frac{-A}{\sqrt{2}}$ đến $\frac{A}{\sqrt{2}}$

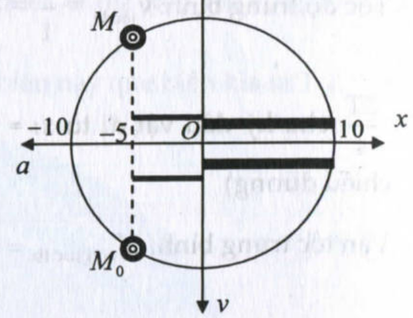
Vậy $S_{max}=A\sqrt{2}=6\sqrt{2}=8,49cm$. **Chọn đáp án B.**

Câu 6: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Một chất điểm dao động với phương trình x = 10cos(2πt – 2π/3)cm (t tính bằng s). Tốc độ trung bình của chất điểm khi nó đi được quãng đường 70cm đầu tiên (kể từ t = 0) là

A. 50cm/s. B. 40cm/s. C. 35cm/s. D. 42cm/s.

Phân tích và hướng dẫn giải



+ t = 0 vật ở vị trí x = –5cm theo chiều dương được xác định bởi điểm M₀.

Sau khi kết thúc 1 chu kỳ vật trở về vị trí ban đầu M_0 vật đi được quãng đường 4A = 40cm, sau đó vật đến biên dương thì đi được quãng đường 15cm. Suy ra còn lại 15cm nữa vật đi đến vị trí M đối xứng với M_0 qua Ox. Thời gian chuyển động của vật khi đó là:

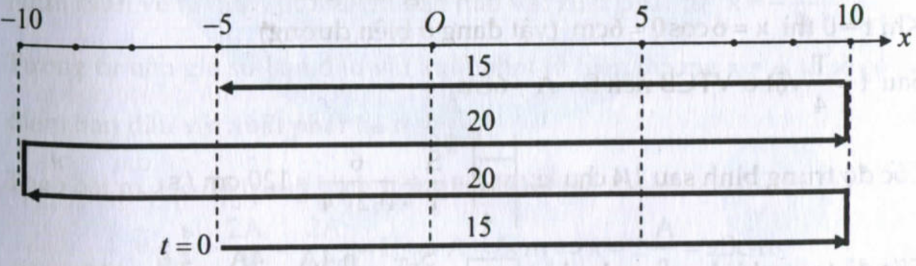
$$t=T+\frac{2T}{3}=\frac{5T}{3}=\frac{5}{3}s$$

Tốc độ trung bình của chất điểm cần tìm: $|v_{TB}|=\frac{S}{t}=\frac{70.3}{5}=42cm/s$

Chọn đáp án D

Sau đây là cách giải nhanh

$t_0=0\Rightarrow\begin{cases}x_0=-5cm\\ v_0>0\end{cases}$



Câu 7: (Trích đề thi thử THPT Nam Đàn 1 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Một vật dao động điều hòa với phương trình x = A.cos(ωt). Tỉ số giữa tốc độ trung bình và vận tốc trung bình khi vật đi được sau thời gian 3T/4 đầu tiên kể từ lúc bắt đầu dao động là

A. 1/3 B. 3 C. 2 D. 1/2

Phân tích và hướng dẫn giải

Vận tốc trung bình: $v_{tb} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$, $\Delta x = x_2 - x_1$ là độ dời. Vận tốc trung bình trong một chu kỳ luôn bằng không. Tốc độ trung bình luôn khác 0: $v_{tb} = \frac{S}{t_2 - t_1}$ trong đó S là quãng đường vật đi được từ t_1 đến t_2.

Tốc độ trung bình: $v_{tocdo} = \frac{S}{t} = \frac{3A}{\frac{3T}{4}} = \frac{4A}{T}$ (1)

$\frac{3T}{4}$ chu kỳ đầu vật đi từ $x_1 = +A$ ($t_1 = 0$) đến $x_2 = 0$ ($t_2 = \frac{3T}{4}$) (VTCB theo chiều dương)

Vận tốc trung bình: $V_{van\ toc\ tb} = \frac{|x_2 - x_1|}{t_2 - t_1} = \frac{|0 - A|}{\frac{3T}{4} - 0} = \frac{4A}{3T}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra kết quả bằng 3.

Chọn đáp án B

Câu 8: (Trích đề thi thử THPT Hồng Lĩnh – Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Một chất điểm đang dao động điều hòa với phương trình $x = 6\cos 10\pi t$(cm). Tốc độ trung bình của chất điểm sau 1/4 chu kỳ tính từ thời điểm bắt đầu dao động và tốc độ trung bình sau 2013 chu kỳ dao động

A. 1,2m/s và 0
B. 2m/s và 1,2m/s
C. 1,2m/s và 1,2m/s
D. 2m/s và 0

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi t = 0 thì $x = 6\cos 0 = 6$cm (vật đang ở biên dương)

Sau $t = \frac{T}{4}$ vật ở VTCB nên S = A = 6cm.

Tốc độ trung bình sau 1/4 chu kì: $\left|\overline{v_{\frac{T}{4}}}\right| = \frac{S}{t} = \frac{6}{0{,}2/4} = 120$ cm / s

Tốc độ trung bình sau n chu kỳ: $\left|\overline{v_{nT}}\right| = \frac{S_{nT}}{t} = \frac{n.4A}{nT} = \frac{4A}{T} = \frac{4.6}{0{,}2} = 120$cm / s

⇒ Tốc độ trung bình sau 2013 chu kỳ:

$\left|\overline{v_{2013T}}\right| = \frac{S_{2013T}}{t} = \frac{2013.4A}{2013T} = \frac{4A}{T} = \frac{4.6}{0{,}2} = 120$cm / s

Chọn đáp án C

Câu 9: (Trích đề thi thử chuyên Asterdam – Hà nội lần 2 năm 2013)

Một chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox có vận tốc bằng 0 tại hai thời điểm liên tiếp $t_1 = 1{,}75$s và $t_2 = 2{,}5$s, tốc độ trung bình trong khoảng thời gian đó là 16cm / s. Toạ độ chất điểm tại thời điểm $t = 0$ là

A. 0 cm
B. −8 cm
C. −4 cm
D. −3 cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là dạng bài toán ngược về tốc độ trung bình vì thế cách giải cũng tương tự như bài toán xuôi.

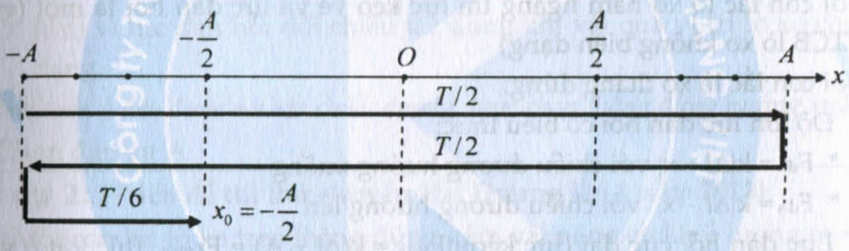
Vận tốc bằng 0 ở hai biên. Thời gian đi từ biên này qua biên kia là T/2.

$\frac{T}{2} = t_2 - t_1 = 2{,}5 - 1{,}75 = 0{,}75 \Rightarrow T = 1{,}5$(s)

Xét $t_1 = 1{,}75\text{s} = 1{,}5\text{s} + 0{,}25\text{s} = T + \frac{T}{6}$.

Khi đó vật có thể ở biên A hoặc −A.

Giả sử khi đó vật ở −A. Xét giai đoạn từ t = 0 đến t_1 (đi ngược lại)



- Nhìn hình vẽ ta thấy, thời điểm ban đầu vật xuất phát từ $x = -\frac{A}{2}$

Tương tự nếu giả sử ban đầu vật xuất phát từ biên dương x = A ta sẽ có thời điểm ban đầu vật xuất phát tại $x = \frac{A}{2}$

Theo bài ra, tốc độ trung bình trong nửa chu kỳ:

$$\overline{v} = \frac{s}{t} = \frac{2A}{\frac{T}{2}} = \frac{2A}{0{,}75} = 16 \Rightarrow A = 6\text{cm} \Rightarrow x = \pm\frac{A}{2} = \pm 3\text{cm}.$$

Chọn đáp án D

Chuyên đề 4

LỰC TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

PHƯƠNG PHÁP

1. Lực kéo về hay lực hồi phục

- Đặc điểm: * Là lực gây dao động điều hòa cho vật.
  * Luôn hướng về VTCB
  * Biến thiên điều hoà cùng tần số với li độ
- Lực làm vật dđđh là lực hồi phục: $F_{hp} = -kx = -m\omega^2x$

  $\Rightarrow$ $\mathbf{F_{hp\,max} = kA = m\omega^2A}$ là lúc vật đi qua các vị trí biên.

  $\mathbf{F_{hp\,min} = 0}$ lúc vật qua VTCB.

2. Lực đàn hồi là lực đưa vật về vị trí lò xo không biến dạng:

Có độ lớn $F_{dh} = k(\Delta l + x)$

(trong công thức này luôn chọn chiều dương là chiều biến dạng của lò xo, $\Delta l > 0$ lò xo bị dãn, $\Delta l < 0$ lò xo bị nén)

* Với con lắc lò xo nằm ngang thì lực kéo về và lực đàn hồi là một (vì tại VTCB lò xo không biến dạng)

* Với con lắc lò xo thẳng đứng:

+ Độ lớn lực đàn hồi có biểu thức:

  * $F_{dh} = k|\Delta l + x|$ với chiều dương hướng xuống

  * $F_{dh} = k|\Delta l - x|$ với chiều dương hướng lên

+ Lực đàn hồi cực đại (lực kéo): $F_{Max} = k(\Delta l + A) = F_{Kmax}$ (lúc vật ở vị trí thấp nhất)

+ Lực đàn hồi cực tiểu:

  * Nếu $A < \Delta l \Rightarrow F_{Min} = k(\Delta l - A) = F_{KMin}$

  * Nếu $A \geq \Delta l \Rightarrow F_{Min} = 0$ (lúc vật đi qua vị trí lò xo không biến dạng)

  Lực đẩy (lực nén) đàn hồi cực đại: $F_{Nmax} = k(A - \Delta l)$ (lúc vật ở vị trí cao nhất)

VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: *(Chuyên bắc ninh lần 3)*

Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo thẳng đứng thì phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hợp lực tác dụng lên vật có độ lớn bằng nhau khi vật ở vị trí lò xo có chiều dài ngắn nhất hoặc dài nhất.

B. Lực đàn hồi luôn cùng chiều với chiều chuyển động khi vật đi về vị trí cân bằng.

C. Với mọi giá trị của biên độ, lực đàn hồi luôn ngược chiều với trọng lực.

D. Lực đàn hồi đổi chiều tác dụng khi vận tốc bằng không.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. (đúng) vì hợp lực tác dụng lên vật có độ lớn là $F = ma$. Tại vị trí lò xo có chiều dài ngắn nhất hoặc dài nhất tương ứng với vật đang ở biên. Gia tốc của vật tại vị trí biên có độ lớn cực đại $a_{max} = \omega^2A$ mà khối lượng của vật trong quá trình dao động không đổi nên hợp lực tác dụng lên vật có độ lớn bằng nhau.

B. (sai) vì lực đàn hồi đổi chiều khi vật qua vị trí lò xo chưa biến dạng vì thế khi vật chuyển động về VTCB phía lò xo chưa biến dạng thì lực đàn hồi sẽ ngược chiều với chiều chuyển động của vật khi vật dao động trong khoảng $(-\Delta l \to 0)$.

C. (sai) vì khi vật dao động với biên độ lớn hơn độ biến dạng của lò xo tại VTCB $(A > \Delta l)$ thì lực đàn hồi (lực nén hay lực đẩy) sẽ cùng chiều với trọng lực khi vật dao động trong khoảng từ $(-A \to -\Delta l)$.

D. (sai) vì lực đàn hồi đổi chiều tác dụng khi vật qua vị trí lò xo chưa biến dạng.

(bài toán ở đây được xét khi chiều dương được chọn thẳng đứng hướng xuống)

Chọn đáp án A

Ví dụ 2: (Trích đề thi thử chuyên Hải Dương lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nặng có khối lượng m = 100g và lò xo khối lượng không đáng kể. Chọn gốc toạ độ ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng lên. Biết con lắc dao động theo phương trình: $x = 4\cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$cm. Lấy g = 10m/s². Độ lớn lực đàn hồi tác dụng vào vật tại thời điểm vật đã đi quãng đường 3cm (kể từ thời điểm ban đầu) là

A. 1,1N B. 1,6N C. 0,9N D. 2N

Phân tích và hướng dẫn giải

Với các bài tập về việc tìm độ lớn lực đàn hồi của lò xo treo thẳng đứng hay đặt nằm ngang hay nghiêng thì việc làm bắt buộc là tìm độ giãn của lò xo đối với vị trí lò xo chưa biến dạng. Vì thế cách vẽ hình là tốt nhất vì khi vẽ hình chúng ta nhìn được một cách trực quan hơn.

Sau đây là hình vẽ và lời giải chi tiết bài toán:

Độ biến dạng tại VTCB: $\Delta l = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{100} = 0{,}1\text{m} = 10\text{cm}$

Tại thời điểm ban đầu vật có li độ $x_0 = 2cm$ và đang chuyển động theo chiều âm (điểm M) như hình vẽ.

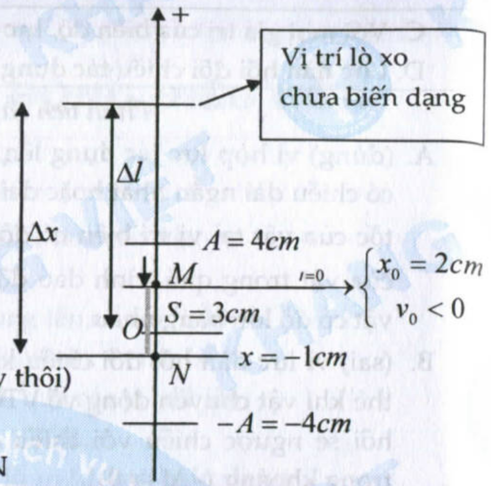
Vật đi được quãng đường 3cm kể từ thời điểm ban đầu ứng với vật chuyển động từ vị trí $x_0 = 2cm$ đến vị trí $x = -1cm$ (điểm N).

Tại vị trí $x = -1cm$ thì độ biến dạng của lò xo là $\Delta x = 10 + 1 = 11cm$

(đây chỉ là việc cộng độ dài thuần túy thôi)

Vậy độ lớn lực đàn hồi cần tìm:

$F = k\Delta x = \omega^2 m\Delta x = 100.0,1.0,11 = 1,1N$


+
Vị trí lò xo chưa biến dạng
Δl
Δx
A = 4cm
M
t=0
$\begin{cases} x_0 = 2cm \\ v_0 < 0 \end{cases}$
S = 3cm
O
x = −1cm
N
−A = −4cm

Vậy chọn đáp án A

Cách trình bày là để các bạn tham khảo nhằm nắm rõ được phương pháp, còn khi làm bài toán này không quá 30 giây. Nếu nắm được rồi các bạn hãy thử một ví dụ dưới đây để kiểm chứng.

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nặng khối lượng m=100g và lò xo khối lượng không đáng kể. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng lên trên, con lắc dao động với phương trình $x = 4\cos\left(10t - \frac{2\pi}{3}\right)cm$. Lấy $g = 10m/s^2$. Độ lớn lực đàn hồi tác dụng vào vật nặng tại thời điểm vật đã đi được quãng đường 3cm kể từ lúc t = 0 là:

A. 0,9N B. 1,2N C. 1,6N D. 2N

Phân tích và hướng dẫn giải

Độ biến dạng tại VTCB:

$$\Delta l = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{100} = 0,1m = 10cm$$

$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -2cm \\ v_0 > 0 \end{cases}$$

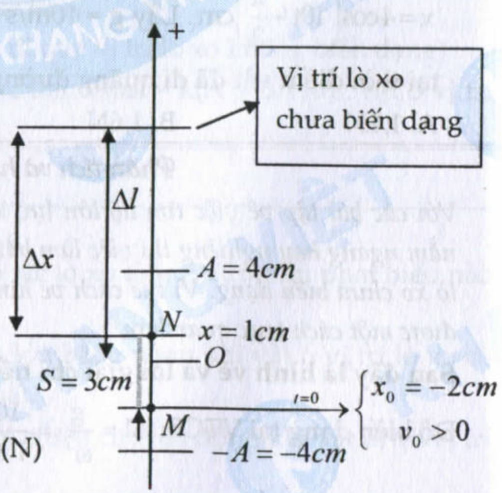
Vật bắt đầu dao động tại M lực đàn hồi cần tính là tại N

Độ biến dạng của lò xo tại N:

$\Delta x = 10 - 1 = 9cm$

Lực đàn hồi cần tìm

$F = k.\Delta x = \omega^2 m\Delta x = 100.0,1.0,09 = 0,9(N)$


+
Vị trí lò xo chưa biến dạng
Δl
Δx
A = 4cm
N
x = 1cm
O
S = 3cm
t=0
$\begin{cases} x_0 = -2cm \\ v_0 > 0 \end{cases}$
M
−A = −4cm

Chọn đáp án A

Ví dụ 4: (Trích đề thi thử chuyên Thiệu Hóa Thanh Hóa lần 2 năm 2013) Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với tần số góc ω = 20 rad/s tại vị trí có gia tốc trọng trường $g = 10m/s^2$, khi qua vị trí $x = 2cm$, vật có vận tốc $v = 40\sqrt{3}$ cm/s. Lực đàn hồi cực tiểu của lò xo trong quá trình dao động có độ lớn

A. 0,1(N) B. 0(N) C. 0,2(N) D. 0,4(N)

Phân tích và hướng dẫn giải

Để tính lực đàn hồi cực đại thì chúng ta không có gì phải lo lắng, chỉ việc dùng công thức: $F_{max} = k|\Delta l + A|$ *vì thế chỉ cần tìm* Δl *và* A. *Nhưng ở đây đề bài hỏi lực đàn hồi cực tiểu vì thế việc tìm* Δl *và* A *là chưa đủ mà cần so sánh giá trị hai đại lượng trên. Nếu* $\left[\begin{array}{l} A \ge \Delta l \Rightarrow F_{min} = 0 \\ A < \Delta l \Rightarrow F_{min} = k(\Delta l - A) \end{array}\right.$

Tìm độ biến dạng của lò xo tại VTCB: $\Delta l = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{20^2} = 0,025m = 2,5cm$

Tìm biên độ từ hệ thức độc lập: $A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{2^2 + \frac{(40\sqrt{3})^2}{20^2}} = 4cm$

Từ kết quả thu được ta có ngay: $A > \Delta l \Rightarrow F_{min} = 0$

Chọn đáp án B

Sở dĩ có được điều này mà không cần tính toán là do trong quá trình dao động, vật nặng của con lắc đã đi qua vị trí lò xo không biến dạng mà tại vị trí này thì lực đàn hồi không có hay có thể nói lực đàn hồi tại vị trí này bằng không.

Ví dụ 5: (Trích đề thi thử chuyên Hồng Lĩnh Hà tĩnh lần 1 năm 2013) Treo vật m = 100g vào lò xo có độ cứng k rồi kích thích cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Trong quá trình dao động người ta thấy tỉ số độ lớn lực đàn hồi cực đại và cực tiểu bằng 3. Lấy $g = 10m/s^2$. Biết ở VTCB lò xo giãn 8cm. Khi tốc độ của vật có giá trị bằng một nửa tốc độ cực đại thì độ lớn của lực phục hồi lúc đó bằng

A. 0,5N. B. 0,36N. C. 0,25N. D. 0,43N.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo lý luận từ bài trên thì lực đàn hồi có hai giá trị:

$\left[\begin{array}{l} A \ge \Delta l \Rightarrow F_{min} = 0 \\ A < \Delta l \Rightarrow F_{min} = k(\Delta l - A) \end{array}\right.$ *tuy nhiên ở bài này tỉ số độ lớn lực đàn hồi cực đại và cực tiểu bằng 3 có nghĩa mẫu thức chứa lực đàn hồi cực tiểu phải khác không vì thế trong trường hợp này* $A < \Delta l \Rightarrow F_{min} = k(\Delta l - A)$.

Theo bài ra ta có: $\frac{F_{max}}{F_{min}} = \frac{k(\Delta l + A)}{k(\Delta l - A)} = \frac{(\Delta l + A)}{(\Delta l - A)} = 3 \Rightarrow A = \frac{\Delta l}{2} = \frac{8}{2} = 4cm$

Khi: $v = \frac{v_{max}}{2} \Leftrightarrow \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{\omega A}{2} \Rightarrow x = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Lực phục hồi khi đó: $F = k|x| = \frac{mg}{\Delta l}.\frac{A\sqrt{3}}{2} = \frac{0,1.10}{0,08}.\frac{0,04\sqrt{3}}{2} = 0,43N$

Vậy chọn đáp án D

Ví dụ 6: (Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo treo thẳng đứng tại một nơi có gia tốc rơi tự do $g = 10m/s^2$, có độ cứng của lò xo k = 50N/m. Khi vật dao động thì lực kéo cực đại và lực nén cực đại của lò xo lên giá treo lần lượt là 8N và 4N. Vận tốc cực đại của vật là:

A. $60\sqrt{10}$ cm/s. B. $60\sqrt{5}$ cm/s. C. $40\sqrt{5}$ cm/s. D. $40\sqrt{10}$ cm/s.

Phân tích và hướng dẫn giải

Như ta biết: *Lực đàn hồi là lực mà lò xo tác dụng lên giá treo. Vì thế lực đàn hồi đóng vai trò lực kéo cực đại khi vật ở biên dưới (biên dương nếu chiều dương hướng xuống) và lực đàn hồi đóng vai trò lực nén cực đại khi vật ở biên trên (biên âm nếu chiều dương hướng xuống)*

Theo bài ra ta có: $\frac{F_{Kmax}}{F_{Nmax}} = \frac{k(\Delta l + A)}{k(A - \Delta l)} = \frac{(\Delta l + A)}{(A - \Delta l)} = \frac{8}{4} = 2 \Rightarrow \Delta l = \frac{A}{3}$

Thay vào lực kéo cực đại:

$$F_{K\,max} = k(\Delta l + A) = k\left(\frac{A}{3} + A\right) \Rightarrow A = \frac{3F_{K\,max}}{4k} = \frac{3.8}{4.50} = 0,12m = 12cm$$

$$\Rightarrow \Delta l = 4cm \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = \sqrt{\frac{10}{0,04}} = 5\sqrt{10}rad/s$$

Vận tốc cực đại của vật: $v_{max} = \omega.A = 5\sqrt{10}.12 = 60\sqrt{10}cm$

Vậy chọn đáp án A

Ví dụ 7: (Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ A = 4 cm, khối lượng của vật m = 400g. Giá trị lớn nhất của lực đàn hồi tác dụng lên vật là 6,56 N. Cho $\pi^2 = 10$; $g = 10m/s^2$. Chu kỳ dao động của vật là:

A. 0,75 s. B. 0,25 s C. 0,5 s. D. 1,5 s.

Phân tích và hướng dẫn giải

Muốn tìm chu kỳ dao động của vật gắn vào lò xo treo thẳng đứng, ngoài việc áp dụng công thức $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ta còn có thêm công thức nữa mà ý nghĩa rất hay đó là: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$ có nghĩa là chỉ cần đo độ biến dạng của lò xo tại VTCB là có được chu kỳ. (đo thời gian bằng thước đo độ dài) vì thế việc làm quyết định là phải tìm được Δl.

Tại VTCB ta có: $F_{dh} = P \Leftrightarrow k\Delta l = mg \Rightarrow k = \frac{mg}{\Delta l}$

Lực đàn hồi cực đại: $F_{dh\,max} = k.(\Delta l + A) = \frac{mg}{\Delta l}.(\Delta l + A)$

$$\Leftrightarrow \Delta l = \frac{mgA}{F_{dh\,max} - mg} = \frac{0,4.10.0,04}{6,56 - 0,4.10} = 0,0625m$$

Vậy chu kỳ dao động của vật: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,0625}{10}} = 0,5(s)$

Vậy chọn đáp án C

Ví dụ 8: (Trích đề thi thử Nam Đàn 1 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo nằm ngang với $F_{dh\,max} = 2$ (N) và E = 0,1 (J) .Thời gian trong một chu kỳ lực đàn hồi là lực kéo và không nhỏ hơn 1 (N) là 0,1 (s). Tốc độ lớn nhất của vật là

A. 209,44 (cm/s) B. 20,944 (cm/s)

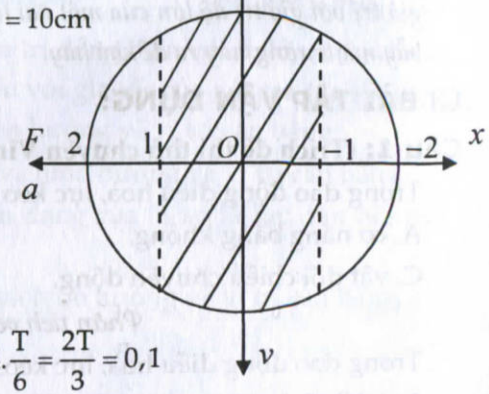
C. 20,944 (m/s) D. 290,44 (cm/s)

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có:

$$\frac{F_{dhMax}}{E} = \frac{kA}{\frac{1}{2}kA^2} = \frac{2}{A} = \frac{2}{0,1} \Rightarrow A = 0,1m = 10cm$$

$$\left.\begin{matrix} F_{dh} = 1N \\ F_{dhMax} = 2N \end{matrix}\right\} \Rightarrow F_{dh} = \frac{F_{dhMax}}{2}$$



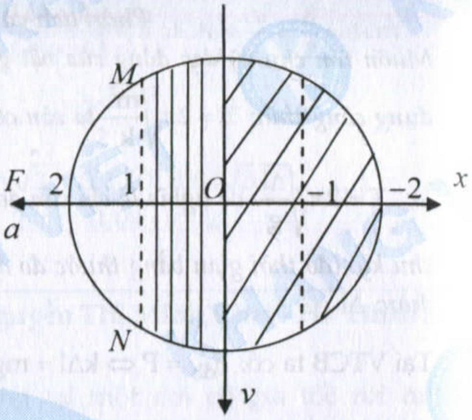
Ta có vòng tròn lượng giác biểu diễn mối liên hệ giữa hai lực trên

$$\Delta t = 4t_{(F_{dh} = 1N \to F_{dhMax} = 2N)}$$

$$= 4t_{\left(\frac{F_{dhMax}}{2} \to F_{dhMax}\right)} = 4t_{\left(\frac{A}{2} \to A\right)} = 4.\frac{T}{6} = \frac{2T}{3} = 0,1$$

$\Rightarrow T = 0,15(s) \Rightarrow \omega = \dfrac{40\pi}{3}\text{rad / s}$

$\Rightarrow v_{max} = \omega A = \dfrac{40\pi}{3}.10 = 418,88\text{cm / s}$



Đáp số không có trong đáp án vì thế đã có nhầm lẫn chỗ nào đó khi khai thác giả thiết bài cho.

Điều nhầm lẫn ở đây chính là việc ta đã dùng độ lớn của lực đàn hồi trong trường hợp này là lực kéo về.

Mà ta đã biết, lực kéo về là lực dao động điều hòa vì thế giá trị có thể âm hoặc dương. theo bài ra: *Thời gian trong một chu kỳ lực đàn hồi là lực kéo và không nhỏ hơn 1(N) là 0,1(s)* nghĩa là chỉ xét giá trị dương của lực chứ không phải xét về giá trị độ lớn vì thế ta có hình vẽ mô tả điều này như sau: phần phía bên phải trục tung (trục vận tốc) bị loại bỏ, nửa phần bên trái trục tung cũng bị loại bỏ. Phần thời gian để bài cho là khoảng thời gian vật đi từ M đến N. Vậy ta có:

$$\Delta t = t_{(M\to N)} = 2t_{(F_{dh}=1N\to F_{dhMax}=2N)} = 2t_{\left(\frac{F_{dhMax}}{2}\to F_{dhMax}\right)}$$

$$= 2t_{\left(\frac{A}{2}\to A\right)} = 2.\frac{T}{6} = \frac{T}{3} = 0,1$$

$$\Rightarrow T = 0,3(s) \Rightarrow \omega = \frac{20\pi}{3}\text{rad / s} \Rightarrow v_{max} = \omega A = \frac{20\pi}{3}.10 = 209,44\text{cm / s}$$

Vậy chọn đáp án A

Nhận xét: *qua bài này chúng ta đã có sự hiểu biết nhất định về việc phân biệt giữa giá trị với giá trị độ lớn của một đại lượng nào đó dao động điều hòa. Đây là cái bẫy mà trường này ra đề khá hay.*

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: (Trích đề thi thử chuyên Vĩnh Phúc lần 1 năm 2013)

Trong dao động điều hoà, lực kéo về đổi chiều khi

A. cơ năng bằng không.
B. vận tốc bằng không.
C. vật đổi chiều chuyển động.
D. gia tốc bằng không.

Phân tích và hướng dẫn giải

Trong dao động điều hoà, lực kéo về đổi chiều khi

A. **(sai)** vì cơ năng trong dao động điều hòa bảo toàn và luôn là hằng số.

B. **(sai)** vì vận tốc bằng không (tại vị trí biên) thì làm vật đổi chiều chuyển động, không phải lực kéo về đổi chiều.

C. **(sai)** vì vật đổi chiều chuyển động khi vận tốc bằng không (tại vị trí biên).

D. **(đúng)** vì gia tốc bằng không tại VTCB mà tại VTCB thì lực kéo về đổi chiều.

Vậy chọn đáp án D

Câu 2: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Một vật nhỏ có khối lượng 150g dao động điều hoà trên trục Ox. Biết vận tốc cực đại và gia tốc cực đại của vật có độ lớn lần lượt bằng 80cm/s và 16m/s². Độ lớn lực kéo về cực đại tác dụng lên vật là

A. 12 N.
B. 24 N.
C. 2,4 N.
D. 0,12 N.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $\dfrac{a_{max}}{v_{max}} = \dfrac{\omega^2 A}{\omega A} = \dfrac{16}{0,8} = 20 = \omega$

Biên độ dao động của vật: $A = \dfrac{v_{max}}{\omega} = \dfrac{80}{20} = 4\text{cm}$

Độ lớn lực kéo về cực đại: $F_{max} = kA = \omega^2 mA = 20^2.0,15.4.10^{-2} = 2,4\text{N}$

Chọn đáp án C

Câu 3: (Trích đề thi thử chuyên Đại Học Vinh lần 1 năm 2013)

Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo, lực phục hồi tác dụng lên vật

A. có giá trị đồng biến với li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.

B. có giá trị nghịch biến với li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.

C. độ lớn tỉ lệ thuận với độ biến dạng của lò xo.

D. có giá trị nghịch biến với li độ và luôn hướng ra xa vị trí cân bằng.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. **(đúng)** vì lực phục hồi được tính theo công thức : $\begin{cases} \vec{F} = -k\vec{x} = m\vec{a} & (1) \\ F = k|x| = m|a| & (2) \end{cases}$

(2) cho ta kết quả : lực phục hồi có giá trị đồng biến với li độ và (1) cho ta kết quả : lực phục hồi luôn cùng chiều với gia tốc của vật mà gia tốc luôn hướng về VTCB nên lực hồi phục luôn hướng về vị trí cân bằng.

B. **(sai)** vì có giá trị **đồng biến** với li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.

C. **(sai)** vì độ lớn tỉ lệ thuận với độ biến dạng của lò xo là lực đàn hồi của lò xo.

D. **(sai)** vì có giá trị **đồng biến** với li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.

Vậy chọn đáp án A

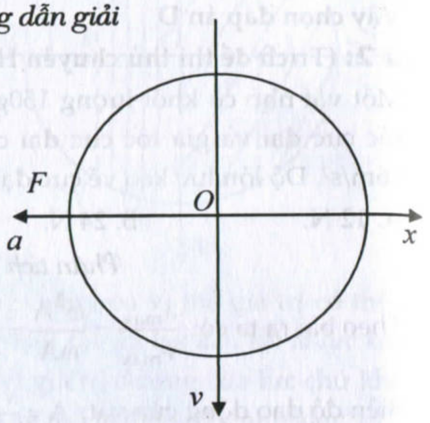
Câu 4: (Trích đề thi thử Thuận Thành số 3 – Bắc Ninh lần 1 năm 2013)

Hãy chọn phát biểu sai? Trong dao động điều hòa của chất điểm lực kéo về

A. ngược pha với li độ. B. vuông pha với vận tốc.

C. luôn hướng về vị trí cân bằng. D. ngược pha với gia tốc.

Phân tích và hướng dẫn giải



Với dạng bài toán kiểu này chỉ cần vòng tròn lượng giác là giải quyết chính xác và nhanh gọn nhất. Chỉ cần nhìn vào mũi tên trong hình là chúng ta biết được sự liên hệ giữa các pha với nhau.

A. ngược pha với li độ **(đúng)** vì hai mũi tên F và x ngược nhau.

B. vuông pha với vận tốc **(đúng)** vì hai mũi tên F và v vuông nhau.

C. luôn hướng về vị trí cân bằng **(đúng)** vì hai mũi tên F và a cùng chiều mà a luôn hướng về VTCB nên F luôn hướng về VTCB.

D. ngược pha với gia tốc **(sai)** vì hai mũi tên F và a cùng chiều nên F và a cùng pha.

Vậy chọn đáp án D

Câu 5: (Trích đề thi thử Hương Sơn – Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo gồm một lò xo nhẹ nằm ngang có độ cứng K và vật nặng có khối lượng m dao động điều hoà trên trục 0x. Khi vật từ vị trí cân bằng ra vị trí biên dương. Kết luận nào sau đây **đúng**

A. Lực đàn hồi tác dụng lên vật giảm dần

B. Lực đàn hồi tác dụng lên vật không đổi

C. Lực đàn hồi tác dụng lên vật tăng dần

D. Lực đàn hồi tác dụng lên vật cùng chiều với chiều chuyển động của vật

Phân tích và hướng dẫn giải

Con lắc lò xo nằm ngang nên lực đàn hồi chính là lực kéo về và tỉ lệ với li độ vì thế khi vật từ vị trí cân bằng ra vị trí biên dương thì li độ tăng dần đến lực kéo về tăng. Vậy

A. Lực đàn hồi tác dụng lên vật giảm dần (sai) vì tăng dần

B. Lực đàn hồi tác dụng lên vật không đổi (sai) vì thay đổi và tăng dần

C. Lực đàn hồi tác dụng lên vật tăng dần (đúng) theo lý luận trên

D. Lực đàn hồi tác dụng lên vật ngược chiều với chiều chuyển động của vật

Chọn đáp án C

Câu 6: Một con lắc dao động điều hòa với chu kì $T = \frac{\pi}{5\sqrt{5}}$ (s). Khi vật đi qua VTCB thì vận tốc của vật là: $v_{max} = 60\sqrt{5}$ cm/s. Tính tỉ số giữa lực kéo cực đại và lực nén cực đại. Lấy $g = 10m/s^2$

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Phân tích và hướng dẫn giải

Tính tỉ số giữa lực kéo cực đại và lực nén cực đại chính là tỉ số giữ độ giãn cực đại và độ nén cực đại của lò xo trong quá trình dao động.

Từ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{1}{500}$; $\omega = 2\pi/T = 10\sqrt{5}$ (rad/s)

$$v_{max} = \omega A \Rightarrow A = \frac{v_{max}}{\omega} = 6\ (cm).$$

Độ giãn của lò xo khi vật ở VTCB

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{10}{500} = 0,02\ (m) = 2\ (cm)$$

Suy ra Độ giãn cực đại của lò xo $\Delta l_{gianmax} = A + \Delta l_0 = 8$ (cm)

Độ nén cực đại của lò xo $\Delta l_{nenmax} = A - \Delta l_0 = 4$ (cm)

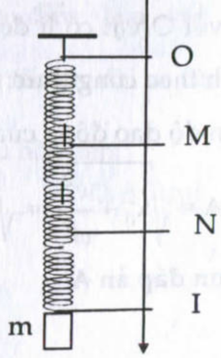
Do đó $\frac{F_{K\,max}}{F_{N\,max}} = \frac{\Delta l_{K\,max}}{\Delta l_{N\,max}} = 2.$

Chọn đáp án A

Câu 7 (Trích đề thi đại học năm 2013): Gọi M, N, I là các điểm trên một lò xo nhẹ, được treo thẳng đứng ở điểm O cố định. Khi lò xo có chiều dài tự nhiên thì OM = MN = NI = 10cm. Gắn vật nhỏ vào đầu dưới I của lò xo và kích thích để vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Trong quá trình dao động, tỉ số độ lớn lực kéo lớn nhất và độ lớn lực kéo nhỏ nhất tác dụng lên O bằng 3; lò xo giãn đều; khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm M và N là 12 cm. Lấy $\pi^2 = 10$. Vật dao động với tần số là

A. 2,9 Hz. B. 3,5 Hz.

C. 1,7 Hz. D. 2,5 Hz.



Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta thấy trong quá trình dao động, lò xo luôn bị giãn vì thế biên độ dao động $A < \Delta l_0$

$$\frac{F_{max}}{F_{min}} = \frac{\Delta l_0 + A}{\Delta l_0 - A} = 3 \Rightarrow \Delta l_0 = 2A$$

$$MN_{max} = \frac{L_{max}}{3} = \frac{l_0 + \Delta l_0 + A}{3} = \frac{l_0 + 2A + A}{3} = 12 \Rightarrow A = \frac{36 - 30}{3} = 2cm$$

Suy ra: $\Delta l_0 = 2A = 4cm$

Vật dao động với tần số: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi^2}{0,04}} = 2,5Hz$

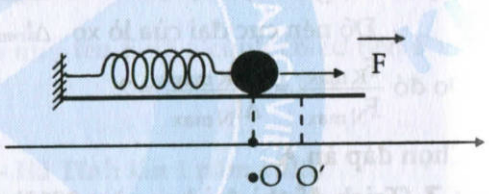
Chọn đáp án D

Câu 8 (Trích đề thi đại học năm 2013): Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng 100g và lò xo có độ cứng 40 N/m được đặt trên mặt phẳng ngang không ma sát. Vật nhỏ đang nằm yên ở vị trí cân bằng, tại t = 0, tác dụng lực F = 2N lên vật nhỏ (hình vẽ) cho con lắc dao động điều hòa đến thời điểm $t = \frac{\pi}{3}$ s thì ngừng tác dụng lực F. Dao động điều hòa của con lắc sau khi không còn lực F tác dụng có giá trị biên độ **gần giá trị nào nhất** sau đây?

A. 9 cm. B. 11 cm. C. 5 cm. D. 7 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi O là VTCB khi không có lực F tác dụng. Khi có lực F tác dụng VTCB là O′ cách O một đoạn



$OO' = \frac{F}{k} = \frac{2}{40} = 0,05$ m = 5cm

Chu kì dao động của con lắc: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10}$ (s); ω = 20 rad/s

Lúc có lực F tác dụng vật dao động với biên độ $A_1 = OO' = 5cm$. Khi t = 0 vật ở biên độ âm. Khi lực F ngừng tác dụng $t = \frac{\pi}{3}s = 3T + \frac{T}{3}$ vật có li độ (so với O′): $x_1 = \frac{A_1}{2} = 2,5$ cm.

So với O vật có li độ $x_0 = OO' + x_1 = 7,5cm$. Khi đó vật có tốc độ được xác định theo công thức: $v = \omega\sqrt{A_1^2 - x_1^2} = 50\sqrt{3}$ cm/s

Biên độ dao động của vật sau khi lực F ngừng tác dụng

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{7,5^2 + \frac{7500}{400}} = 5\sqrt{3}\ cm = 8.66cm.$$

Chọn đáp án A

Chuyên đề 5

NĂNG LƯỢNG TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

1. Kiến thức cần nhớ:

Phương trình dao động có dạng: x = Acos(ωt + φ) m

Phương trình vận tốc: v = –Aωsin(ωt + φ) m/s

a) **Thế năng**: $W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)$

b) **Động năng**: $W_đ = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi)$;

với $k = m\omega^2$

c) **Cơ năng**: $W = W_t + W_đ = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$.

+ $W_t = W - W_đ$

+ $W_đ = W - W_t$

Khi $W_t = W_đ \Rightarrow x = \pm\frac{A\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$ Khoảng thời gian để $W_t = W_đ$ là: $\Delta t = \frac{T}{4}$

Khi $W_đ = nW_t \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{n+1}}A$

+ Thế năng và động năng của vật biến thiên tuần hoàn với cùng tần số góc ω′ = 2ω, tần số dao động f′ = 2f và chu kì T′ = T/2.

Chú ý: Khi tính năng lượng phải đổi khối lượng về kg, vận tốc về m/s, li độ về mét

VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Một vật có khối lượng m = 100g dao động điều hòa với tỷ số $\left(\frac{a_{max}}{\omega}\right)^2 = 0,2\left(\frac{m^2}{s^2}\right)$, trong đo a_{max}, ω lần lượt là gia tốc cực đại và tần số góc dao động của vật. Tính cơ năng của vật dao động điều hòa trên:

A. 0,01J. B. 0,004J. C. 0,004mJ. D. 0,01mJ.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $\left(\frac{a_{max}}{\omega}\right)^2 = \left(\frac{\omega^2 A}{\omega}\right)^2 = (\omega A)^2 = 0,2\left(\frac{m^2}{s^2}\right)$

Cơ năng của vật: $W=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}m(\omega A)^2=\frac{1}{2}.0,1.0,2=0,01J$

Chọn đáp án A

Ví dụ 2: (Chuyên Đức Thọ Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Hai vật có khối lượng bằng nhau được gắn vào hai lò xo giống nhau đặt nằm ngang dao động trên hai đường thẳng song song cạnh nhau có cùng vị trí cân bằng. Ban đầu hai vật được kéo ra ở cùng một vị trí, người ta thả nhẹ cho vật 1 chuyển động, khi vật 1 đi qua vị trí cân bằng thì người ta bắt đầu thả nhẹ vật 2. Hai vật dao động điều hoà với cơ năng là $4\sqrt{3}$ J. Khi vật 1 có động năng là $\sqrt{3}$ J thì thế năng của vật 2 bằng

A. $\sqrt{3}$ J B. $3\sqrt{3}$ J C. 2J D. $2\sqrt{3}$ J

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi phương trình dao động của con lắc 1 là: $x_1 = A\cos\omega t$ (cm)

Khi đó phương trình dao động của con lắc 2 là: $x_2 = A\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

(Vì pha dao động của con lắc 2 chậm $\frac{\pi}{2}$)

Động năng con lắc 1:

$$W_d = W\sin^2\omega t = 4\sqrt{3}\sin^2\omega t = \sqrt{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\sin\omega t = \frac{1}{2}\\ \sin\omega t = -\frac{1}{2}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\omega t = \frac{\pi}{6}+k\pi\\ \omega t = -\frac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$$

Thế năng con lắc 2:

$$W_{t_2} = W\cos^2\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) = 4\sqrt{3}\cos^2\left(\frac{\pi}{6}+k\pi-\frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3}J$$

Hoặc $W_{t_2} = W\cos^2\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) = 4\sqrt{3}\cos^2\left(-\frac{\pi}{6}+k\pi-\frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3}J$

Chọn đáp án A

Ví dụ 3: (Chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

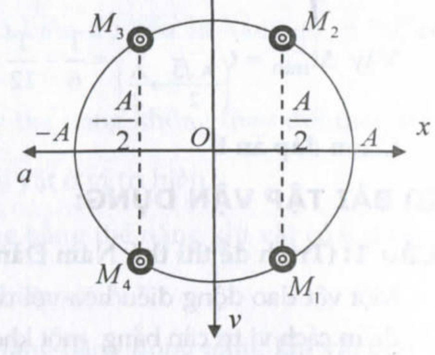
Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ A = 9cm. Biết khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai thời điểm động năng bằng ba lần thế năng dao động là 0,5s. Gia tốc cực đại của chất điểm có độ lớn là

A. 39,5m/s². B. 0,395m/s². C. 0,266m/s². D. 26,6m/s².

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $W_d = 3W_t \Rightarrow x = \pm\frac{A}{\sqrt{n+1}} = \pm\frac{A}{\sqrt{3+1}} = \pm\frac{A}{2}$

Có 4 điểm thỏa mãn điều kiện trên là $M_1;M_2;M_3;M_4$.



khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai thời điểm động năng bằng 3 lần thế năng là khi vật đi từ $M_2 \to M_3$ hoặc từ $M_4 \to M_1$.

Vậy ta có:

$$t_{min}(W_d = 3W_t) = t_{(M_2\to M_3)} = t_{\left(\frac{A}{2}\to-\frac{A}{2}\right)}$$

$$=\frac{T}{12}+\frac{T}{12}=\frac{T}{6}=0,5 \Rightarrow T = 3(s)$$

Gia tốc cực đại:

$$a_{max} = \omega^2A = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2A = \left(\frac{2\pi}{3}\right)^2 9 = 39,5cm/s^2 = 0,395m/s^2$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 4: (Trích đề thi thử chuyên Vĩnh Phúc lần 1 năm 2013)

Trong dao động điều hòa của một vật, thời gian ngắn nhất giữa hai lần động năng bằng thế năng là 0,6s. Giả sử tại một thời điểm nào đó, vật có động năng là W_đ, thế năng là W_t, sau đó một khoảng thời gian Δt vật có động năng là 3W_đ và thế năng là W_t/3. Giá trị nhỏ nhất của Δt bằng

A. 0,8s B. 0,1s C. 0,2s D. 0,4s

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: Thời gian ngắn nhất giữa hai lần động năng bằng thế năng là:

$$\frac{T}{2} = 0,6 \Rightarrow T = 1,2(s)$$

Cơ năng tại thời điểm 1 là: $W=W_d+W_t$

Cơ năng sau đó một khoảng thời gian Δt là: $W = 3W_d + \frac{W_t}{3}$

Cơ năng bảo toàn nên: $3W_d + \frac{W_t}{3} = W_d + W_t \Rightarrow W_d = \frac{W_t}{3}$

Vị trí $W_d = \frac{W_t}{3}$ là $x = \pm\frac{A}{\sqrt{n+1}} = \pm\frac{A}{\sqrt{\frac{1}{3}+1}} = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Ta lại có:

$$W'_d = 3W_d \Leftrightarrow W - W'_t = 3(W - W_t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}k\left(A^2 - x'^2\right) = 3.\frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(A^2 - x'^2\right) = 3\left(A^2 - \frac{3}{4}A^2\right) \Rightarrow x' = \pm\frac{A}{2}$$

Giá trị nhỏ nhất của Δt khi vật đi từ $\frac{A\sqrt{3}}{2} \to \frac{A}{2}$ hoặc $-\frac{A\sqrt{3}}{2} \to -\frac{A}{2}$

Vậy $\Delta t_{min} = t_{\left(\frac{A\sqrt{3}}{2} \to \frac{A}{2}\right)} = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12} = \frac{1,2}{12} = 0,1(s)$

Chọn đáp án B

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: (Trích đề thi thử Nam Đàn 1 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Một vật dao động điều hòa với cơ năng toàn phần là 5J. Động năng của vật tại điểm cách vị trí cân bằng một khoảng bằng 3/5 biên độ có giá trị sai khác so với thế năng là:

A. lớn hơn thế năng 1,4J.

B. nhỏ hơn thế năng 1,8J .

C. nhỏ hơn thế năng 1,4J.

D. lớn hơn thế năng 1,8J

Phân tích và hướng dẫn giải

Thế năng và động năng tại vị trí $x = \frac{3}{5}A$

$$W_d = W - W_t = \frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right) = \frac{1}{2}k\left(A^2 - \left(\frac{3A}{5}\right)^2\right) = \frac{16}{25}W = \frac{16}{25}.5 = 3,2J$$

$$W_t = \frac{1}{2}k\left(\frac{3A}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}W = \frac{9}{25}.5 = 1,8J$$

$\Rightarrow W_d - W_t = 3,2 - 1,8 = 1,4J$

Vậy **chọn đáp án A**

Câu 2: (Trích đề thi thử Ân Thi – Hưng Yên lần 1 năm 2013)

Phát biểu nào sau đây là **không đúng?**

A. Công thức $W = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$ cho thấy cơ năng không thay đổi theo thời gian.

B. Công thức $W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$ cho thấy thế năng không thay đổi theo thời gian.

C. Công thức $W = \frac{1}{2}kA^2$ cho thấy cơ năng bằng thế năng khi vật có li độ cực đại.

D. Công thức $W = \frac{1}{2}mv_{max}^2$ cho thấy cơ năng bằng động năng khi vật qua vị trí cân bằng.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. Công thức $W = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$ cho thấy cơ năng không thay đổi theo thời gian đúng vì cả khối lượng, tần số góc và biên độ đều là hằng số vì thế cơ năng cũng là hằng số nên bảo toàn.

B. Công thức $W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$ cho thấy thế năng không thay đổi theo thời gian sai vì công thức trên chỉ đúng khi vật ở vị trí biên.

C. Công thức $W = \frac{1}{2}kA^2$ cho thấy cơ năng bằng thế năng khi vật có li độ cực đại đúng vì thế năng cực đại tại vị trí biên x = A.

D. Công thức $W = \frac{1}{2}mv_{max}^2$ cho thấy cơ năng bằng động năng khi vật qua vị trí cân bằng đúng vì tại VTCB thì vận tốc cực đại nên động năng chính là cơ năng.

Vậy chọn đáp án B

Câu 3: (Trích đề thi thử chuyên Đại Học Vinh lần 1 năm 2013)

Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T cơ năng W. Thời gian ngắn nhất để động năng của vật giảm từ giá trị W đến giá trị W/4 là

A. T/3

B. T/4

C. T/6

D. T/2

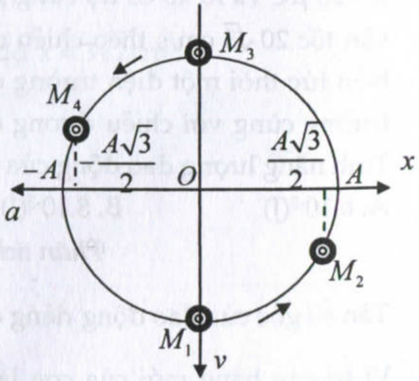
Phân tích và hướng dẫn giải

Động năng bằng cơ năng tại VTCB: x = 0

Động năng bằng một phần tư cơ năng tại vị trí:

$$\frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right) = \frac{1}{4}.\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow x = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}$$

Thời gian ngắn nhất để động năng của vật giảm từ giá trị Wđến giá trị W/4 là thời gian vật đi từ VTCB theo chiều dương đến $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương hoặc từ VTCB theo chiều âm đến $x = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm. (Được mô tả rõ ràng như hình vẽ)



Vậy $t_{min}\left(W \to \frac{W}{4}\right) = t_{\left(0 \to \frac{A\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{T}{6}$.

Chọn đáp án C

Câu 4: Cho hai con lắc lò xo giống hệt nhau. Kích thích cho hai con lắc dao động điều hòa với biên độ lần lượt là 2A và A và dao động cùng pha. Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng của hai con lắc. Khi động năng của con lắc thứ nhất là 0,6 J thì thế năng của con lắc thứ hai là 0,05 J. Hỏi khi thế năng của con lắc thứ nhất là 0,4 J thì động năng của con lắc thứ hai là bao nhiêu?

A. 0,1J B. 0,2J C. 0,4J D. 0,6J

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi phương trình dao động của con lắc 1 là: $x_1 = 2A\cos\omega t$

Khi đó phương trình dao động của con lắc 2 là: $x_2 = A\cos\omega t$

Động năng của con lắc 1 và thế năng của con lắc 2

$$\left.\begin{aligned} W_{d_1} &= W_1.\sin^2\omega t = 4W\sin^2\omega t \\ W_{t_2} &= W_2.\cos^2\omega t = W\cos^2\omega t \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{W_{d_1}}{4W} + \frac{W_{t_2}}{W} = 1 \Rightarrow W = \frac{W_{d_1}}{4} + W_{t_2} = \frac{0,6}{4} + 0,05 = 0,2\text{J}$$

Động năng của con lắc 2 và thế năng của con lắc 1

$$\left.\begin{aligned} W_{t_1} &= W_1.\cos^2\omega t' = 4W\cos^2\omega t' \\ W_{d_2} &= W_2.\sin^2\omega t' = W\sin^2\omega t' \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{W_{t_1}}{4W} + \frac{W_{d_2}}{W} = 1 \Rightarrow W_{d_2} = W - \frac{W_{t_1}}{4} = 0,2 - \frac{0,4}{4} = 0,1\text{J}$$

Chọn đáp án A

Câu 5: Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng khối lượng 100g, tích điện q = 20 μC và lò xo có độ cứng 10 N/m. Khi vật đang qua vị trí cân bằng với vận tốc $20\sqrt{3}$ cm/s theo chiều dương trên mặt bàn nhẵn cách điện thì xuất hiện tức thời một điện trường đều trong không gian xung quanh. Biết điện trường cùng với chiều dương của trục tọa độ và có cường độ E = 10^4V/m. Tính năng lượng dao động của con lắc sau khi xuất hiện điện trường.

A. 6.10^{-3}(J). B. 8.10^{-3}(J). C. 4.10^{-3}(J). D. 2.10^{-3}(J)

Phân tích và hướng dẫn giải

Tần số góc của dao động riêng của con lắc lò xo $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 10$ rad/s

Vị trí cân bằng mới của con lắc trong điện trường song song với phương ngang của con lắc cách vị trí cân bằng cũ đoạn $x = \dfrac{|q|E}{k} = 0,02\text{m} = 2\text{cm}$

Biên độ dao động mới của con lắc trong điện trường:

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{2^2 + \frac{(20\sqrt{3})^2}{10^2}} = 4\text{cm}$$

Cơ năng $W = \dfrac{1}{2}kA^2 = 8.10^{-3}$ J

Chọn đáp án B.

Câu 6 (Trích đề thi đại học 2013): Một vật nhỏ khối lượng 100g dao động điều hòa với chu kì 0,2 s và cơ năng là 0,18 J (mốc thế năng tại vị trí cân bằng); lấy $\pi^2 = 10$. Tại li độ $3\sqrt{2}$ cm, tỉ số động năng và thế năng là:

A. 3 B. 4 C. 2 D.1

Phân tích và hướng dẫn giải

Động năng của vật tìm theo li độ: $W_d = \dfrac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right)$

Thế năng của vật: $W_t = \dfrac{1}{2}kx^2$

Tỉ số của động năng và thế năng tại li độ x:

$$\frac{W_d}{W_t} = \frac{\frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right)}{\frac{1}{2}kx^2} = \frac{A^2 - x^2}{x^2}$$

Như vậy, ta chỉ cần tìm biên độ.

Theo đề bài thì biên độ ta sẽ tìm theo cơ năng.

$$W = \frac{m\omega^2A^2}{2} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{2W}}{\omega\sqrt{m}} = \frac{T\sqrt{2W}}{2\pi\sqrt{m}} = \frac{0,2\sqrt{2.0,18}}{2\pi\sqrt{0,1}} = 0,06\text{m} = 6\text{cm}$$

Vậy tỉ số của động năng và thế năng tại li độ $x = 3\sqrt{2}$cm :

$$\frac{W_d}{W_t} = \frac{A^2 - x^2}{x^2} = \frac{6^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2}{\left(3\sqrt{2}\right)^2} = 1$$

Chọn đáp án D

Chuyên đề 6

CÁC DẠNG BÀI TẬP CON LẮC ĐƠN

Dạng 1. CHU KÌ CON LẮC ĐƠN

Chu kì con lắc đơn: $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}$, $T = \frac{\Delta t}{n}$

Tần số: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$; tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1 (Trích đề thi đại học năm 2013): Một con lắc đơn có chiều dài 121cm, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường g. Lấy $\pi^2 = 10$. Chu kì dao động của con lắc là:

A. 1s B. 0,5s C. 2,2s D. 2s

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ dao động của con lắc đơn: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,21}{\pi^2}} = 2,2s$

Chọn đáp án C

Ví dụ 2: (Chuyên Đức Thọ Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn có chiều dài l. Trong khoảng thời gian Δt nó thực hiện 12 dao động. Khi giảm độ dài 32cm thì cũng trong thời gian nói trên, con lắc thực hiện được 20 dao động. Chiều dài ban đầu của con lắc bằng

A. 40 cm B. 30cm C. 50cm D. 80cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $\left.\begin{aligned} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{\Delta t}{12} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l-32}{g}} = \frac{\Delta t}{20} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{l}{l-32} = \frac{25}{9} \Rightarrow l = 50cm$

Chọn đáp án C

Ví dụ 3: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn dao động điều hòa tại một nơi trên mặt đất. Nếu tăng chiều dài dây treo con lắc lên gấp 4 lần đồng thời giảm khối lượng vật nặng con lắc một nửa thì so với trước, chu kì dao động của con lắc sẽ

A. tăng gấp đôi. B. tăng $\sqrt{2}$ lần.

C. không thay đổi. D. giảm một nửa.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ dao động của con lắc có chiều dài l: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

Khi chiều dài tăng gấp 4 lần: $l' = 4l \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{4l}{g}} = 2T$

Vậy khi chiều dài sợi dây con lắc dây tăng gấp 4 lần thì chu kỳ tăng gấp đôi chu kỳ con lắc ban đầu.

Chọn đáp án A

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: ***(Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)***

Một con lắc đơn có chiều dài l, trong khoảng thời gian Δt nó thực hiện được 6 dao động. Người ta giảm bớt độ dài của nó đi 26,25 cm, cũng trong khoảng thời gian Δt như trước nó thực hiện được 8 dao động. Chiều dài ban đầu của con lắc là :

A. l = 50cm. B. l = 45cm. C. l = 60cm. D. l = 30cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $\left.\begin{aligned} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{\Delta t}{6} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l-26,25}{g}} = \frac{\Delta t}{8} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{l}{l-26,25} = \frac{16}{9} \Rightarrow l = 60cm$

Chọn đáp án C

Câu 2: (Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp lần 1 năm 2013)

Có hai con lắc đơn dao động điều hòa tại cùng một nơi, có chiều dài hơn kém nhau 48cm. Trong cùng một khoảng thời gian con lắc thứ nhất thực hiện được 20 dao động, con lắc thứ hai thực hiện được 12 dao động. Cho g = 10m/s². Chu kỳ dao động của con lắc thứ nhất là:

A. 1,04 s. B. 1,72 s. C. 2,00 s. D. 2,12 s.

Phân tích và hướng dẫn giải

$$20T_1 = 12T_2 \Leftrightarrow 20.2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 12.2\pi\sqrt{\frac{l_1 + 0,48}{g}}$$

$$20\sqrt{l_1} = 12\sqrt{l_1 + 0,48} \Rightarrow l_1 = 0,27m \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 1,04s$$

Chọn đáp án A

Dạng 2: BIẾN ĐỔI CHU KÌ CON LẮC ĐƠN

Xác định thời gian đồng hồ quả lắc (được xem như con lắc đơn) chạy sai trong một ngày đêm khi thay đổi nhiệt độ, độ cao, độ sâu và vị trí trên trái đất.

1. Phương pháp chung

- Gọi T_1 là chu kỳ chạy đúng; T_2 là chu kỳ chạy sai
- Trong thời gian T_1 (s) đồng hồ chạy sai $T_2 - T_1$ (s)

$$1\text{(s) đồng hồ chạy sai } \frac{|T_2 - T_1|}{T_1} \text{ (s)}$$

- Vậy trong 1 ngày đêm $\Delta t = 86400$(s) đồng hồ chạy sai:

$$\boxed{\theta = \Delta t.\frac{|T_2 - T_1|}{T_1} \quad 86400\left|\frac{T_2}{T_1} - 1\right| \text{(s)}}$$

Các bước giải

- Bước 1: Từ các công thức có liên quan đến yêu cầu của bài tập, thiết lập tỉ số $\frac{T_2}{T_1}$
- Bước 2: Biện luận
  + Nếu $\frac{T_2}{T_1} > 1 \Rightarrow T_2 > T_1$: chu kỳ tăng ⇒ đồng hồ chạy chậm lại.
  + Nếu $\frac{T_2}{T_1} < 1 \Rightarrow T_2 < T_1$: chu kỳ giảm ⇒ đồng hồ chạy nhanh lên.
- Bước 3: Xác định thời gian đồng hồ quả lắc chạy nhanh hay chậm trong một ngày đêm bằng công thức:

$$\boxed{\theta = \Delta t.\frac{|T_2 - T_1|}{T_1} = 86400\left|\frac{T_2}{T_1} - 1\right| \text{(s)}}$$

a. Xác định thời gian đồng hồ chạy sai khi thay đổi nhiệt độ (Các yếu tố khác không đổi)

Chu kỳ con lắc ở nhiệt độ t_1 (đồng hồ chạy đúng) và t_2(đồng hồ chạy sai) là:

$$l_1 = l_0(1 + \lambda t_1) \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1 + \lambda t_1)}{g}}$$

$$l_2 = l_0(1 + \lambda t_2) \Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1 + \lambda t_2)}{g}}$$

Ta có: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1 + \lambda t_2}{1 + \lambda t_1}} = (1 + \lambda t_2)^{1/2}(1 + \lambda t_2)^{-1/2}$

Vì (λt_1), $(\lambda t_2) << 1$ nên áp dụng các công thức gần đúng ta có:

$$\frac{T_2}{T_1} \approx 1 + \frac{1}{2}\lambda(t_2 - t_1)$$

- Biện luận:
  + Nếu $t_2 > t_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} > 1 \Rightarrow T_2 > T_1$: chu kỳ tăng ⇒ đồng hồ chạy chậm lại.
  + Nếu $t_2 < t_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} < 1 \Rightarrow T_2 < T_1$: chu kỳ giảm ⇒ đồng hồ chạy nhanh lên.
- *Trong một ngày đêm đồng hồ chạy sai:* $\boxed{\theta = 86400\left|\frac{T_2}{T_1} - 1\right| = 43200\,\lambda|t_2 - t_1| \text{ (s)}}$

b. Xác định thời gian đồng hồ chạy sai ở độ cao h và độ sâu d so với mực nước biển (coi nhiệt độ không đổi)

* Ở mực nước biển đồng hồ chạy đúng, khi đưa đồng hồ lên độ cao h thì đồng hồ chạy sai

- Ta có: $\begin{cases} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g}{g_h}} \\ g_h = g\left(\frac{R}{R + h}\right)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{h}{R}$
- Lập luận: $\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{h}{R} > 1 \Rightarrow T_2 > T_1$ đồng hồ chạy chậm lại.
- Trong một ngày đêm đồng hồ chạy chậm: $\theta = 86400\left|\frac{T_2}{T_1} - 1\right| = 86400\frac{h}{R}$ (s)

* Ở mực nước biển đồng hồ chạy đúng, khi đưa đồng hồ xuống độ sâu h thì đồng hồ chạy sai

- Ta có: $\begin{cases} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g}{g_d}} \\ g_d = g\left(\frac{R - d}{R}\right) \end{cases} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{R}{R - d}} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{d}{R}}} = \left(1 - \frac{d}{R}\right)^{-\frac{1}{2}}$

Vì $\frac{d}{R} << 1$, áp dụng công thức gần đúng ta có: $\frac{T_2}{T_1} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{d}{R}$

- Lập luận: $\frac{T_2}{T_1} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{d}{R} > 1 \Rightarrow T_2 > T_1$ đồng hồ chạy chậm lại.
- *Trong một ngày đêm đồng hồ chạy chậm:* $\boxed{\theta = 86400\left|\frac{T_2}{T_1} - 1\right| = 43200\frac{d}{R} \text{ (s)}}$

c. Xác định thời gian đồng hồ chạy sai khi cả độ cao (hoặc độ sâu) và nhiệt độ thay đổi

+ Tại mặt đất nhiệt độ t_1 đồng hồ chạy đúng. Khi đưa đồng hồ lên độ cao h nhiệt độ t_2 đồng hồ chạy sai.

- $\dfrac{T_2}{T_1} = \sqrt{\dfrac{g(1+\lambda t_2)}{g_h(1+\lambda t_1)}} = \left(1+\dfrac{h}{R}\right)(1+\lambda t_2)^{\frac{1}{2}}(1+\lambda t_1)^{-\frac{1}{2}}$

Áp dụng các công thức gần đúng ta có: $\dfrac{T_2}{T_1} \approx 1 + \dfrac{h}{R} + \dfrac{\lambda}{2}(t_2 - t_1)$

- Nếu $t_2 > t_1 \Rightarrow \dfrac{T_2}{T_1} > 1 \Rightarrow T_2 > T_1$: chu kỳ tăng ⇒ đồng hồ chạy chậm lại.
- Nếu $t_2 < t_1 \Rightarrow \dfrac{T_2}{T_1} < 1 \Rightarrow T_2 < T_1$: chu kỳ giảm ⇒ đồng hồ chạy nhanh lên.
- *Trong 1 ngày đêm đồng hồ chạy sai:*

$$\boxed{\theta = 86400\left|\frac{T_2}{T_1} - 1\right| = 86400.\left|\frac{h}{R} + \frac{\lambda}{2}(t_2 - t_1)\right|(s).}$$

+ Tại mặt đất nhiệt độ t_1 đồng hồ chạy đúng. Khi đưa đồng hồ xuống giếng sâu d nhiệt độ t_2. Trong 1 ngày đêm đồng hồ chạy sai:

Tương tự ta chứng minh được trong một ngày đêm đồng hồ chạy sai:

$$\boxed{\theta = 86400\left|\frac{T_2}{T_1} - 1\right| = 43200\left|\lambda(t_2 - t_1) + \frac{d}{R}\right|(s).}$$

d. Xác định thời gian đồng hồ chạy sai khi thay đổi vị trí trên trái đất (nhiệt độ không đổi)

- Tại nơi có gia tốc trọng trường g_1 đồng hồ chạy đúng với: $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_1}}$
- Tại nơi có gia tốc trọng trường g_2 đồng hồ chạy sai với: $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_2}}$
- Ta có $\dfrac{T_2}{T_1} \approx 1 - \dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta g}{g_1}$

+ Nếu $g_2 > g_1 \Rightarrow \dfrac{T_2}{T_1} < 1 \Rightarrow T_2 < T_1$ đồng hồ chạy nhanh lên.

+ Nếu $g_2 < g_1 \Rightarrow \dfrac{T_2}{T_1} > 1 \Rightarrow T_2 > T_1$ đồng hồ chạy chậm lại.

- Trong một ngày đêm đồng hồ chạy sai: $\theta = 43200\left|\dfrac{\Delta g}{g_1}\right| = 43200\left|\dfrac{g_2}{g_1} - 1\right|$ (s).

* **Nếu cả vị trí và nhiệt độ thay đổi thì trong một ngày đêm đồng hồ chạy sai:**

$$\theta = 43200\left|\lambda(t_2 - t_1) - \frac{\Delta g}{g_1}\right|.$$

*Đây là dạng bài tập chưa ra trong đề thi đại học trong những năm gần đây. Nói chung dạng bài tập này đòi hỏi khả năng suy luận phải tốt mới nắm chắc được. Tôi đã trình bày khá kỹ trong cuốn **"cẩm nang luyện thi đại học tập 1"** vì thế ở đây tôi chỉ chọn lọc những bài mang tính tổng hợp cao để các bạn ôn lại cho chắc.*

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013) Người ta đưa một đồng hồ quả lắc chạy đúng ở mặt biển lên một đỉnh núi cao thì sau một tuần đồng hồ chạy chậm 189s. Biết bán kính Trái Đất là 6400km. Độ cao của đỉnh núi đó so với mặt biển là

A. 4km. B. 3km. C. 1km D. 2km.

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi T_1 và T_2 là chu kỳ của con lắc ở mặt đất và ở độ cao *h*

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{ và } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_h}} \text{ với } g_h = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

Từ đó suy ra:

$\dfrac{T_2}{T_1} = 1 + \dfrac{h}{R} > 1 \Rightarrow$ Chu kỳ tăng ⇒ đồng hồ chạy chậm

Thời gian đồng hồ chạy chậm trong một tuần là: $\Delta t = 7.86400$s

$$\theta = \Delta t.\left|\frac{T_2}{T_1} - 1\right| = \Delta t.\frac{h}{R} \Rightarrow h = \frac{R\theta}{\Delta t} = \frac{6400.189}{7.86400} = 2\text{km}.$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 2: (Trích đề thi thử chuyên Trần Phú Thanh Hóa lần 1 năm 2013) Một đồng hồ quả lắc được vận hành bằng con lắc đơn có chu kỳ chạy đúng 2s. Thực tế mỗi ngày đồng hồ chạy nhanh 3 phút. Cần phải điều chỉnh độ dài so với độ dài ban đầu của con lắc như thế nào để đồng hồ chạy đúng?

A. Tăng 0,42% chiều dài ban đầu của con lắc

B. Giảm 0,21% chiều dài ban đầu của con lắc

C. Giảm 0,42% chiều dài ban đầu của con lắc

D. Tăng 0,21% chiều dài ban đầu của con lắc

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi T' = 2(s) là chu kỳ con lắc đồng hồ chạy nhanh (sai) ứng với chiều dài l.

Gọi T là chu kỳ con lắc đồng hồ chạy đúng ứng với chiều dài l′ ⇒ T' > T

$$\text{Với}\left.\begin{matrix} T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l'}{g}} \\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow T' > T \Rightarrow l' > l \Rightarrow l' = l + \Delta l \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l+\Delta l}{l}} = \sqrt{1+\frac{\Delta l}{l}}$$

Mỗi ngày đêm đồng hồ chạy nhanh:

$$\theta = \Delta t.\left|\frac{T}{T'} - 1\right| = 86400.\left|\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\Delta l}{l}}} - 1\right| = 3.60$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\Delta l}{l}}} = \frac{3.60}{86400} = \frac{1}{480} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\Delta l}{l}}} = \frac{479}{480}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+\frac{\Delta l}{l}} = \frac{480}{479} \Rightarrow \frac{\Delta l}{l} = \left(\frac{480}{479}\right)^2 - 1 = 4,2.10^{-3} = 0,42\%$$

Vậy phải tăng 0,42% chiều dài ban đầu của con lắc.

Chọn đáp án A

Ví dụ 3: (Trích đề thi thử Triệu Sơn – Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một đồng hồ đếm giây sử dụng con lắc đơn chạy đúng trên mặt đất, nhiệt độ 24^0 C. Biết thanh treo con lắc có hệ số nở dài 2.10^{-5} K^{-1}, bán kính Trái Đất 6400km. Khi đưa đồng hồ lên cao 1 km, nhiệt độ là 15^0C thì mỗi ngày đêm nó chạy

A. chậm 9,18 s.
B. nhanh 6,76 s.
C. nhanh 7,76 s.
D. chậm 5,79 s.

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là bài toán thay đổi chu kỳ khi thay đổi cả nhiệt độ và độ cao.

Tại mặt đất nhiệt độ $t_1 = 20^0C$ đồng hồ chạy đúng. Khi đưa đồng hồ lên độ cao h nhiệt độ $t_2 = 15^0C$ đồng hồ chạy sai.

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g(1+\lambda t_2)}{g_h(1+\lambda t_1)}} = \left(1+\frac{h}{R}\right)(1+\lambda t_2)^{\frac{1}{2}}(1+\lambda t_1)^{-\frac{1}{2}}$$

Áp dụng các công thức gần đúng ta có:

$$\frac{T_2}{T_1} \approx 1 + \frac{h}{R} + \frac{\lambda}{2}(t_2 - t_1) = 1 + \frac{1}{6400} + \frac{2.10^{-5}}{2}(15-20) = 1,00010625 > 1$$

$$\Rightarrow T_2 > T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} - 1 = 1,00010625 - 1 = 0,00010625 \Rightarrow \text{Đồng hồ chạy chậm}$$

Thời gian đồng hồ chạy chậm trong một ngày đêm:

$$\Delta t = 86400.\left|\frac{T_2}{T_1} - 1\right| = 86400.0,00010625 = 9,18s$$

Chọn đáp án A

BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: (Trích đề thi thử chuyên Như Thành Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Con lắc đơn dùng làm đồng hồ, dây có chiều dài l, dao động tại nơi có gia tốc trọng trường g, và có chu kỳ T = 2s. Nếu giảm chiều dài con lắc $\frac{1}{4}$ và con lắc vẫn dao động tại vị trí đó. Khi đó mỗi giờ đồng hồ sẽ chạy:

A. nhanh 482s.
B. nhanh 557s.
C. chậm 652s
D. nhanh 972s.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi chiều dài con lắc là *l*: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Khi chiều dài con lắc là $\frac{3l}{4}$ (do giảm $\frac{1}{4}$): $T' = 2\pi\sqrt{\frac{3l}{4g}} = \frac{\sqrt{3}}{2}T < T \Rightarrow$ đồng hồ chạy nhanh hơn vì thế loại đáp án C.

Trong một giờ đồng hồ chạy nhanh: $\theta = \Delta t\left|\frac{T'}{T} - 1\right| = 3600\left|\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right| = 482(s)$

Chọn đáp án A

Câu 2: Một con lắc đơn có chiều dài không đổi, gọi ΔT_1 là độ biến thiên chu kì dao động điều hòa khi đưa con lắc từ mặt đất lên độ cao h ($h \ll R$, với R là bán kính Trái Đất), ΔT_2 là độ biến thiên chu kì dao động điều hòa khi đưa con lắc từ mặt đất xuống độ sâu h. Liên hệ giữa ΔT_1 và ΔT_2 là:

A. $\Delta T_1 = 2.\Delta T_2$.
B. $\Delta T_1 = 4.\Delta T_2$.
C. $2.\Delta T_1 = \Delta T_2$.
D. $\Delta T_1 = \Delta T_2$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ con lắc ở mặt đất là T và ở độ cao h là T_1 liên hệ với nhau:

$$\begin{cases} \dfrac{T_1}{T} = \sqrt{\dfrac{g}{g_h^+}} \\ g_h^+ = g\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{T_1}{T} = 1 + \frac{h}{R} \Rightarrow \Delta T_1 = T_1 - T = \frac{h}{R}T \quad (1)$$

Chu kỳ con lắc ở mặt đất T và ở độ sâu h T_2 liên hệ với nhau:

$$\begin{cases} \dfrac{T_2}{T} = \sqrt{\dfrac{g}{g_h^-}} \\ g_h^- = g\left(\dfrac{R-h}{R}\right) \end{cases} \Rightarrow \frac{T_2}{T} = \sqrt{\frac{R}{R-h}} = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{h}{R}}} = \left(1-\frac{h}{R}\right)^{-\frac{1}{2}} \simeq 1 + \frac{h}{2R}$$

$$\Rightarrow \Delta T_2 = T_2 - T = \frac{h}{2R}T \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $\Rightarrow \Delta T_1 = 2\Delta T_2$.

Chọn đáp án A

Câu 3: Một đồng hồ quả lắc chạy đúng giờ ở 20^0C trên mặt đất. Đưa đồng hồ lên độ cao 1,28km thì đồng hồ vẫn chạy đúng. Cho biết hệ số nở dài thanh treo con lắc là $2.10^{-5}K^{-1}$, bán kính Trái Đất R = 6400km. Nhiệt độ ở độ cao đó là:

A. 10^0C B. 5^0C C. 0^0C D. -5^0C

Phân tích và hướng dẫn giải

Thay đổi độ cao: $\dfrac{\Delta T_1}{T_0} = \dfrac{h}{R}$

Thay đổi nhiệt độ ta có: $\dfrac{\Delta T_2}{T_0} = \dfrac{1}{2}\alpha(t_2 - t_1)$

Để đồng hồ chạy đúng:

$$\frac{\Delta T_1}{T_0} + \frac{\Delta T_2}{T_0} = 0 \Rightarrow \frac{h}{R} + \frac{1}{2}\alpha(t_2 - t_1) = 0 \Rightarrow t_2 - t_1 = -\frac{2h}{\alpha R} = -\frac{2.1,28}{2.10^{-5}.6400} = -20$$

$$\Rightarrow t_2 = t_1 - 20 = 20 - 20 = 0^0C$$

Chọn đáp án C

Dạng 3: CHU KÌ CON LẮC KHI CÓ LỰC LẠ TÁC DỤNG

Khảo sát dao động nhỏ của con lắc đơn khi có thêm một lực phụ $\vec{F}$ **không đổi tác dụng** (ngoài trọng lực và lực căng dây treo)

1.2. Định hướng phương pháp chung

- Coi con lắc chịu tác dụng của một trọng lực hiệu dụng (trọng lực biểu kiến): $\vec{P'} = \vec{P} + \vec{F}$

  $\Rightarrow$ gia tốc trọng trường hiệu dụng: $\vec{g'} = \vec{g} + \dfrac{\vec{F}}{m}$

- Vị trí cân bằng của con lắc là vị trí dây treo có phương trùng với phương của $\vec{P'}$

- Chu kỳ dao động nhỏ của con lắc: $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g'}}$

Vậy để xác định được chu kỳ T′ cần xác định được gia tốc trọng trường hiệu dụng g′

2.2 Xác định chu kỳ dao động của con lắc đơn dưới tác dụng của lực điện trường

- Khi không có điện trường chu kỳ dao động của con lắc là: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

- Khi đặt con lắc vào điện trường đều có véc tơ cường độ điện trường $\vec{E}$ thì nó chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ và lực điện trường $\vec{F} = q\vec{E}$, hợp của hai lực này ký hiệu là $\vec{P'} = \vec{P} + \vec{F}$, và được gọi là trọng lực hiệu dụng hay trọng lực biểu kiến. Ta xét một số trường hợp thường gặp:

a) Trường hợp 1: $\vec{E}$ hướng thẳng đứng xuống dưới.

Khi đó để xác định chiều của $\vec{F}$ ta cần biết dấu của q.

* **Nếu q > 0:** $\vec{F}$ cùng hướng với $\vec{E} \Rightarrow \vec{F}$ hướng thẳng đứng xuống dưới

Ta có: $P' = P + F \Rightarrow g' = g + \dfrac{|q|E}{m}$

Chu kỳ dao động của con lắc trong điện trường:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{|q|E}{m}}} < T \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g + \frac{|q|E}{m}}} \Rightarrow T' = T\sqrt{\frac{g}{g + \frac{|q|E}{m}}}$$

* **Nếu q < 0:** $\vec{F}$ ngược hướng với $\vec{E} \Rightarrow \vec{F}$ hướng thẳng đứng lên trên

Ta có: $P' = P - F \Rightarrow g' = g \Rightarrow \dfrac{|q|E}{m}$

Chu kỳ dao động của con lắc trong điện trường:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - \frac{|q|E}{m}}} > T \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g - \frac{|q|E}{m}}} \Rightarrow T' = T\sqrt{\frac{g}{g - \frac{|q|E}{m}}}$$

b) Trường hợp 2: $\vec{E}$ hướng thẳng đứng lên trên.

Tương tự như trên ta chứng minh được:

* *Nếu q > 0* thì chu kỳ dao động của con lắc là:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - \frac{|q|E}{m}}} > T$$

* *Nếu q < 0* thì chu kỳ dao động của con lắc là:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{|q|E}{m}}} < T$$

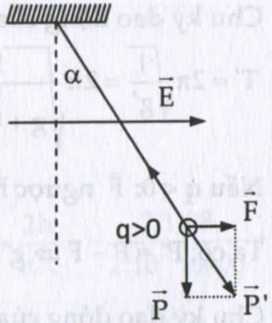
c) **Trường hợp 3:** $\vec{E}$ có phương ngang

$\Rightarrow \vec{F}$ có phương ngang

$\vec{F}$ vuông góc với $\vec{P} \Rightarrow$ tại vị trí cân bằng dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc α (hình vẽ).

- Từ hình vẽ ta có: $\tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{|q|E}{mg}$
- Về độ lớn: $P'^2 = P^2 + F^2 \Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{|q|E}{mg}\right)^2}$
- Chu kỳ dao động của con lắc trong điện trường là:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{|q|E}{mg}\right)^2}}} < T.$$



3.2. Xác định chu kỳ dao động của con lắc đơn dưới tác dụng của lực quán tính.

Khi con lắc đơn được đặt trong một hệ quy chiếu chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ (hệ quy chiếu phi quán tính) thì ngoài trọng lực và lực căng của dây treo con lắc còn chịu tác dụng của lực quán tính $\overrightarrow{F_{qt}} = -m\vec{a}$. Trọng lực hiệu dụng $\overrightarrow{P'} = \vec{P} + \vec{F}$

Gia tốc trọng trường hiệu dụng: $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\overrightarrow{F_{qt}}}{m} = \vec{g} - \vec{a}$.

Xét một số trường hợp thường gặp:

a) **Trường hợp 1:** Con lắc treo trong thang máy đang chuyển động thẳng đứng lên trên với gia tốc $\vec{a}$

- Thang máy chuyển động nhanh dần đều:

$\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{g} \Rightarrow g' = g + a$

Chu kỳ dao động của con lắc trong thang máy: $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} < T$

Ta có: $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g+a}} \Rightarrow T' = T\sqrt{\frac{g}{g+a}}$ (T chu kỳ dao động của con lắc khi thang máy đứng yên hay chuyển động thẳng đều)

- Thang máy chuyển động chậm dần đều: $\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{g}$

$\Rightarrow g' = g - a$

$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} > T$; $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g-a}} \Rightarrow T' = T\sqrt{\frac{g}{g-a}}$

b) **Trường hợp 2:** Con lắc treo trong thang máy đang chuyển động thẳng đứng xuống dưới với gia tốc $\vec{a}$

- Thang máy chuyển động nhanh dần đều: $\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{g} \Rightarrow g' = g - a$

$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} > T$; $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g-a}} \Rightarrow T' = T\sqrt{\frac{g}{g-a}}$

- Thang máy chuyển động chậm dần đều: $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{g} \Rightarrow g' = g + a$

$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} < T$; $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g+a}} \Rightarrow T' = T\sqrt{\frac{g}{g+a}}$

c) **Trường hợp 3:** Con lắc đơn được treo trên xe chuyển động theo phương ngang với gia tốc $\vec{a} \Rightarrow \vec{F}$ có phương ngang và ngược hướng với $\vec{a}$.

- Tại vị trí cân bằng dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc α

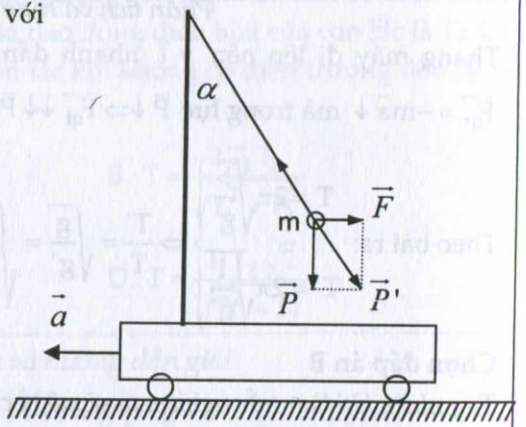
Ta có $\tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{a}{g}$.

- Về độ lớn:

$P'^2 = P^2 + F^2 \Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + a^2}$

- Chu kỳ dao động của con lắc:

$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$



Cách khác: Ta có

$P' = \frac{P}{\cos\alpha} \Rightarrow g' = \frac{g}{\cos\alpha} \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}}$

$\Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\cos\alpha} \Rightarrow T' = T\sqrt{\cos\alpha}$

3.2. Xác định chu kỳ dao động của con lắc đơn dưới tác dụng của lực đẩy Acsimet:

$\vec{F}_A = -DV\vec{g}$ luôn hướng lên và ngược chiều với $\vec{P}$

$\Rightarrow P' = P - F_A \Rightarrow g' = (1 - \frac{D}{\rho}).g \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{D}{\rho}}} \Rightarrow T' = T.\sqrt{\frac{1}{1 - \frac{D}{\rho}}}$

D là khối lượng chất lỏng (hay chất khí) bị chiếm chỗ

ρ là khối lượng riêng của quả cầu

V là thể tích vật chiếm chỗ

g là gia tốc trọng trường

Đây là dạng bài tập đòi hỏi nhiều suy luận và luôn ra trong phần con lắc đơn vì thế tôi đi sâu vào phần này với mục đích là giúp các bạn không để mất điểm phần bài tập dạng này.

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử chuyên Hải Dương lần 1 năm 2013)

Con lắc đơn được treo trong thang máy. Gọi T là chu kì dao động của con lắc khi thang máy đứng yên, T′ là chu kì dao động của con lắc khi thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc g/10. Tỉ số T′/T bằng

A. $\sqrt{11/9}$ B. $\sqrt{10/11}$ C. $\sqrt{1,1}$ D. $\sqrt{9/11}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Thang máy đi lên nên $\vec{v}\uparrow$ nhanh dần đều nên $\vec{a}\uparrow$ vì thế lực quán tính $\overrightarrow{F_{qt}} = -m\vec{a}\downarrow$ mà trọng lực $\vec{P}\downarrow \Rightarrow \overrightarrow{F_{qt}}\downarrow\downarrow\vec{P} \Rightarrow g' = g + a = g + \frac{g}{10} = \frac{11g}{10}$

Theo bài ra: $\left.\begin{array}{l} T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g'}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{g}{\frac{11g}{10}}} = \sqrt{\frac{10}{11}}$

Chọn đáp án B

Tuy nhiên khi làm trắc nghiệm ta sẽ mô tả chuyển động trên như sau:

+ *lên* $\vec{v}\uparrow$ *nhanh dần đều* $\vec{a}\uparrow \Rightarrow \vec{F}\downarrow\downarrow\vec{P} \Rightarrow g' = g + a$.

Với dạng toán này ta chỉ quan tâm đến lực F hướng lên hay hướng xuống hay hướng theo phương ngang để ta sử dụng cách tính g′ tương ứng.

Đứng: $\left[\begin{array}{l} \vec{F}\downarrow \Rightarrow g' = g + a \\ \vec{F}\uparrow \Rightarrow g' = g - a \end{array}\right.$

Ngang (hướng sang phải hay trái đều dùng) : $g' = \sqrt{g^2 + a^2}$

Ví dụ 2: (Trích đề thi thử Nam Trực – Nam Định lần 1 năm 2013)

Con lắc đơn có chiều dài ℓ treo ở trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động nhanh dần đều đi lên với gia tốc có độ lớn a (a < g) thì con lắc dao động với chu kỳ T_1, còn khi thang máy chuyển động chậm dần đều đi lên với gia tốc có độ lớn a thì dao động với chu kỳ $T_2 = 2T_1$. Độ lớn của gia tốc a bằng

A. g/3. B. 3g/5. C. g/5. D. 2g/3.

Phân tích và hướng dẫn giải

Lên $\vec{v}\uparrow$ **nhanh dần đều** $\vec{a}\uparrow \Rightarrow \vec{F}\downarrow\downarrow\vec{P} \Rightarrow g' = g + a \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a}}$

Lên $\vec{v}\uparrow$ **chậm dần đều** $\vec{a}\downarrow \Rightarrow \vec{F}\uparrow\downarrow\vec{P} \Rightarrow g' = g - a \Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a}}$

Theo giả thiết: $T_2 = 2T_1 \Leftrightarrow \sqrt{g + a} = 2\sqrt{g - a} \Leftrightarrow a = \frac{3}{5}g$

Chọn đáp án B

Ví dụ 3: ***(Chuyên Bắc Ninh lần 3)***

Một con lắc đơn mang điện tích dương khi không có điện trường nó dao động điều hòa với chu kỳ T. Khi có điện trường hướng thẳng đứng xuống thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là T_1. Khi có điện trường hướng thẳng đứng lên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là T_2. Chu kỳ T dao động điều hòa của con lắc khi không có điện trường liên hệ với T_1 và T_2 là:

A. $T = \frac{T_1T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$ B. $T = \frac{2.T_1T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$

C. $T = \frac{T_1T_2}{\sqrt{2}\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$. D. $T = \frac{T_1T_2\sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $\left\{\begin{array}{l} \vec{E}\downarrow \xrightarrow{q>0} \vec{F}\downarrow\downarrow\vec{P} \Rightarrow g'_1 = g + a \\ \vec{E}\uparrow \xrightarrow{q>0} \vec{F}\uparrow\downarrow\vec{P} \Rightarrow g'_2 = g - a \end{array}\right.$ với $a = \frac{|q|E}{m}$

Chu kỳ dao động của con lắc khi chưa có điện trường, có điện trường hướng thẳng đứng xuống và khi có điện trường hướng thẳng đứng lên lần lượt là:

$$\left\{\begin{array}{ll} T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \Rightarrow g = \dfrac{4\pi^2 l}{T^2} & (1) \\ T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g + a}} \Rightarrow g + a = \dfrac{4\pi^2 l}{T_1^2} & (2) \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g - a}} \Rightarrow g - a = \dfrac{4\pi^2 l}{T_2^2} & (3) \end{array}\right.$$

Cộng (2) với (3) ta có:

$$g=\frac{1}{2}\left(\frac{4\pi^2 l}{T_1^2}+\frac{4\pi^2 l}{T_2^2}\right)=\frac{4\pi^2 l}{T^2}\Leftrightarrow\frac{1}{T^2}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{T_1^2}+\frac{1}{T_2^2}\right)\Rightarrow T=\frac{T_1.T_2\sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2+T_2^2}}$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 4: **(Trích đề thi thử Triệu Sơn – Thanh Hóa lần 1 năm 2013)**

Một con lắc đơn được treo vào trần của một xe ô tô đang chuyển động theo phương ngang. Chu kỳ dao động của con lắc đơn trong trường hợp xe chuyển động thẳng đều là T_1, khi xe chuyển động nhanh dần đều với gia tốc a là T_2 và khi xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc a là T_3. Biểu thức nào sau đây đúng?

A. $T_2 = T_3 < T_1$. B. $T_2 = T_1 = T_3$. C. $T_2 < T_1 < T_3$. D. $T_2 > T_1 > T_3$

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi xe chuyển động thẳng đều, gia tốc của xe $a = 0 \Rightarrow g' = g$.

Chu kỳ của con lắc là: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Khi xe chuyển động nhanh dần đều, gia tốc của xe $a \neq 0 \Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + a^2}$.

Chu kỳ của con lắc là: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}$

Khi xe chuyển động chậm dần đều, gia tốc của xe $a \neq 0 \Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + a^2}$.

Chu kỳ của con lắc là: $T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}$

Nhìn vào kết quả thu được ta có: Trong hai trường hợp xe chuyển động nhanh dần đều hoặc chậm dần đều thì luôn có cùng gia tốc trọng trường hiệu dụng vì thế có cùng chu kỳ $g' = \sqrt{g^2 + a^2} > g \Rightarrow T_2 = T_3 < T_1$

Vậy chọn đáp án A

Ví dụ 5: **(Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Thị Minh Khai - Hà tĩnh lần 1 năm 2013)**

Một con lắc đồng hồ có hệ số nở dài của dây treo con lắc $\alpha = 2.10^{-5}$ K^{-1}. Vật nặng có khối lượng riêng là D = 8400 kg/m^3. Biết đồng hồ chạy đúng trong không khí có khối lượng riêng D_0 = 1,3 kg/m^3 ở nhiệt độ 20^{0}C. Nếu đồng hồ đặt trong hộp chân không mà vẫn đúng thì nhiệt độ ở trong hộp chân không xấp xỉ là (Trong không khí chỉ tính đến lực đẩy Ácximét)

A. 12,7^{0}C. B. 25^{0}C. C. 35^{0}C. D. 27,7^{0}C.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ con lắc khi vật đặt trong không khí ở 20^{0}C: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+\alpha t_1)}{g\left(1-\frac{D}{\rho}\right)}}$.

Chu kỳ con lắc khi vật đặt trong chân không ở nhiệt độ t_2: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+\alpha t_2)}{g}}$

Vì đồng hồ trong hai trường hợp đều chạy đúng nên $T_1 = T_2$

$\Leftrightarrow \frac{1+\alpha t_1}{1-\frac{D}{\rho}} = 1+\alpha t_2 \Leftrightarrow \frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_2} = 1-\frac{D}{\rho}$ sử dụng công thức gần đúng ta có được

$$\Leftrightarrow 1+\alpha t_1-\alpha t_2 = 1-\frac{D}{\rho} \Rightarrow t_2 = t_1+\frac{D}{\alpha\rho} = 20+\frac{1,3}{2.10^{-5}.8400} = 27,7^0C$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 6: **(Chuyên Đức Thọ Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)**

Hai con lắc đơn có cùng độ dài, cùng khối lượng. Hai vật nặng của hai con lắc đó mang điện tích lần lượt là q_1 và q_2. Chúng được đặt vào trong điện trường đều có phương thẳng đứng hướng xuống thì chu kì dao động bé của các con lắc lần lượt là $T_1 = 2T$ và $T_2 = \frac{2}{3}T$, với T là chu kì của chúng khi không có điện trường. Tỉ số $\frac{q_1}{q_2}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{5}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $-\frac{3}{5}$

Phân tích và hướng dẫn giải

$T_1 = 2T \Rightarrow T_1 > T \Rightarrow g_1' < g \Rightarrow g_1' = g - a_1 \Rightarrow \vec{F}\uparrow$ mà $\vec{E}\downarrow \Rightarrow q_1 < 0$

$T_2 = \frac{2}{3}T \Rightarrow T_2 < T \Rightarrow g_2' > g \Rightarrow g_2' = g + a_2 \Rightarrow \vec{F}\downarrow$ mà $\vec{E}\downarrow \Rightarrow q_2 > 0$

$$\frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{g}{g-a_1}} = 2 \Rightarrow \frac{g}{g-a_1} = 4 \Rightarrow a_1 = \frac{3}{4}g$$

$$\frac{T_2}{T} = \sqrt{\frac{g}{g+a_2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{g}{g+a_2} = \frac{4}{9} \Leftrightarrow a_2 = \frac{5}{4}g$$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -\frac{3}{5}$ vì q_1, q_2 trái dấu.

Chọn đáp án D

Ví dụ 7: (Trích đề thi thử Thuận Thành số 3 – Bắc Ninh lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn có chiều dài dây treo là 50 cm và vật nhỏ khối lượng 0,01 kg mang điện tích q được coi là điện tích điểm. Con lắc dao động điều hòa trong điện trường đều mà vécto cường độ điện trường có độ lớn 10^4 V/m và hướng thẳng đứng lên trên. Lấy g = 10 m/s², π = 3,14. Biết chu kì dao động điều hòa của con lắc là 1,15 s. Giá trị của điện tích q là

A. $+4{,}5.10^{-6}$C B. $+5{,}1.10^{-6}$C C. $-5{,}1.10^{-6}$C D. $-4{,}5.10^{-6}$C

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ của con lắc khi chưa có điện trường:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}5}{10}} = \sqrt{2}\,s \qquad (1)$$

Chu kỳ của con lắc khi có điện trường thẳng đứng hướng lên:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 1{,}15s < T \Rightarrow g' > g \Rightarrow g' = g + a = g + \frac{|q|E}{m} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{\frac{g + \frac{|q|E}{m}}{g}} = \frac{\sqrt{2}}{1{,}15}$$

$$\Rightarrow |q| = \left(\left(\frac{\sqrt{2}}{1{,}15}\right)^2 - 1\right)\frac{mg}{E} = \left(\left(\frac{\sqrt{2}}{1{,}15}\right)^2 - 1\right)\frac{0{,}01.10}{10^4} = 5{,}1.10^{-6}C$$

Xác định dấu của q:

Ta có: $g' = g + a \Rightarrow \overrightarrow{F_E}\downarrow \xrightarrow{\vec{E}\uparrow} q < 0 \Rightarrow q = -5{,}1.10^{-6}C$

Chọn đáp án C

Ví dụ 8: (Trích đề thi thử Triệu Sơn – Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn có chiều dài dây treo *l*, quả nặng có khối lượng m và mang điện tích dương q. Biết qE << mg. Khi không có điện trường con lắc dao động điều hoà với chu kì T_0. Nếu cho con lắc dao động điều hoà trong điện trường giữa hai bản tụ điện phẳng có véc tơ cường độ điện trường $\vec{E}$ thẳng đứng hướng xuống thì chu kì dao động của con lắc là

A. $T = T_0\left(1 + \frac{qE}{2mg}\right)$. B. $T = T_0\left(1 - \frac{qE}{2mg}\right)$.

C. $T = T_0\left(1 + \frac{qE}{mg}\right)$. D. $T = T_0\left(1 - \frac{qE}{mg}\right)$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $\vec{E}\downarrow \xrightarrow{q>0} \overrightarrow{F_E}\downarrow\downarrow\vec{P} \Rightarrow g' = g + a = g + \frac{qE}{m}$

Ta lại có:

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{g}{g + \frac{qE}{m}}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{qE}{mg}}} \xrightarrow{qE<<mg} = \left(1 + \frac{qE}{mg}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2}\frac{qE}{mg}$$

$\Rightarrow T = T_0\left(1 - \frac{1}{2}\frac{qE}{mg}\right)$. **Vậy chọn đáp án B**

Ví dụ 9: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Khi vật nặng của một con lắc đơn có khối lượng m = 100g và mang điện tích $q = -10^{-5}$C đang ở vị trí cân bằng, người ta truyền cho nó một vận tốc theo phương ngang có độ lớn 20cm/s. Khi vật nặng đến vị trí biên thì người ta thiết lập một điện trường đều theo phương thẳng đứng ở nơi treo con lắc, con lắc tiếp tục dao động với tốc độ cực đại đạt được là 30cm/s. Vecto cường độ điện trường được thiết lập có

A. độ lớn 49,3kV/m và hướng lên. B. độ lớn 123kV/m và hướng xuống

C. độ lớn 49,3kV/m và hướng xuống. D. độ lớn 123kV/m và hướng lên.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi chưa có điện trường thì tại vị trí cân bằng vận tốc con lắc đơn có giá trị lớn nhất bằng: $v_{max} = S_0.\omega = S_0.\sqrt{\frac{g}{l}} = 20cm/s$.

Khi vật tới vị trí biên, vận tốc của vật bằng 0. Người ta thiết lập một điện trường $\vec{E}$ thẳng đứng nên không có tác dụng làm thay đổi biên độ góc của con lắc mà chỉ có tác dụng làm tăng tần số vì thế:

$$V_{max} = S_0.\omega' = S_0.\sqrt{\frac{g'}{l}} = 30cm/s > v_{max}$$

$\Rightarrow g' > g \Rightarrow g' = g + a \Rightarrow \vec{F}\downarrow \xrightarrow{q<0} \vec{E}\uparrow$

$\Rightarrow \vec{E}$ có phương thẳng đứng và hướng lên (ngược chiều với gia tốc g).

Gia tốc con lắc khi có điện trường: $a = \frac{|q|E}{m}$

Xét tỉ số: $\frac{v_{max}}{V_{max}} = \sqrt{\frac{g}{g + \frac{|q|E}{m}}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{4|q|E}{m} = 5g$

$$\Rightarrow E=\frac{5mg}{4|q|}=\frac{5.0,1.9,87}{\left|-4.10^{-5}\right|}=123375V/m\cong 123kV/m$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 10: (Trích đề thi thử chuyên Như Thành Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Con lắc đơn có quả cầu tích điện âm dao động điều hòa trong điện trường đều có vectơ cường độ điện trường thẳng đứng. Độ lớn lực điện bằng một nửa trọng lực. Khi lực điện hướng lên chu kỳ dao động của con lắc là T_1. Khi lực điện hướng xuống chu kỳ dao động của con lắc là

A. $T_2=\frac{T_1}{\sqrt{2}}$. B. $T_2=T_1.\sqrt{3}$. C. $T_2=\frac{T_1}{\sqrt{3}}$. D. $T_2=T_1+\sqrt{3}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $F_E=\frac{P}{2}\Rightarrow a=\frac{F_E}{m}=\frac{g}{2}$ với $a=\frac{|q|E}{m}$

$$\vec{E}\uparrow\xrightarrow{q<0}\overrightarrow{F_E}\downarrow\downarrow\vec{P}\Rightarrow g'=g+a\Rightarrow T_1=2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g+\frac{g}{2}}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{\frac{3g}{2}}}$$

$$\vec{E}\downarrow\xrightarrow{q<0}\overrightarrow{F_E}\uparrow\downarrow\vec{P}\Rightarrow g'=g-a\Rightarrow T_2=2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g-\frac{g}{2}}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{\frac{g}{2}}}$$

$$\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{\frac{3g}{2}}{\frac{g}{2}}}=\sqrt{3}\Rightarrow T_2=T_1\sqrt{3}$$

Vậy chọn đáp án B

Ví dụ 11: (Trích đề thi thử Nam Trực – Nam Định lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ T, tích điện cho quả cầu điện tích q rồi đặt con lắc vào vùng không gian có điện trường đều $\vec{E}$, chu kì con lắc sẽ giảm đi khi:

A. Véc tơ $\vec{E}$ có phương thẳng đứng hướng lên trên với $q>0$.

B. Véc tơ $\vec{E}$ có phương nằm ngang dấu của q tùy ý

C. Véc tơ $\vec{E}$ có phương thẳng đứng hướng xuống dưới với $q<0$.

D. Lực điện trường $\vec{F}=q.\vec{E}$ ngược hướng với trọng lực $\vec{P}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kì con lắc sẽ giảm đi khi điện trường đặt theo phương ngang vì khi đó gia tốc trọng trường hiệu dụng là: $g'=\sqrt{g^2+a^2}=\sqrt{g^2+\left(\frac{|q|E}{m}\right)^2}$

Trong 4 đáp án thì đáp án B thỏa mãn. **Vậy chọn đáp án B**

Nếu điện trường theo phương thẳng đứng, để chu kỳ giảm thì gia tốc trọng trường hiệu dụng phải là: $g'=g+a=g+\frac{|q|E}{m}$ vì thế ta xét các trường hợp cụ thể sau:

A. $\vec{E}\uparrow\xrightarrow{q>0}\overrightarrow{F_E}\uparrow\downarrow\vec{P}\Rightarrow g'=g-a$ nên chu kỳ tăng. (loại)

B. Véc tơ $\vec{E}$ có phương nằm ngang dấu của q tùy ý (đúng như lý luận ở trên)

C. $\vec{E}\downarrow\xrightarrow{q<0}\overrightarrow{F_E}\uparrow\downarrow\vec{P}\Rightarrow g'=g-a$ nên chu kỳ tăng. (loại)

D. $\overrightarrow{F_E}\uparrow\downarrow\vec{P}\Rightarrow g'=g-a$ nên chu kỳ tăng. (loại)

Kết luận: *Ta đã có cái nhìn kĩ hơn về dạng toán này. Cái cần của chúng ta là xem thử $\overrightarrow{F}$ hướng lên hay hướng xuống mà lấy* ***dấu "–" (hướng lên)*** *hay* ***dấu "+" (hướng xuống)****. Theo phương ngang thì không cần biết điện tích âm hay dương, điện trường có chiều từ trái qua phải hay phải qua trái ta đều có* $g'=\sqrt{g^2+a^2}$.

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: (Trích đề thi thử chuyên Trần Phú Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn có vật nặng m = 80g đặt trong một điện trường đều có véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ thẳng đứng hướng lên với độ lớn E = 4800V/m. Khi chưa tích điện cho quả nặng thì chu kì dao động của con lắc với biên độ góc nhỏ là $T_o = 2s$ tại nơi có $g = 10m/s^2$. Tích điện cho quả nặng $q=+6.10^{-5}C$ thì chu kì dao động của nó bằng

A. 1,72s B. 2,5s C. 1,6s D. 2,36s

Phân tích và hướng dẫn giải

$$\vec{E}\uparrow\xrightarrow{q>0}\overrightarrow{F_E}\uparrow\downarrow\vec{P}\Rightarrow g'=g-a=g-\frac{|q|E}{m}=10-\frac{6.10^{-5}.4800}{0,08}=6,4m/s^2$$

Theo bài ra ta có: $\frac{T}{T_0}=\sqrt{\frac{g}{g'}}=\sqrt{\frac{10}{6,4}}=\frac{5}{4}\Rightarrow T=\frac{5}{4}T_0=\frac{5}{4}.2=2,5(s)$

Chọn đáp án B

Câu 2: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn có khối lượng quả cầu nhỏ là 2 g dao động điều hoà trong điện trường đều mà các đường sức điện có phương ngang, cường độ điện trường $E = 4,9.10^4$ V/m. Biết ban đầu quả cầu chưa tích điện, sau đó tích điện $q=2\sqrt{5}.10^{-7}$ C, gia tốc trọng trường $g = 9,8 m/s^2$. Tỉ số chu kì dao động của con lắc trước và sau khi tích điện cho quả cầu là

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{1,5}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Điện trường đặt nằm ngang nên ta luôn có gia tốc trọng trường mới là:

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2}$$

Chu kỳ dao động của con lắc khi chưa có điện trường và khi có điện trường đặt nằm ngang lần lượt là:

$$\left.\begin{array}{l} T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{\sqrt{g^2+a^2}}{g}} = \sqrt{\frac{\sqrt{g^2 + \left(\dfrac{|q|E}{m}\right)^2}}{g}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sqrt{9{,}8^2 + \left(\dfrac{2\sqrt{5}.10^{-7}.4{,}9.10^4}{2.10^{-3}}\right)^2}}{9{,}8}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{1{,}5}$$

Vậy chọn đáp án D

Câu 3: (Trích đề thi thử chuyên Đại Học Vinh lần 1 năm 2013)

Con lắc đơn có quả cầu tích điện âm dao động điều hòa trong điện trường đều có véc tơ cường độ điện trường thẳng đứng. Độ lớn lực điện bằng một phần năm trọng lực. Khi điện trường hướng xuống chu kỳ dao động của con lắc là T_1. Khi điện trường hướng lên thì chu kỳ dao động của con lắc là

A. $T_2 = T_1\sqrt{3}/\sqrt{2}$.

B. $T_2 = T_1\sqrt{3}/\sqrt{5}$.

C. $T_2 = T_1\sqrt{2}/\sqrt{3}$.

D. $T_2 = T_1\sqrt{5}/\sqrt{3}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $F_E = \dfrac{P}{5} \Rightarrow a = \dfrac{g}{5}$

$$\vec{E}\downarrow \xrightarrow{q<0} \vec{F_E} \uparrow\downarrow \vec{P} \Rightarrow g' = g - a \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - \dfrac{g}{5}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\dfrac{4g}{5}}}$$

$$\vec{E}\uparrow \xrightarrow{q<0} \vec{F_E} \downarrow\downarrow \vec{P} \Rightarrow g' = g + a \Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \dfrac{g}{5}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\dfrac{6g}{5}}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\dfrac{4g}{5}}{\dfrac{6g}{5}}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow T_2 = T_1\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Vậy chọn đáp án C

Câu 4: (Trích đề thi thử chuyên Phúc Trạch Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Một con lắc đơn dao động nhỏ có chu kỳ 2(s). Tích điện dương cho vật rồi cho con lắc dao động trong một điện trường đều có chiều hướng từ trên xuống dưới thì chu kỳ dao động của con lắc là 1,5(s). Nếu đảo chiều điện trường và giữ nguyên cường độ điện trường, thì chu kỳ dao động của con lắc lúc này là

A. $2\sqrt{2}$(s) B. $2\sqrt{3}$(s) C. $3\sqrt{3}$(s) D. $3\sqrt{2}$(s)

Phân tích và hướng dẫn giải

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} \vec{E}\downarrow \xrightarrow{q>0} \vec{F} \downarrow\downarrow \vec{P} \Rightarrow g'_1 = g + a \\ \vec{E}\uparrow \xrightarrow{q>0} \vec{F} \uparrow\downarrow \vec{P} \Rightarrow g'_2 = g - a \end{cases} \text{với } a = \frac{|q|E}{m}$$

Chu kỳ dao động của con lắc khi chưa có điện trường, có điện trường hướng thẳng đứng xuống và khi có điện trường hướng thẳng đứng lên lần lượt là:

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \Rightarrow g = \dfrac{4\pi^2 l}{T^2} & (1) \\ T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g+a}} \Rightarrow g + a = \dfrac{4\pi^2 l}{T_1^2} & (2) \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g-a}} \Rightarrow g - a = \dfrac{4\pi^2 l}{T_2^2} & (3) \end{cases}$$

Cộng (2) với (3) ta có:

$$g = \frac{1}{2}\left(\frac{4\pi^2 l}{T_1^2} + \frac{4\pi^2 l}{T_2^2}\right) = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \Leftrightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}\right)$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{T_1.T}{\sqrt{2T_1^2 - T^2}} = \frac{1{,}5.2}{\sqrt{2.(1{,}5)^2 - 2^2}} = 3\sqrt{2}\text{(s)}$$

Chọn đáp án D

Câu 5: (Trích đề thi thử chuyên Phúc Trạch Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Một con lắc đơn được treo vào trần của một toa xe. Khi xe đứng yên thì nó dao động với chu kì $T = 2\sqrt{2}$ s, khi xe chuyển động nhanh dần đều thì chu kì dao động của nó giảm $\sqrt{2}$ lần. Cho gia tốc trọng trường g = 10m/s². Gia tốc của toa xe là

A. 10m/s² B. $5\sqrt{3}$ m/s² C. 5m/s² D. $10\sqrt{3}$ m/s²

Phân tích và hướng dẫn giải

Do con lắc đặt trong xe nên lực quán tính tác dụng lên vật khi xe chạy sẽ theo phương ngang. Vậy ta có: $g' = \sqrt{g^2 + a^2}$

Theo bài ra ta có: $\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{g}{g'}}=\sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2+a^2}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow 4g^2=g^2+a^2\Rightarrow a=\sqrt{3}g=10\sqrt{3}m/s^2$

Chọn đáp án D

Câu 6: (Trích đề thi thử chuyên Trần Phú Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn có chiều dài $\ell = 1m$ treo vào một điểm O cố định. Biết rằng trong quá trình con lắc dao động với biên độ nhỏ, vật nặng m của con lắc còn chịu tác dụng của một lực $\vec{F}$ không đổi có phương luôn hợp với véctơ trọng lực một góc 90^0 và có độ lớn $F=\frac{P}{2}$. Người ta đặt thêm vào không gian xung quanh con lắc một điện trường $\vec{E}$ có hướng ngược với hướng của véctơ trọng lực và có độ lớn E = 5 V/cm. Vật nặng m = 100g được tích điện đến điện tích $q=+10^{-3}(C)$. Cho $g = 10m/s^2$, $\pi^2 = 10$ và sự có mặt của véctơ $\vec{E}$ không ảnh hưởng gì đến véctơ $\vec{F}$. Chu kỳ dao động nhỏ của con lắc là

A. 2,158(s) B. 2,418(s) C. 2,094(s) D. 2,378(s)

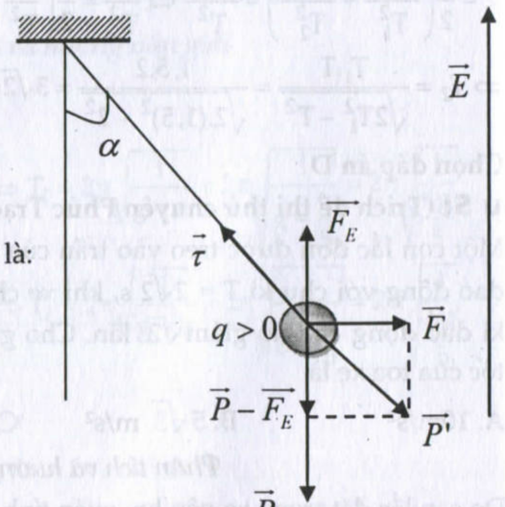
Phân tích và hướng dẫn giải

Lực điện trường tác dụng lên vật: $F_E=qE=10^{-3}.5.10^2=0,5N$

Trọng lực tác dụng lên vật: $P=mg=0,1.10=1N=2F_E$

Từ giả thiết bài cho, ta biểu diễn các lực tác dụng lên vật như hình vẽ sau:

Trọng lực biểu kiến (hiệu dụng) tác dụng lên vật có phương chiều như hình vẽ. Còn độ lớn được xác định như sau:



$$P'^2=\left(\left|\vec{P}-\vec{F_E}\right|\right)^2+F^2$$

$$=\frac{P^2}{4}+\frac{P^2}{4}=\frac{P^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow g'=\frac{g}{\sqrt{2}}$$

Chu kỳ dao động nhỏ của con lắc là:

$$T'=2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}=2\pi\sqrt{\frac{1}{\frac{g}{\sqrt{2}}}}$$

$$=2\pi\sqrt{\frac{1}{\frac{\pi^2}{\sqrt{2}}}}=2\sqrt{\sqrt{2}}=2,378(s)$$

Chọn đáp án D

Câu 7: (Trích đề thi thử Nam Đàn 1 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn treo vào trần thang máy chuyển động thẳng nhanh dần đều lên trên. Thì:

A. Chu kỳ dao động của con lắc là không đổi.

B. Chu kỳ dao động của con lắc giảm.

C. Vị trí cân bằng của con lắc lệch phương thẳng đứng góc α.

D. Chu kỳ dao động của con lắc tăng.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: thang máy đi lên $\vec{v}\uparrow$ nhanh dần đều $\vec{a}\uparrow\Rightarrow\vec{F}\downarrow\downarrow\vec{P}\Rightarrow g'=g+a$ mà T tỉ lệ nghịch với $\sqrt{g'}$ nên khi g′ tăng chu kỳ sẽ giảm, vì thế:

A. Chu kỳ dao động của con lắc không đổi là sai vì chu kỳ giảm.

B. Chu kỳ dao động của con lắc giảm đúng vì g′ tăng.

C. (sai) vì vị trí cân bằng của con lắc không bị lệch khỏi phương thẳng đứng.

D. Chu kỳ dao động của con lắc tăng sai vì chu kỳ giảm.

Chọn đáp án B

Câu 8: Một con lắc đơn có khối lượng m = 50g đặt trong một điện trường đều có véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ hướng thẳng đứng lên trên và độ độ lớn 5.10^3V/m. Khi chưa tích điện cho vật, chu kỳ dao động của con lắc là 2(s). Khi tích điện cho vật thì chu kỳ dao động của con lắc là π/2(s).

Lấy $g = 10m/s^2$ và $\pi^2=10$. Điện tích của vật là:

A. 4.10^{-5}C B. -4.10^{-5}C C. 6.10^{-5}C D. $--6.10^{-5}$C

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $T=2(s);\ T'=\frac{\pi}{2}(s)\Rightarrow T>T'\Rightarrow g<g'\Rightarrow g'=g+a=g+\frac{|q|E}{m}$

Dấu "+" khi $\vec{F}\downarrow\downarrow\vec{P}\xrightarrow{\vec{E}\uparrow}q<0$

$$\left.\begin{array}{l}T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\\ T'=2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{g}{g+a}}=\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow a=\frac{6g}{10}=6\,m/s^2(g=10=\pi^2m/s^2)$$

Mà : $a=\frac{|q|E}{m}\Rightarrow|q|=\frac{a.m}{E}=\frac{6.0,05}{5.10^3}=6.10^{-5}C\xrightarrow{q<0}\Rightarrow q=-6.10^{-5}C$

Chọn đáp án D

Câu 9: (Trích đề thi thử Triệu Sơn – Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn có chiều dài *l* và khối lượng quả nặng là m. Biết rằng quả nặng được tích điện q và con lắc được treo giữa hai tấm của một bản tụ phẳng đặt thẳng đứng. Nếu cường độ điện trường trong tụ là E, thì chu kỳ dao động bé của con lắc là

A. $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

B. $2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g-\frac{qE}{m}}}}$.

C. $2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g+\frac{qE}{m}}}}$.

D. $2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+\left(\frac{qE}{m}\right)^2}}}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Bảng tụ phẳng đặt thẳng đứng nên điện trường có phương ngang vì thế gia tốc trọng trường biểu kiến luôn là: $g' = \sqrt{g^2+a^2} = \sqrt{g^2+\left(\frac{qE}{m}\right)^2}$

Vậy chu kỳ dao động bé của con lắc: $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+\left(\frac{qE}{m}\right)^2}}}$

Vậy chọn đáp án D

Câu 10: (Trích đề thi thử Ân Thi – Hưng Yên lần 1 năm 2013)

Treo con lắc đơn vào trần một ô tô tại nơi có gia tốc trọng trường g = 9,8m/s². Khi ô tô đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2s. Nếu ô tô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường nằm ngang với gia tốc 2m/s² thì chu kì dao động điều hòa của con lắc xấp xỉ bằng

A. 2,0 s B. 1,98 s C. 1,82 s D. 2,02 s

Phân tích và hướng dẫn giải

Áp dụng kết quả thu được từ bài trên ta có:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2+a^2}}} = \sqrt{\frac{9,8}{\sqrt{9,8^2+2^2}}} = 0,99 \Rightarrow T' = T.0,99 = 1,98(s)$$

Chọn đáp án B

Câu 11: Một con lắc đơn đang dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc trọng trường g = 9,8 m/s² với năng lượng dao động 100mJ, thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc 2,5 m/s². Biết rằng thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng 0, con lắc sẽ tiếp tục dao động điều hòa trong thang máy với năng lượng:

A. 200mJ B. 74,49mJ C. 100mJ D. 94,47mJ

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: Thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng 0 nên lúc đó con lắc đang ở biên vì thế biên độ dao động của con lắc không đổi mà chỉ có tần số góc thay đổi do gia tốc trọng trường biểu kiến thay đổi.

Thang máy đi xuống nên $\vec{v}\downarrow$ **nhanh dần đều** $\vec{a}\downarrow \Rightarrow \overrightarrow{F_{qt}} \uparrow\downarrow \vec{P} \Rightarrow g' = g - a$

Tỉ số cơ năng trong hai trường hợp trên là:

$$\frac{E'}{E} = \frac{\frac{1}{2}m\omega'^2A^2}{\frac{1}{2}m\omega^2A^2} = \frac{\omega'^2}{\omega^2} = \frac{\frac{g'}{l}}{\frac{g}{l}} = \frac{g'}{g}$$

$$\Rightarrow E' = \frac{g'}{g}E = \frac{(g-a)}{g}E = \frac{(9,8-2,5)}{9,8}.100 = 74,49\text{mJ}$$

Chọn đáp án B

Dạng 4: GIA TỐC – LỰC CĂNG DÂY – NĂNG LƯỢNG

Dạng bài tập này cũng giống như dạng toán vừa rồi, luôn ra trong đề thi đại học trong những năm gần đây. Nhìn chung thì dạng toán này dễ hơn dạng vừa rồi tuy nhiên cũng có những bài muốn giải quyết được cũng đòi hỏi các bạn phải tốn nhiều thời gian và hơi vất vả đấy!

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử chuyên Hải Dương lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc α_0 tại nơi có gia tốc trọng trường là g. Biết gia tốc của vật ở vị trí biên gấp 8 lần gia tốc của vật ở vị trí cân bằng. Giá trị của α_0 là

A. 0,062 rad. B. 0,375 rad. C. 0,25 rad. D. 0,125 rad.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi học xong bài con lắc lò xo dao động điều hòa ta có kết luận sau luôn đúng: gia tốc của vật tại VTCB bằng 0 và tại vị trí biên có độ lớn cực đại bằng $\omega^2 A$. *Tuy nhiên đem kết luận này qua cho con lắc đơn là có vấn đề ngay. Vì gia tốc của con lắc đơn được tính theo công thức:* $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$ *với*

+ $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{l}$ *đây là thành phần pháp tuyến(gia tốc hướng tâm của vật).*

+ $a_t = -\omega^2 s$ *đây là thành phần tiếp tuyến của vật (bên con lắc lò xo chỉ có thành phần này nên kết luận trên là hoàn toàn đúng).*

- *Tại VTCB chỉ có gia tốc pháp tuyến, gia tốc tiếp tuyến bằng 0 (tại VTCB s = 0).*
- *Tại vị trí biên chỉ có gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến bằng 0 (vì vận tốc của vật tại vị trí biên bằng 0)*

Theo bài ra ta có:

$$\frac{a_{VTB}}{a_{VTCB}} = \frac{\sqrt{a_t^2}}{\sqrt{a_n^2}} = \frac{a_t}{a_n} = \frac{\omega^2 S_0}{\frac{v^2}{l}} = \frac{\omega^2 S_0}{\frac{(\omega S_0)^2}{l}} = \frac{1}{S_0} = \frac{1}{l\alpha_0} = \frac{1}{\alpha_0} = 8 \Rightarrow \alpha_0 = \frac{1}{8} = 0,125\text{rad}$$

Vậy chọn đáp án D

Nhận xét: *khi đề bài hỏi tỉ số gia tốc của vật tại vị trí biên và VTCB ta cần nhớ công thức rút gọn thu được từ công thức trên để giải cho nhanh khi làm trắc nghiệm:* $\frac{a_{VTB}}{a_{VTCB}} = \frac{1}{\alpha_0}$ *và cần nhớ đơn vị của* α_0 *là rad*

Ví dụ 2: **(Chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)**

Phát biểu nào sau đây là **đúng** khi nói về con lắc đơn ?

A. Bỏ qua lực cản là điều kiện cần nhưng chưa đủ để con lắc đơn dao động điều hòa.

B. Khi đi qua vị trí cân bằng, gia tốc của vật bị triệt tiêu.

C. Khi đi qua vị trí cân bằng, lực căng của dây treo có độ lớn bằng trọng lượng của vật.

D. Chu kỳ dao động của con lắc phụ thuộc vào khối lượng của vật.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. (đúng) Bỏ qua lực cản là điều kiện cần và muốn con lắc dao động điều hòa thì cần thêm điều kiện kích thích ban đầu $(\alpha_0 \le 10^0)$

B. (sai) vì gia tốc của con lắc đơn được tính theo công thức: $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{l}\right)^2 + \left(-\omega^2 s\right)^2}$ vì thế khi đi qua vị trí cân bằng, gia tốc theo thành phần tiếp tuyến triệt tiêu còn gia tốc toàn phần chính là gia tốc pháp tuyến. Khi con lắc đơn dao động gia tốc của nó không bao giờ triệt tiêu.

C. (sai) vì khi qua vị trí cân bằng, lực căng của dây treo có độ lớn: $T = P(3 - 2\cos\alpha_0) > P \quad \forall\alpha_0 > 0$.

D. (sai) vì chu kỳ dao động của con lắc chỉ phụ thuộc vào những yếu tố gây ra sự thay đổi chiều dài dây treo và gia tốc trọng trường mà không phụ thuộc vào khối lượng của vật.

Vậy chọn đáp án A

Ví dụ 3: **(Trích đề thi thử chuyên Hải Dương lần 1 năm 2013)**

Lực phục hồi để tạo ra dao động của con lắc đơn là:

A. Hợp của lực căng dây treo và thành phần trọng lực theo phương dây treo.

B. Lực căng của dây treo.

C. Thành phần của trọng lực vuông góc với dây treo.

D. Hợp của trọng lực và lực căng của dây treo vật nặng.

Phân tích và hướng dẫn giải

Lực phục hồi để tạo ra dao động của con lắc đơn là thành phần tiếp tuyến với quỹ đạo chuyển động của vật: $P_t = P\sin\alpha$ vì thế

A. **(sai)** vì hợp của lực căng dây treo và thành phần trọng lực theo phương dây treo là thành phần lực hướng tâm.

B. **(sai)** vì Lực căng của dây treo luôn hướng về tâm.

C. **(đúng)** vì thành phần của trọng lực vuông góc với dây treo chính là thành phần tiếp tuyến $P_t = P\sin\alpha$.

D. **(sai)** vì hợp của trọng lực và lực căng của dây treo vật nặng tại VTCB sẽ theo chiều của lực căng hướng về tâm, trong khi tại VTCB lực hồi phục bằng 0.

Vậy đáp án đúng là C

Ví dụ 4: **(Trích đề thi thử chuyên Như Thành Thanh Hóa lần 1 năm 2013)**

Một con lắc đơn gồm vật nặng khối lượng m = 100g, dao động điều hoà với chu kỳ T = 2s. Khi vật đi qua vị trí cân bằng lực căng của sợi dây là 1,0025N. Chọn mốc thế năng ở vị trí cân bằng, lấy $g = 10m/s^2, \pi^2 = 10$.

Cơ năng dao động của vật là

A. 25. 10^{-4} J. B. 1,25. 10^{-4} J. C. 1,25. 10^{-2} J. D. 1,25.10^{-3} J.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chiều dài sợi dây : $l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{4.10}{4.10} = 1m$

Lực căng của dây tại VTCB :

$$\tau_o = mg(3 - 2\cos\alpha_0) \Rightarrow \cos\alpha_0 = \frac{3 - \frac{\tau_o}{mg}}{2} = \frac{3 - \frac{1,0025}{0,1.10}}{2} = 0,99875$$

Cơ năng dao động của vật:

$$W = mgl(1 - \cos\alpha_0) = 0,1.10.1.(1 - 0,99875) = 1,25.10^{-3}(J)$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 5: (Trích đề thi thử chuyên Thái Nguyên lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn dao động điều hòa trong trường trọng lực. Biết trong quá trình dao động, độ lớn lực căng dây lớn nhất gấp 1,1 lần độ lớn lực căng dây nhỏ nhất. Con lắc dao động với biên độ góc là

A. $\sqrt{\frac{3}{31}}$ rad B. $\sqrt{\frac{2}{31}}$ rad C. $\sqrt{\frac{4}{33}}$ rad D. $\sqrt{\frac{3}{35}}$ rad

Phân tích và hướng dẫn giải

Vì con lắc đơn dao động điều hòa nên biên độ góc nhỏ, vì thế ta sử dụng công thức gần đúng sau để giải bài toán:

$$\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cong 1 - 2.\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

Theo bài ra ta có:

$$\frac{\tau_{max}}{\tau_{min}} = \frac{mg(3\cos 0 - 2\cos\alpha_0)}{mg(3\cos\alpha_0 - 2\cos\alpha_0)} = \frac{3 - 2\cos\alpha_0}{\cos\alpha_0} \cong \frac{3 - 2.\left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2}\right)}{1 - \frac{\alpha_0^2}{2}} = 1,1$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{\alpha_0^2}{2} = \frac{3}{3,1} \Rightarrow \alpha_0 = \sqrt{2\left(1 - \frac{3}{3,1}\right)} = \sqrt{\frac{2}{31}}\text{rad}$$

Chọn đáp án B

Nhận xét: *khi chúng ta không dùng công thức gần đúng thì đáp án sẽ gần với đáp án đề cho. Vì thế khi tính ra đáp số các bạn hãy bình tĩnh thay lần lượt vào 4 đáp án và sẽ chọn đáp án gần đúng nhất.*

Ví dụ 6: (Trích đề thi thử chuyên Vĩnh Phúc lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn có chiều dài ℓ = 64cm và khối lượng m = 100g. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc 6^0 rồi thả nhẹ cho dao động. Sau 20 chu kì thì biên độ góc chỉ còn là 3^0. Lấy $g = \pi^2 = 10m/s^2$. Để con lắc dao động duy trì với biên độ góc 6^0 thì phải dùng bộ máy đồng hồ để bổ sung năng lượng có công suất trung bình là

A. 0,083mW. B. 17mW. C. 0,077mW. D. 0,77mW.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ của con lắc: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,64}{\pi^2}} = 1,6\text{ (s)}$

Đổi đơn vị: $\left.\begin{aligned}\alpha_0 = 6^0 = \frac{6\pi}{180} = \frac{\pi}{30}\text{rad}\\ \alpha = 3^0 = \frac{3\pi}{180} = \frac{\pi}{60}\text{rad}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \alpha = \frac{\alpha_0}{2}$

Vì biên độ $\alpha_0 = 6^0 < 10^0$ nên con lắc đơn dao động điều hòa vì thế:

Cơ năng ban đầu $W_0 = mgl\frac{\alpha_0^2}{2}$

Cơ năng sau t = 20T: $W = mgl\frac{\alpha^2}{2} = mgl\frac{\alpha_0^2}{8}$

Độ giảm cơ năng sau 20 chu kì:

$$\Delta W = W_0 - W = mgl\left(\frac{\alpha_0^2}{2} - \frac{\alpha_0^2}{8}\right) = mgl\frac{3\alpha_0^2}{8} = 0,1.10.0,64.\frac{3.\left(\frac{\pi}{30}\right)^2}{8} = 2,67.10^{-3}(J)$$

Công suất trung bình cần cung cấp để con lắc dao động duy trì với biên độ góc 6^0 là:

$$P_{TB} = \frac{\Delta W}{20T} = \frac{2,67.10^{-3}}{32} = 0,083.10^{-3}\,W = 0,083\text{ mW}.$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 7: Một con lắc đơn gồm vật nặng khối lượng m gắn với dây treo có chiều dài *l*. Từ vị trí cân bằng kéo vật sao cho góc lệch của sợi dây so với phương thẳng đứng là $\alpha_0 = 60^0$ rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$. Bỏ qua mọi ma sát. Độ lớn gia tốc của vật khi độ lớn lực căng dây bằng trọng lượng là

A. 0 m/s^2 B. $\frac{10\sqrt{5}}{3}\text{m/s}^2$ C. $\frac{10}{3}\text{m/s}^2$ D. $\frac{10\sqrt{6}}{3}\text{m/s}^2$

Phân tích và hướng dẫn giải

Gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến của con lắc lần lượt là:

$$a_t = \frac{P_t}{m} = g\sin\alpha,\ a_n = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

Theo bài ra ta có:

$$P = T \to mg = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

$$\to \cos\alpha = \frac{1 + 2\cos\alpha_0}{3} = \frac{1 + 2\cos 60^0}{3} = \frac{2}{3} \to \sin\alpha = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\rightarrow a_t = g\sin\alpha = \pm\frac{10\sqrt{5}}{3} m/s^2$$

$$a_n = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = 2.10\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) = \frac{10}{3} m/s^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\pm\frac{10\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{10\sqrt{6}}{3} m/s^2$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 8: (Chuyên Đức Thọ Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc α_0 có $\cos\alpha_0 = 0,97$. Khi vật đi qua vị trí có li độ góc α thì lực căng dây bằng trọng lực của vật. Giá trị $\cos\alpha$ bằng

A. $\cos\alpha = 0,98$ B. $\cos\alpha = 1$ C. $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ D. $\cos\alpha = 0,99$

Phân tích và hướng dẫn giải

Tỉ số lực căng dây so với trọng lực của vật:

$$\frac{T}{P} = \frac{P(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)}{P} = 1$$

$$\Rightarrow 3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0 = 1 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1 + 2\cos\alpha_0}{3} = \frac{1 + 2.0,97}{3} = 0,98$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 9: (Trích đề thi thử Triệu Sơn – Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn khối lượng m dao động điều hoà với biên độ góc α_0. Biểu thức tính lực căng của dây treo ở li độ α là

A. $T_C = mg\left(1 + \alpha_0^2 - \alpha^2\right)$ B. $T_C = mg\left(1 + \alpha_0^2 - \frac{3}{2}\alpha^2\right)$

C. $T_C = mg\left(3\cos\alpha_0 - 2\cos\alpha\right)$ D. $T_C = mg\left(2\cos\alpha - 3\cos\alpha_0\right)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Vì con lắc đơn dao động điều hòa nên biên độ góc nhỏ, vì thế ta sử dụng công thức gần đúng sau để giải bài toán:

$$\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cong 1 - 2.\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

Theo bài ra ta có:

$$\tau = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) = mg\left(3\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) - 2.\left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2}\right)\right) = mg\left(1 + \alpha_0^2 - \frac{3\alpha^2}{2}\right)$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 10: Một con lắc đơn có chiều dài 1m, đầu trên cố định đầu dưới gắn với vật nặng có khối lượng m. Điểm cố định cách mặt đất 2,5m. Ở thời điểm ban đầu đưa con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc $\alpha = 0,09$ rad (góc nhỏ) rồi thả nhẹ khi con lắc vừa qua vị trí cân bằng thì sợi dây bị đứt. Bỏ qua mọi sức cản, lấy $g = \pi^2 = 10$ m/s². Tốc độ của vật nặng ở thời điểm t = 0,55s có giá trị gần bằng:

A. 5,5 m/s B. 0,5743m/s C. 0,2826 m/s D. 1 m/s

Phân tích và hướng dẫn giải

Nhận xét: vì $\alpha = 0,09$ rad (góc nhỏ) nên con lắc đơn dao động điều hòa.

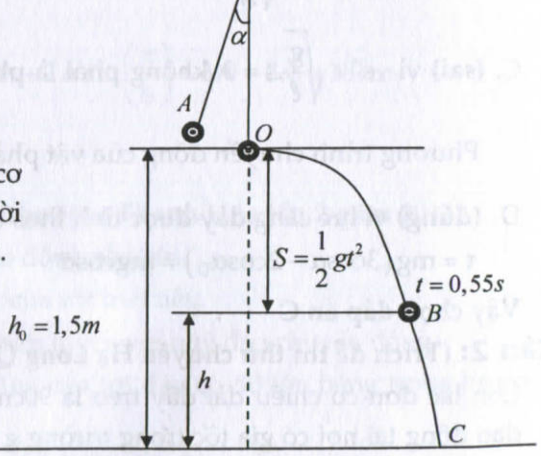
Năng lượng của con lắc được tính theo công thức gần đúng $W = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2$

Theo bài ra ta có: $\alpha = \alpha_0$

Chu kì dao động của con lắc đơn $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2$ (s). Khi qua VTCB sợi dây đứt chuyển động của vật là chuyển động ném ngang từ độ cao $h_0 = 1,5$m.

Áp dụng định luật cơ năng tại O và A để tính vận tốc của vật trước khi dây đứt

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{gl}.\alpha_0 = \sqrt{\pi^2.1}.\alpha_0 \Rightarrow v_0 = \pi\alpha_0$$



Thời gian vật chuyển động sau khi dây đứt là t = 0,05s.

Khi đó vật ở độ cao:

$$h = h_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h_0 - h = \frac{1}{2}gt^2$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng tại O và B (vị trí vật tại thời điểm t = 0,05s kể từ khi dây đứt).

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2g(h_0 - h)$$

$$= v_0^2 + 2g.\frac{1}{2}gt^2 = (\pi\alpha_0)^2 + (gt)^2$$

Thay số vào ta được:

$$v^2 = (\pi.0,09)^2 + (10.0,55)^2 \Rightarrow v = 5,5(m/s)$$

Chọn đáp án A

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Điều nào sau đây *sai* khi nói về con lắc đơn có khối lượng vật nặng là m, chiều dài dây treo là *l*, dao động điều hoà với biên độ góc α₀, chu kì T, tại nơi có gia tốc trọng trường g? Khi con lắc đi qua vị trí có li độ cong s, li độ góc $\alpha < \alpha_0$, lực căng dây τ thì

A. $\alpha = \alpha_0 \cos\left(\frac{\sqrt{g}}{\ell}t + \varphi\right)$ B. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

C. $s'' + \sqrt{\frac{g}{\ell}}.s = 0$ D. $\tau \neq mg\cos\alpha$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Con lắc đơn dao động điều hòa nên

A. **(đúng)** vì $\alpha = \alpha_0 \cos\left(\frac{\sqrt{g}}{\ell}t + \varphi\right)$ là phương trình dao động của vật với $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

B. **(đúng)** vì $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ là chu kỳ dao động của con lắc

C. **(sai)** vì $s'' + \sqrt{\frac{g}{\ell}}.s = 0$ không phải là phương trình chuyển động của vật.

Phương trình chuyển động của vật phải là $s'' + \frac{g}{\ell}.s = 0$

D. **(đúng)** vì lực căng dây được tính theo công thức:

$\tau = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) \neq mg\cos\alpha$

Vậy chọn đáp án C

Câu 2: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Con lắc đơn có chiều dài dây treo là 90cm, khối lượng vật nặng bằng 60 g, dao động tại nơi có gia tốc trọng trường g = 10 m/s². Biết độ lớn lực căng cực đại của dây treo lớn gấp 4 lần độ lớn lực căng cực tiểu của nó. Bỏ qua mọi ma sát, chọn gốc thế năng ở vị trí cân bằng. Cơ năng dao động của con lắc bằng

A. 2,7 J. B. 0,27 J. C. 0,135 J. D. 1,35 J.

Phân tích và hướng dẫn giải

Lực căng dây được tính theo công thức: $\tau = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

Vì thế lực căng dây lớn nhất khi vật ở VTCB và nhỏ nhất tại vị trí biên:

Vậy ta có: $\frac{\tau_{max}}{\tau_{min}} = \frac{mg(3\cos0 - 2\cos\alpha_0)}{mg(3\cos\alpha_0 - 2\cos\alpha_0)} = \frac{mg(3 - 2\cos\alpha_0)}{mg\cos\alpha_0} = \frac{3 - 2\cos\alpha_0}{\cos\alpha_0} = 4$

$\Rightarrow \cos\alpha_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_0 = \frac{\pi}{3}$

Cơ năng dao động của vật:

$W = mgl(1 - \cos\alpha_0) = 0,06.10.0,9.(1 - 0,5) = 0,27(J)$

Vậy chọn đáp án B

Câu 3: (Trích đề thi thử chuyên Vĩnh Phúc lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ khối lượng m treo vào sợi dây có chiều dài *l* = 40cm. Bỏ qua sức cản không khí. Đưa con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng góc α₀ = 0,15 rad rồi thả nhẹ, quả cầu dao động điều hòa. Quãng đường cực đại mà quả cầu đi được trong khoảng thời gian 2T/3 là

A. 18 cm. B. 16 cm. C. 20 cm. D. 8 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta phân tích thời gian để cho với $\frac{T}{2}$, ta có: $\Delta t = \frac{2T}{3} = \frac{T}{2} + \frac{T}{6}$

$$S_{max(\Delta t)} = S_{\frac{T}{2}} + S_{max\left(\frac{T}{6}\right)} = 2A + 2A\sin\left(\frac{\omega.\frac{T}{6}}{2}\right)$$

$$= 2A + 2A\sin\left(\frac{\frac{2\pi}{T}.\frac{T}{6}}{2}\right) = 2A + 2A\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3A = 3.6 = 18cm$$

Chọn đáp án A

Câu 4: (Trích đề thi thử chuyên Thiệu Hóa Thanh Hóa lần 2 năm 2013)

Một con lắc đơn đang thực hiện dao động nhỏ, thì

A. khi đi qua vị trí cân bằng gia tốc của vật triệt tiêu.

B. tại hai vị trí biên gia tốc của vật tiếp tuyến với quỹ đạo chuyển động.

C. khi đi qua vị trí cân bằng lực căng của sợi dây có độ lớn bằng trọng lượng của vật.

D. gia tốc của vật luôn vuông góc với sợi dây.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. **(sai)** vì khi đi qua vị trí cân bằng gia tốc tiếp tuyến của vật triệt tiêu còn gia tốc của vật chính là gia tốc hướng tâm. $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = a_n\ (a_t = 0)$

B. **(đúng)** vì tại hai vị trí biên gia tốc của vật theo thành phần hướng tâm (pháp tuyến) bị triệt tiêu, chỉ còn thành phần gia tốc tiếp tuyến nên thành phần này tiếp tuyến với quỹ đạo chuyển động.

C. **(sai)** vì khi đi qua vị trí cân bằng lực căng của sợi dây có độ lớn lớn hơn trọng lượng của vật $\tau = P(3-2\cos\alpha_0) > P$.

D. **(sai)** vì gia tốc của vật vuông góc với sợi dây chỉ đúng khi vật ở vị trí biên.

Vậy chọn đáp án B

Câu 5: (Trích đề thi thử chuyên Hồng Lĩnh Hà tĩnh lần 1 năm 2013)

Con lắc đơn gồm vật nhỏ m = 200gam, treo vào sợi dây có chiều dài l. Kéo con lắc lệch khỏi VTCB góc α₀ rồi buông nhẹ. Bỏ qua ma sát thì thấy lực căng có độ lớn nhỏ nhất khi dao động bằng 1N. Biết $g = 10m/s^2$. Lấy gốc tính thế năng ở VTCB. Khi dây làm với phương thẳng đứng góc 30^0 thì tỉ số giữa động năng và thế năng bằng

A. 0,5. B. 0,58. C. 2,73. D. 0,73.

Phân tích và hướng dẫn giải

Lực căng dây có độ lớn nhỏ nhất khi vật đang ở biên $\alpha = \alpha_0$:

$$\tau_{min} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

$$= mg(3\cos\alpha_0 - 2\cos\alpha_0) = 0,2.10.\cos\alpha_0 = 1 \Rightarrow \cos\alpha_0 = \frac{1}{2}$$

Khi $\alpha = 30^0$ thì tỉ số giữa động năng và thế năng là:

$$\frac{W_d}{W_t} = \frac{W - W_t}{W_t} = \frac{mgl(1-\cos\alpha_0) - mgl(1-\cos\alpha)}{mgl(1-\cos\alpha_0)}$$

$$= \frac{\cos\alpha - \cos\alpha_0}{1-\cos\alpha_0} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \sqrt{3} - 1 = 0,73$$

Chọn đáp án D

Câu 6: (Trích đề thi thử Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn đang dao động điều hoà. Khi qua vị trí cân bằng vật treo va chạm với vật nặng khác đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hoà. Điều nào sau đây là **đúng** khi nói về dao động của con lắc mới?

A. Con lắc vẫn tiếp tục dao động với biên độ như cũ.

B. Cả chu kì và biên độ của con lắc đều thay đổi.

C. Con lắc vẫn tiếp tục dao động với chu kì và biên độ như cũ.

D. Con lắc vẫn tiếp tục dao động với chu kì như cũ và biên độ giảm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi vật đến vị trí cân bằng, lúc này vận tốc của vật là cực đại $v = \omega A$ thì va chạm với vật khác nằm yên ở đó, sau va chạm hai vật dính vào nhau nên đây là va chạm mềm. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang $mv = (m+M)v' \to v' = \frac{m}{m+M}v = \frac{m}{m+M}.\omega A$

vì tần số con lắc đơn không phụ thuộc vào khối lượng nên khi hai vật dính vào nhau thì tần số vẫn không đổi vì thế chu kỳ cũng không đổi. Để xem biên độ có thay đổi hay không ta áp dụng công thức độc lập để xác định biên độ mới:

$$A'^2 = \frac{v'^2}{\omega'^2} + x^2 \xrightarrow{\omega'=\omega} A' = \sqrt{\frac{v'^2}{\omega^2} + x^2} = \sqrt{\frac{\left(\frac{m}{m+M}.\omega A\right)^2}{\omega^2} + 0} = \frac{m}{m+M}A < A$$

Vì thế con lắc dao động với chu kỳ như cũ và biên độ giảm.

Vậy chọn đáp án B

Câu 7: (Trích đề thi thử chuyên Lê Quý Đôn – Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ được treo vào đầu dưới của một sợi dây không giãn, đầu trên của sợi dây được buộc cố định. Bỏ qua ma sát và lực cản của không khí. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc 0,1 rad rồi thả nhẹ. Tỉ số giữa độ lớn gia tốc tiếp tuyến của vật tại vị trí biên và độ lớn gia tốc tiếp tuyến của vật tại vị trí động năng bằng 2 thế năng là :

A. $\sqrt{3}$ B. 1/3 C. 3 D. $\sqrt{2}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $W_d = 2W_t \Rightarrow s = \pm\frac{1}{\sqrt{n+1}}S_0 = \pm\frac{1}{\sqrt{2+1}}S_0 = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}S_0$

Độ lớn gia tốc tiếp tuyến của vật tại biên: $a_B = \omega^2 S_0$

Độ lớn gia tốc tiếp tuyến của vật tại vị trí động năng bằng 2 thế năng:

$$a = \omega^2 s = \omega^2.\frac{S_0}{\sqrt{3}}$$

Vậy tỉ số cần tìm là: $\frac{a_B}{a} = \frac{\omega^2 S_0}{\omega^2.\frac{S_0}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$. **Chọn đáp án A**

Câu 8: Một con lắc đơn có khối lượng vật nặng là m, sợi dây mảnh có chiều dài l. Từ vị trí cân bằng, kéo vật sao cho dây treo hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha_0 = 60^0$ rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10\ m/s^2$, bỏ qua mọi lực cản. Trong quá trình chuyển động thì độ lớn gia tốc của con lắc có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $10\sqrt{2/3}\left(m/s^2\right)$ B. $0\left(m/s^2\right)$

C. $10\sqrt{3/2}\left(m/s^2\right)$ D. $10\sqrt{5}/3\left(m/s^2\right)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Gia tốc toàn phần của vật nặng con lắc:

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2 = \left(g\sin\alpha\right)^2 + \left[2g\left(\cos\alpha - \cos\alpha_0\right)\right]^2$$
$$= 300\cos^2\alpha - 400\cos\alpha + 200 = y$$

Đặt $z = 3\cos^2\alpha - 4\cos\alpha + 2 = 3t^2 - 4t + 2$ với $\frac{1}{2} \le t \le 1$

Đạo hàm $z' = 0 \to t = \frac{2}{3} \to z = \frac{2}{3} \to y = \frac{200}{3} \to a = 10\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Lập bảng biến thiên ứng với $t = \frac{1}{2}, t = \frac{2}{3}, t = 1 \to a_{min} = 10\sqrt{\frac{2}{3}}$

Chọn đáp án A

Câu 9: Một con lắc đồng hồ coi như một con lắc đơn thực hiện dao động điều hoà tại nơi có $g = 9{,}8m/s^2$ vật nặng có khối lượng $m = 0{,}8kg$, chiều dài con lắc đồng hồ $l = 1{,}2m$ và biên độ góc nhỏ là 0,1rad. Do trong quá trình dao động con lắc chịu tác dụng lực cản không đổi nên nó chỉ dao động được 80s thì dừng lại. Người ta dùng một nguồn pin có $E = 5V$, điện trở trong không đáng kể. Để bổ sung năng lượng cần thiết cho con lắc với hiệu suất là 30%. Ban đầu pin có điện tích 10000C. Hỏi sau bao lâu người ta thay pin một lần:

A. 295,2ngày B. 292,8ngày C. 360,3 ngày D. 350,4 ngày

Phân tích và hướng dẫn giải

Kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến lúc dừng lại, toàn bộ năng lượng dự trữ ban đầu của con lắc đã chuyển hoàn toàn thành công lực cản. Như vậy sau 80s thì dừng lại nên công suất tiêu hao năng lượng con lắc là: $P = \frac{mgl\alpha_0^2}{2.\tau}$

Để duy trì dao động thì cứ mỗi giây nguồn pin cần cung cấp cho con lắc đồng hồ công suất như trên thì con lắc sẽ tiếp tục dao động. Do hiệu suất chuyển đổi là 30% nên thực tế công suất nguồn pin cung cấp cho con lắc là:

$P' = \frac{P}{\eta} = \frac{mgl\alpha_0^2}{2.\tau.\eta} \Rightarrow$ Sau thời gian t thì tiêu thụ hết năng lượng nguồn pin nên ta có:

$$P'.t = q.E \Rightarrow t = \frac{qE}{P'} = \frac{qE.2.\tau.\eta}{mgl\alpha_0^2} = 295{,}2\text{ ngày}$$

Chọn đáp án A

Chuyên đề 7

CON LẮC TRÙNG PHÙNG

PHƯƠNG PHÁP

Để xác định chu kỳ T_1 của một con lắc lò xo (con lắc đơn) người ta so sánh với chu kỳ T_2 (đã biết) của một con lắc khác $(T_1 \approx T_2)$.

Hai con lắc gọi là trùng phùng khi chúng đồng thời đi qua một vị trí xác định theo cùng một chiều.

Gọi thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp là Δt

Ta có: $\Delta t = N_1T_1 = N_2T_2$

(với N_1 và N_2 là số dao động con lắc 1 và 2 thực hiện trong thời gian Δt)

Lập tỉ số: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{a}{b} =$ phân số tối giản $\Rightarrow \begin{cases} N_1 = nb \\ N_2 = na \end{cases} (n \in N^*)$

Thời gian trùng phùng lần đầu tiên ứng với $n = 1$. Lúc đó con lắc 1 thực hiện được b dao động thì con lắc 2 thực hiện được a dao động nên thời gian trùng phùng là:

$\Delta t_{min} = N_1T_1 = bT_1$ đối với con lắc 1.

$\Delta t_{min} = (N_1 + 1)T_2$ đối với con lắc 2.

VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Hai chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ lần lượt là $T_1 = 2s$ và $T_2 = 1{,}5$ s. Giả sử tại thời điểm t hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng theo cùng chiều thì sau đó bao lâu cả hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng theo cùng chiều như trên.

A. $\Delta t = 6{,}6s$ B. $\Delta t = 4{,}6s$ C. $\Delta t = 3{,}2s$ D. $\Delta t = 6s$

Phân tích và hướng dẫn giải

Do tính tuần hoàn của chuyển động nên con lắc chuyển động nhanh hơn sẽ gặp con lắc chuyển động chậm hơn cũng có tính tuần hoàn. Thời gian tuần hoàn mà hai con lắc gặp nhau được gọi là thời gian trùng phùng. Hai con lắc dao động như trên gọi là hai con lắc trùng phùng.

Gọi thời gian của hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng theo cùng chiều là Δt (còn gọi là khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp).

Ta có: $\Delta t = N_1T_1 = N_2T_2$

(với N_1 và N_2 là số dao động con lắc 1 và 2 thực hiện trong thời gian Δt)

Theo bài ra: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{2}{1{,}5} = \frac{4}{3} =$ phân số tối giản $\Rightarrow \begin{cases} N_1 = 3n \\ N_2 = 4n \end{cases} (n \in N^*)$

Thời gian trùng phùng lần đầu tiên ứng với $n = 1$. Lúc đó con lắc 1 thực hiện được 3 dao động thì con lắc 2 thực hiện được 4 dao động nên thời gian trùng phùng là: $\Delta t = 3T_1 = 3.2 = 6s$ đối với con lắc 1

Cũng có thể là: $\Delta t = 4T_2 = 4.1,5 = 6s$ đối với con lắc 2.

Chọn đáp án D

Ví dụ 2: (Trích đề thi thử chuyên Thái Nguyên lần 1 năm 2013)

Hai vật dao động điều hòa dọc theo hai trục tọa độ song song cùng chiều. Phương trình dao động của hai vật tương ứng là $x_1 = A\cos(3\pi t + \varphi_1)$ và $x_2 = A\cos(4\pi t + \varphi_2)$. Tại thời điểm ban đầu, hai vật đều có li độ bằng A/2 nhưng vật thứ nhất đi theo chiều dương trục tọa độ, vật thứ hai đi theo chiều âm trục tọa độ. Khoảng thời gian ngắn nhất để trạng thái của hai vật lặp lại như ban đầu là

A. 4s B. 3s C. 2s D. 1s

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{\omega_2}{\omega_1} = \dfrac{N_2}{N_1} = \dfrac{4}{3}$ = phân số tối giản $\Rightarrow \begin{cases} N_1 = 3n \\ N_2 = 4n \end{cases} (n \in N^*)$

Thời gian ngắn nhất để trạng thái của hai vật lặp lại như ban đầu là thời gian trùng phùng lần đầu tiên ứng với $n = 1$. Lúc đó con lắc 1 thực hiện được 3 dao động thì con lắc 2 thực hiện được 4 dao động nên thời gian trùng phùng đầu tiên là:

$\Delta t = N_{1\min}.T_1 = 3.\dfrac{2\pi}{3\pi} = 2(s)$ đối với con lắc 1.

$\Delta t = N_{2\min}.T_2 = 4.\dfrac{2\pi}{4\pi} = 2(s)$ đối với con lắc 2.

ở đây tính cho cả hai con lắc là để các bạn tham khảo và hiểu kỹ hơn còn trong thi thì tính cho một con lắc thôi.

Chọn đáp án C

Ví dụ 3: Cho hai con lắc lò xo A và B dao động điều hòa trên hai đường thẳng song song với nhau. Ban đầu kéo vật nặng của hai con lắc về cùng một phía một đoạn bằng nhau rồi buông nhẹ cùng một lúc. Con lắc B dao động nhanh hơn con lắc A và sau 5 phút 14 giây người ta mới quan sát thấy hai vật nặng lại trùng nhau ở vị trí ban đầu. Biết độ cứng của hai con lắc lò xo bằng nhau, chu kì dao động của con lắc A là 0,2(s). Tỉ số khối lượng vật nặng B với vật nặng A là:

A. 0,986 B. 0,998 C . 0,988 D.0,996

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là dạng toán ngược của bài toán con lắc trùng phùng.

Con lắc B dao động nhanh hơn con lắc A nên trong cùng một khoảng thời gian, con lắc B thực hiện nhiều dao động hơn con lắc A vì thế thời gian trùng phùng lần đầu tiên: $\Delta t_{\min} = N_A T_A \Rightarrow N_A = \dfrac{\Delta t_{\min}}{T_A}$

Ta lại có: $\Delta t_{\min} = N_A T_A = (N_A + 1)T_B$

$$\Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{N_A + 1}{N_A} = \frac{\dfrac{\Delta t_{\min}}{T_A} + 1}{\dfrac{\Delta t_{\min}}{T_A}} = \frac{\dfrac{5.60 + 14}{0,2} + 1}{\dfrac{5.60 + 14}{0,2}} = \frac{1571}{1570} = \frac{\sqrt{m_A}}{\sqrt{m_B}} \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = 0,998$$

Chọn đáp án B

BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Hai con lắc đơn treo cạnh nhau có chu kỳ dao động nhỏ là $T_1 = 4s$ và $T_2 = 4,8s$. Kéo hai con lắc lệch một góc nhỏ như nhau rồi đồng thời buông nhẹ. Hỏi sau thời gian ngắn nhất bao nhiêu thì hai con lắc sẽ đồng thời trở lại vị trí này:

A. 8,8s B. 12s. C. 6,248s. D. 24s

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{N_2}{N_1} = \dfrac{4}{4,8} = \dfrac{5}{6}$ = phân số tối giản $\Rightarrow \begin{cases} N_1 = 6n \\ N_2 = 5n \end{cases} (n \in N^*)$

Thời gian ngắn nhất hai con lắc đồng thời trở lại vị trí ban đầu là thời gian trùng phùng lần đầu tiên ứng với $n = 1 \Rightarrow \begin{cases} N_1 = 6 \\ N_2 = 5 \end{cases}$

$\Delta t_{\min} = N_{1\min}.T_1 = 6.4 = 24(s)$

Chọn đáp án D

Câu 2: (Trích đề thi thử Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Hai con lắc có cùng biên độ, có chu kỳ T_1 và $T_2 = 4T_1$ tại thời điểm ban đầu chúng đi qua VTCB theo cùng một chiều. Khoảng thời gian ngắn nhất hai con lắc ngược pha nhau là:

A. $\dfrac{T_2}{6}$ B. $\dfrac{T_2}{4}$ C. $\dfrac{T_2}{3}$ D. $\dfrac{T_2}{2}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Thời gian ngắn nhất để hai con lắc ngược pha nhau là bằng $\dfrac{1}{2}$ chu kì trùng phùng $t = \dfrac{\Delta t_{\min}}{2}$

Theo bài ra: $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{N_2}{N_1} = \dfrac{1}{4}$ = phân số tối giản $\Rightarrow \begin{cases} N_1 = 4n \\ N_2 = n \end{cases} (n \in N^*)$

Thời gian trùng phùng lần đầu tiên ứng với $n = 1 \Rightarrow \begin{cases} N_1 = 4 \\ N_2 = 1 \end{cases}$

$\Delta t_{min} = N_{2min}.T_2 = T_2 \Rightarrow t = \dfrac{\Delta t_{min}}{2} = \dfrac{T_2}{2}$. **Chọn đáp án D**

Câu 3: (Trích đề thi thử chuyên Hải Dương lần 1 năm 2013)

Hai con lắc đơn có chiều dài l_1 và l_2 dao động nhỏ với chu kì $T_1 = 0{,}6$(s), $T_2 = 0{,}8$(s) cùng được kéo lệch góc α_0 so với phương thẳng đứng và buông tay cho dao động. Sau thời gian ngắn nhất bao nhiêu thì 2 con lắc lại ở trạng thái này.

A. 2(s) B. 2,5(s) C. 4,8(s) D. 2,4(s)

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{N_2}{N_1} = \dfrac{0{,}6}{0{,}8} = \dfrac{3}{4}$ = phân số tối giản $\Rightarrow \begin{cases} N_1 = 4n \\ N_2 = 3n \end{cases} (n \in N^*)$

Thời gian trùng phùng lần đầu tiên ứng với $n = 1 \Rightarrow \begin{cases} N_1 = 4 \\ N_2 = 3 \end{cases}$

$\Delta t_{min} = N_{1min}.T_1 = 4.0{,}6 = 2{,}4(s)$. **Chọn đáp án D**

Câu 4: Cho hai con lắc đơn A và B dao động điều hòa trên hai đường thẳng song song với nhau. Ban đầu kéo vật nặng của hai con lắc về cùng một phía hợp với phương thẳng đứng một góc bằng nhau rồi buông nhẹ cùng một lúc. Biết rằng chu kỳ dao động của con lắc B nhỏ hơn chu kỳ dao động của con lắc A. Người ta đo được sau 4 phút 30 giây thì thấy hai vật nặng lại trùng nhau ở vị trí ban đầu. Biết chu kì dao động của con lắc A là 0,5 (s). Tỉ số chiều dài của con lắc A với so với chiều dài con lắc B là:

A. 1,003245 B. 1,002234 C. 1,002566 D.0,996243

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là dạng toán ngược của bài toán con lắc trùng phùng.

Theo bài ra: $T_B < T_A \Rightarrow$ Con lắc B dao động nhanh hơn con lắc A vì thế trong cùng một khoảng thời gian, con lắc B thực hiện nhiều dao động hơn con lắc A.

Gọi N_A là số dao động mà con lắc A thực hiện được trong lần trùng phùng đầu tiên $\Rightarrow N_B = N_A + 1$.

Suy ra thời gian trùng phùng lần đầu tiên: $\Delta t_{min} = N_A T_A \Rightarrow N_A = \dfrac{\Delta t_{min}}{T_A}$

Ta lại có: $\Delta t_{min} = N_A T_A = (N_A + 1) T_B$

$$\Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{N_A + 1}{N_A} = \frac{\frac{\Delta t_{min}}{T_A} + 1}{\frac{\Delta t_{min}}{T_A}} = \frac{\frac{6.60 + 30}{0{,}5} + 1}{\frac{6.60 + 30}{0{,}5}} = \frac{781}{780} = \frac{\sqrt{l_A}}{\sqrt{l_B}} \Rightarrow \frac{l_A}{l_B} = 1{,}002566$$

Chọn đáp án C

Chuyên đề 8

CÁC LOẠI DAO ĐỘNG

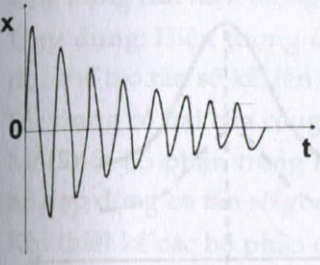
1. *Dao động tắt dần*

a) **Định nghĩa:** Là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian.

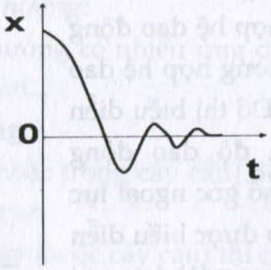
b) **Nguyên nhân:** Do vật dao động trong môi trường và chịu lực cản của môi trường đó.

c) **Đặc điểm:**

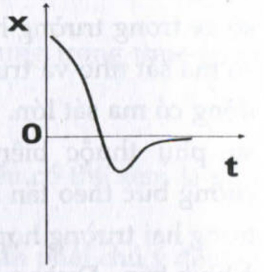
- Cơ năng của vật giảm dần chuyển hóa thành nhiệt.
- Tùy theo lực cản của môi trường lớn hay nhỏ mà dao động tắt dần xảy ra nhanh hay chậm.



Trong không khí



Trong nước



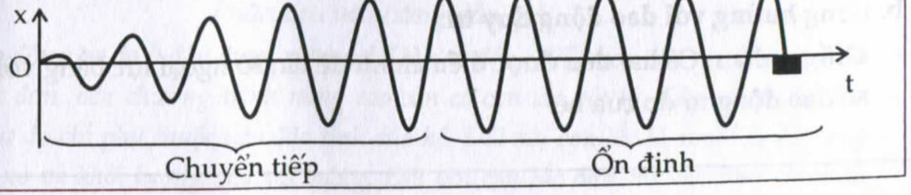
Trong dầu nhớt

d. Tác dụng

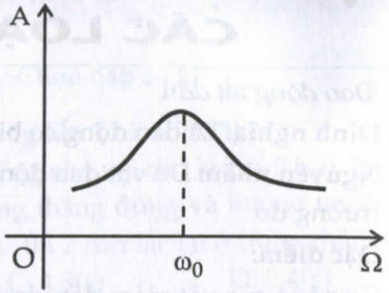
- Dao động tắt dần có lợi: Bộ phận giảm xóc trên xe ôtô, xe máy… kiểm tra, thay dầu nhớt.
- Dao động tắt dần có hại: Dao động ở quả lắc đồng hồ, phải lên dây cót hoặc thay pin.

2. *Dao động cưỡng bức:*

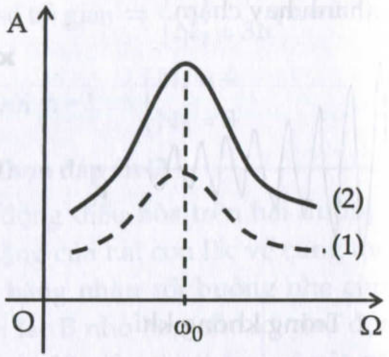
Nếu tác dụng một ngoại lực điều hoà $F = F_0\sin(\Omega t)$ lên một hệ dao động tự do, sau khi dao động của hệ được ổn định (thời gian từ lúc tác dụng lực đến khi hệ có dao động ổn định gọi là giai đoạn chuyển tiếp) thì dao động của hệ là dao động điều hoà có tần số bằng tần số ngoại lực. Biên độ của dao động này phụ thuộc vào tần số ngoại lực và tỉ lệ với biên độ ngoại lực. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc li độ vật dao động cưỡng bức theo thời gian ở hình vẽ dưới.



3. *Cộng hưởng:*



- Nếu tần số ngoại lực (Ω) bằng với tần số riêng (ω_0) của hệ dao động tự do, thì biên độ dao động cưỡng bức đạt giá trị cực đại, hiện tượng này gọi là *hiện tượng cộng hưởng*. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc biên độ dao động cưỡng bức theo tần số góc ngoại lực vẽ ở hình bên.



- Cùng một ngoại lực $F = F_0\sin(\Omega t)$ tác dụng lên hệ dao động tự do có tần số ω_0 trong trường hợp hệ dao động có ma sát nhỏ và trường hợp hệ dao động có ma sát lớn. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc biên độ dao động cưỡng bức theo tần số góc ngoại lực trong hai trường hợp được biểu diễn ở hình bên. Đường cong (1) ứng với ma sát lớn, còn đường cong (2) ứng với ma sát nhỏ. Vậy với cùng một ngoại lực tuần hoàn tác dụng lên hệ dao động tự do, *nếu ma sát càng nhỏ thì giá trị cực đại của biên độ càng tăng.*

4. *Phân biệt dao động cưỡng bức và dao động duy trì:*

a. Dao động cưỡng bức với dao động duy trì:

- **Giống nhau:** Đều xảy ra dưới tác dụng của ngoại lực.
- **Khác nhau:**

Dao động cưỡng bức	Dao động duy trì
Trong giai đoạn ổn định thì tần số dao động cưỡng bức luôn bằng tần số ngoại lực.	Tần số ngoại lực luôn điều chỉnh để bằng tần số dao động tự do của hệ.

b. Cộng hưởng với dao động duy trì:

- **Giống nhau:** Cả hai đều được điều chỉnh để tần số ngoại lực bằng với tần số dao động tự do của hệ.

- **Khác nhau:**

Cộng hưởng	Dao động duy trì
+ Ngoại lực độc lập bên ngoài. + Năng lượng hệ nhận được trong mỗi chu kỳ dao động do công ngoại lực truyền cho lớn hơn năng lượng mà hệ tiêu hao do ma sát trong chu kì đó.	+ Ngoại lực được điều khiển bởi chính dao động ấy qua một cơ cấu nào đó. + Năng lượng hệ nhận được trong mỗi chu kỳ dao động do công ngoại lực truyền cho đúng bằng năng lượng mà hệ tiêu hao do ma sát trong chu kì đó.

5. *Ứng dụng của hiện tượng cộng hưởng:*

a. Ứng dụng: Hiện tượng cộng hưởng có nhiều ứng dụng trong thực tế, ví dụ: chế tạo tần số kế, lên dây đàn...

b. Tác dụng có hại của cộng hưởng:

- Mỗi một bộ phận trong máy (hoặc trong cây cầu) đều có thể xem là một hệ dao động có tần số góc riêng ω_0.
- Khi thiết kế các bộ phận của máy (hoặc cây cầu) thì cần phải chú ý đến sự trùng nhau giữa tần số góc ngoại lực ω và tần số góc riêng ω_0 của các bộ phận này, nếu sự trùng nhau này xảy ra (cộng hưởng) thì các bộ phận trên dao động cộng hưởng với biên độ rất lớn và có thể làm gãy các chi tiết trong các bộ phận này.

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Tần số của hệ dao động tự do

A. chỉ phụ thuộc vào đặc tính của hệ dao động và không phụ thuộc vào các yếu tố bên ngoài.

B. phụ thuộc vào cách kích thích dao động và đặc tính của hệ dao động.

C. phụ thuộc vào điều kiện ban đầu và biên độ của dao động.

D. chỉ phụ thuộc vào cách kích thích dao động và không phụ thuộc vào đặc tính của hệ dao động.

Phân tích và hướng dẫn giải

Hệ dao động tự do ở đây được xét cụ thể là dao động điều hòa của con lắc lò xo và con lắc đơn, bên chương trình nâng cao còn có con lắc vật lý. Tần số của hệ dao động tự do chỉ phụ thuộc vào đặc tính của hệ. Đối với con lắc lò xo đó là độ cứng của lò xo và khối lượng của vật nặng. Đối với con lắc đơn thì đặc tính chính là *chiều dài dây treo và gia tốc trọng trường nơi đặt con lắc dao động. Tần số của hệ dao động tự do không phụ thuộc vào các yếu tố bên ngoài như cách kích thích ban đầu, gia tốc trọng trường (đối với con lắc lò xo), khối lượng (đối với con lắc đơn).*

Sau đây là cách chọn và không chọn các đáp án cụ thể:

A. chỉ phụ thuộc vào đặc tính của hệ dao động và không phụ thuộc vào các yếu tố bên ngoài.**(đúng)** vì theo lý luận ở trên.

B. phụ thuộc vào cách kích thích dao động đó là biên độ vì thế câu này **sai**

C. phụ thuộc vào điều kiện ban đầu đó là pha ban đầu của dao động nên câu này cũng **sai**

D. chỉ phụ thuộc vào cách kích thích dao động và không phụ thuộc vào đặc tính của hệ dao động là biên độ không phải là của tần số. Câu này cũng sai.

Vậy chọn đáp án A

Ví dụ 2: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Phát biểu nào sau đây **sai** về các dao động cơ?

A. Một vật dao động điều hoà với tần số góc ω thì gia tốc của vật biến đổi theo thời gian theo phương trình: a = Acos(ωt + φ) (với A là độ lớn gia tốc cực đại).

B. Một vật dao động duy trì thì có chu kì dao động chỉ phụ thuộc vào đặc tính của hệ.

C. Một vật dao động tự do thì tác dụng lên vật chỉ có nội lực.

D. Con lắc lò xo dao động cưỡng bức thì tần số dao động luôn bằng:

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Phân tích và hướng dẫn giải.

A. Một vật dao động điều hoà với tần số góc ω thì gia tốc của vật biến đổi theo thời gian theo phương trình: a = Acos(ωt + φ) (với A là độ lớn gia tốc cực đại). **Đúng** vì gia tốc dao động điều hòa với tần số góc ω=1rad/s

B. Một vật dao động duy trì thì có chu kì dao động chỉ phụ thuộc vào đặc tính của hệ. **Đúng** vì chu kỳ của dao động duy trì luôn điều chỉnh để bằng với chu kỳ dao động tự do

C. Một vật dao động tự do thì tác dụng lên vật chỉ có nội lực. **Đúng** vì theo tính chất của dao động tự do

D. Con lắc lò xo dao động cưỡng bức thì tần số dao động chỉ ~~luôn~~ bằng: $f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng. Vậy câu này **sai**

Chọn đáp án D

Ví dụ 3: (Trích đề thi thử chuyên Như Thành Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Phát biểu nào sau đây là **không** đúng?

A. Biên độ của dao động tắt dần giảm dần theo thời gian.

B. Biên độ của dao động duy trì không phụ thuộc vào phần năng lượng cung cấp thêm cho dao động trong mỗi chu kì.

C. Biên độ của dao động riêng chỉ phụ thuộc vào cách kích thích ban đầu để tạo nên dao động.

D. Biên độ của dao động cưỡng bức chỉ phụ thuộc vào biên độ của lực cưỡng bức.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. Biên độ và năng lượng của dao động tắt dần giảm dần theo thời gian. **Đúng** vì theo định nghĩa của dao động tắt dần

B. Biên độ của dao động duy trì không phụ thuộc vào phần năng lượng cung cấp thêm cho dao động trong mỗi chu kì. **Đúng** vì phần năng lượng cung cấp thêm cho dao động trong mỗi chu kì là để cho hệ không dao động tắt dần còn biên độ phụ thuộc vào cách kích thích ban đầu cho vật dao động

C. Biên độ của dao động riêng chỉ phụ thuộc vào cách kích thích ban đầu để tạo nên dao động. **Đúng** theo câu trên

D. Biên độ của dao động cưỡng bức chỉ phụ thuộc vào biên độ của lực cưỡng bức là chưa đủ vì còn phụ thuộc vào tần số của dao động cưỡng bức (hay phụ thuộc vào độ chênh lệch giữa tần số dao động cưỡng bức với tần số dao động riêng). Câu này **sai**

Chú ý: *Trong các câu lý thuyết mà xuất hiện các từ như: " chỉ", " luôn", " mọi" có nghĩa là câu khẳng định một điều nào đó. Thường thì câu này lúc nào cũng có vấn đề. Ví dụ như câu trên: biên độ dao động cưỡng bức phụ thuộc vào hai yếu tố là biên độ và tần số của lực cưỡng bức nhưng đề chỉ khẳng định là một yếu tố thì câu này thiếu nên sai.*

Chọn đáp án D

Ví dụ 4: (Trích đề thi thử chuyên Trần Phú Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Dao động tự do là hệ dao động xảy ra dưới tác dụng của

A. nội lực kéo về và tần số dao động của hệ không nhất thiết phải phụ thuộc vào đặc tính bên trong của hệ.

B. ngoại lực kéo về và tần số dao động của hệ không nhất thiết phải phụ thuộc vào đặc tính bên trong của hệ.

C. nội lực kéo về và tần số dao động của hệ chỉ phụ thuộc vào đặc tính bên trong của hệ.

D. ngoại lực kéo về và tần số dao động của hệ chỉ phụ thuộc vào đặc tính bên trong của hệ.

Phân tích và hướng dẫn giải

Dao động tự do là hệ dao động xảy ra dưới tác dụng của nội lực vì thế loại ngay đáp án B và D. Nội lực ở đây chính là nội lực kéo về $\vec{F} = -k\vec{x} = -\omega^2 m\vec{x}$ Trong đó ω là tần số góc của dao động, nó phụ thuộc vào đặc tính của hệ vì thế cả nội lực kéo về và tần số dao động chỉ phụ thuộc vào đặc tính của hệ mà không phụ thuộc vào các yếu tố khác. Loại luôn đáp án A.

Chọn đáp án D

Ví dụ 5: (Trích đề thi thử chuyên Trần Phú Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Phát biểu nào sau đây là **sai** khi nói về dao động tắt dần:

A. Biên độ của dao động giảm dần.

B. Lực cản càng lớn thì sự tắt dần càng nhanh.

C. Tần số của dao động càng lớn thì dao động tắt dần càng chậm.

D. Cơ năng của dao động giảm dần.

Phân tích và hướng dẫn giải

Về dao động tắt dần, đề thi thường hỏi về định nghĩa và nguyên nhân gây tắt dần. Dao động tắt dần là dao động có biên độ và năng lượng (cơ năng) giảm dần theo thời gian. Dạng bài tập của dao động tắt dần đơn giản chỉ là hỏi sự giảm biên độ từ đó kéo theo sự giảm năng lượng sau khoảng thời gian nào đó. Như câu trên thì ta đã chọn được ngay hai đáp án đúng là A và D. Nguyên nhân gây cho dao động tắt dần là do lực cản của môi trường nên lực cản lớn thì tắt dần nhanh và ngược lại, lực cản nhỏ thì tắt dần chậm.

Một ví dụ để thấy rõ điều này là cho con lắc dao động trong không khí ta sẽ quan sát thấy con lắc dao động một thời gian nhất định nào đó. Cũng con lắc đó đem vào nước thì ta thấy gần như con lắc dừng lại sau một vài dao động. Điều này xảy ra vì lực đẩy Acsimet trong không khí nhỏ hơn nhiều so với trong nước. Trong dao động tắt dần khoảng thời gian vật thực hiện hết một dao động là không giống nhau nên không tồn tại chu kỳ (tần số). Vậy đáp án C sai

Chọn đáp án C

Ví dụ 6: (Trích đề thi thử chuyên Phúc Trạch Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Một con lắc lò xo đang dao động tắt dần. Cơ năng ban đầu của nó là 5J. Sau ba chu kì dao động thì biên độ của nó giảm đi 20%. Phần cơ năng

chuyển hóa thành nhiệt năng trung bình trong mỗi chu kì là

A. 1,80J B. 1,07J C. 0,64J D. 0,60 J.

Phân tích và hướng dẫn giải

Biên độ của vật sau 3 chu kỳ: $A_3 = A - 20\%A = 0,8A$

Độ giảm cơ năng sau 3 chu kỳ: $\Delta W_3 = W - W_3 = \frac{1}{2}k\left(A^2 - (0,8A)^2\right) = 0,36W$

Vậy sau một chu kỳ thì độ giảm cơ năng sẽ là:

$$\Delta W_1 = \frac{\Delta W_3}{3} = 0,12W = 0,12.5 = 0,6J$$

Đây chính là phần cơ năng chuyển thành nhiệt. **Chọn đáp án D**

Ví dụ 7: (Trích đề thi thử Nam Đàn 1 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Vật có khối lượng m = 400 gam dao động điều hoà dưới tác dụng của lực F = −0,8cos5t (N). Biên độ dao động của vật là

A. 0,8 cm. B. 8 cm. C. 10 cm. D. 20 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là bài toán liên hệ giữa biên độ dao động với biên độ của ngoại lực.

Từ phương trình đề cho ta có ngay biên độ của lực: $F_0 = 0,8N$

Tới đây nhiều bạn chọn ngay đáp án A và cứ yên tâm là mình đúng mà không đọc rõ đề. Đề yêu cầu tìm biên độ dao động của vật chứ không phải tìm biên độ của lực. Biên độ của lực liên hệ với biên độ dao động qua công thức $F_0 = kA = \omega^2 mA \Rightarrow A = \frac{F_0}{\omega^2 m} = \frac{0,8}{5^2.0,4} = 0,08m = 8cm$

($F_0 = kA$ chính là độ lớn của lực kéo về)

Tới đây đáp án đúng là B

Bài toán có thể mở rộng ra, yêu cầu ta tìm vận tốc lớn nhất (vận tốc của vật khi qua VTCB) hay vận tốc tại một vị trí nào đó ta đều tìm ra một cách dễ dàng bằng cách áp dụng hệ thức độc lập rồi suy ra: $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$ *. Nếu hỏi độ lớn vận tốc thì không có dấu "-". Tương tự để có thể hỏi gia tốc, động năng, thế năng. Nói chung tới đây bài toán quy về đơn giản rồi, chỉ cần tìm li độ là xong.*

Ví dụ 8: (Chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Khi nói về dao động cưỡng bức, phát biểu nào sau đây là **đúng** ?

A. Tần số của dao động cưỡng bức là tần số riêng của hệ dao động.

B. Biên độ của dao động cưỡng bức bằng biên độ của ngoại lực cưỡng bức tuần hoàn.

C. Biên độ của dao động cưỡng bức không phụ thuộc vào lực cản môi trường.

D. Tần số của dao động cưỡng bức bằng tần số của ngoại lực cưỡng bức tuần hoàn.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. Tần số của dao động cưỡng bức là tần số riêng của hệ dao động khi hiện tượng cộng hưởng cơ xảy ra. Khi chưa xảy ra hiện tượng cộng hưởng thì tần số dao động cưỡng bức chính là tần số của lực cưỡng bức. Vì thế đáp án này sai

B. Biên độ của dao động cưỡng bức chính là giá trị lớn nhất của li độ đo bằng đơn vị cm hoặc m trong khi đó biên độ của ngoại lực cưỡng bức tuần hoàn là giá trị lớn nhất của lực cưỡng bức đo bằng đơn vị N. Vì thế không được nhầm lẫn hai loại biên độ này. Đáp án này cũng sai

C. Dao động cưỡng bức là dao động dưới tác dụng của một ngoại lực tuần hoàn vì thế biên độ của dao động cưỡng bức phụ thuộc vào biên độ của ngoại lực cưỡng. Khi có lực cản của môi trường thì biên độ này sẽ thay đổi vì thế biên độ của dao động cưỡng bức sẽ phụ thuộc vào lực cản môi trường. Đáp án này cũng sai

D. Tần số của dao động cưỡng bức bằng tần số của ngoại lực cưỡng bức tuần hoàn. Đúng vì theo lý luận ở đáp án A

Vậy chọn đáp án A

Ví dụ 9: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Điều nào sau đây **đúng** khi so sánh dao động cưỡng bức và dao động duy trì của một con lắc?

A. Khi tần số ngoại lực bằng tần số riêng của hệ thì xảy ra hiện tượng cộng hưởng.

B. Là dao động điều hòa với tần số bằng tần số riêng của hệ.

C. Là dao động điều hòa với tần số bằng tần số của ngoại lực.

D. Dao động cưỡng bức có chu kì bằng chu kì ngoại lực, dao động duy trì có chu kì bằng chu kì riêng của hệ.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. Khi tần số ngoại lực bằng tần số riêng của hệ thì xảy ra hiện tượng cộng hưởng điều này chỉ đúng cho dao động cưỡng bức còn dao động duy trì thì tần số của dao động duy trì luôn bằng dao động riêng. Đáp án này sai

B. Là dao động điều hòa với tần số bằng tần số của ngoại lực tuần hoàn chứ không phải là tần số riêng của hệ. Đáp án này cũng **sai**

C. Là dao động điều hòa với tần số bằng tần số của ngoại lực. **Đúng** theo lý luận ở trên đáp án B

D. Dao động cưỡng bức có chu kì bằng chu kì ngoại lực, dao động duy trì có chu kì bằng chu kỳ của ngoại lực nhưng chu kỳ của ngoại lực luôn điều chỉnh để bằng chu kì riêng của hệ. Vì thế nói chu kỳ của dao động duy trì là chu kỳ của dao động riêng của hệ là chưa chính xác. Vì thế câu này là câu gây nhiễu khó chịu nhất

Vậy chọn đáp án C

Ví dụ 10: (Trích đề thi thử chuyên Hải Dương lần 1 năm 2013)

Con lắc lò xo gồm vật nặng 100g và lò xo nhẹ có độ cứng 40N/m. Tác dụng một ngoại lực điều hoà cưỡng bức biên độ F_0 và tần số $f_1 = 4Hz$ thì biên độ dao động ổn định của hệ là A_1. Nếu giữ nguyên biên độ F_0 và tăng tần số ngoại lực đến giá trị $f_2 = 5Hz$ thì biên độ dao động ổn định của hệ là A_2. So sánh A_1 và A_2 ta có:

A. $A_2 = A_1$

B. $A_2 < A_1$

C. $A_2 > A_1$

D. Chưa đủ dữ kiện để kết luận

Phân tích và hướng dẫn giải

Với dạng bài toán này, việc đầu tiên cần làm là tìm tần số dao động riêng và tiếp theo là so sánh xem tần số dao động riêng có nằm trong khoảng tần số đề cho hay không. Nếu nằm trong khoảng đó thì có cộng hưởng xảy ra và lúc này biên độ dao động cưỡng bức sẽ tăng đến giá trị cực đại rồi giảm xuống, còn nếu nhỏ hơn khoảng tần số đề cho thì biên độ dao động cưỡng bức sẽ luôn giảm và ngược lại nếu lớn hơn khoảng tần số đề cho thì biên độ dao cưỡng bức luôn tăng.

Sau đây là cách giải cụ thể bài toán này:

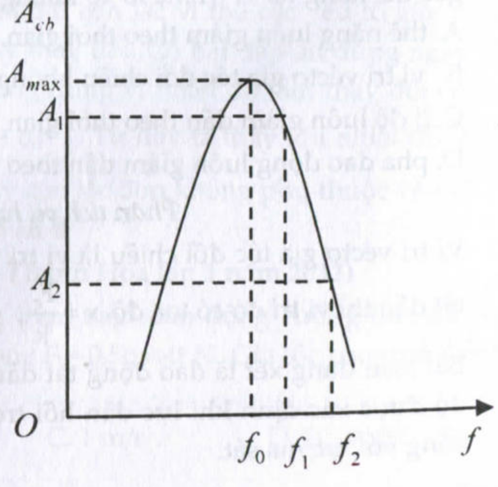
Tần số dao động riêng:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{40}{0,1}} \doteq 3,14Hz$$

$$\Rightarrow f < f_1 < f_2$$

Vì thế không có hiện tượng cộng hưởng xảy ra nên khi tăng tần số dao động cưỡng bức lên từ $f_1 = 4Hz \rightarrow f_2 = 5Hz$ thì biên độ dao động cưỡng bức luôn giảm $\Rightarrow A_2 < A_1$. **Chọn đáp án B**



BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: (Trích đề thi thử chuyên Vĩnh Phúc lần 1 năm 2013)

Một vật dao động tắt dần có các đại lượng nào sau đây giảm liên tục theo thời gian?

A. Biên độ và tốc độ
B. Biên độ và gia tốc
C. Li độ và tốc độ
D. Biên độ và cơ năng

Phân tích và hướng dẫn giải

Thật dễ dàng để chọn đáp án đúng là đáp án D

Câu 2: (Trích đề thi thử Nam Trực – Nam Định lần 1 năm 2013)

Một vật dao động tắt dần có các đại lượng nào sau đây giảm liên tục theo thời gian?

A. Biên độ và thế năng
B. Tốc độ và động năng
C. Lực kéo về và gia tốc
D. Tốc độ cực đại và cơ năng

Phân tích và hướng dẫn giải

Dao động tắt dần có các đại lượng sau đây giảm liên tục theo thời gian là biên độ và cơ năng tuy nhiên trong các đáp án không có. Ta biết rằng: các đại lượng như thế năng, động năng, lực kéo về, gia tốc, vận tốc, li độ hay pha dao động đều là các đại lượng thay đổi được và có giá trị tăng hoặc giảm tùy thuộc vào từng thời điểm. Tốc độ cực đại $v_{max} = \omega A$ với tần số góc ω chỉ phụ thuộc vào đặc tính của hệ nên là hằng số, vậy khi biên độ giảm thì tốc độ cực đại cũng giảm cùng bậc với biên độ. **Chọn đáp án D**

Câu 3: (Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Thị Minh Khai - Hà tĩnh lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo nằm ngang dao động tắt dần chậm, chọn gốc tọa độ và gốc thế năng tại vị trí mà lò xo không bị biến dạng thì

A. thế năng luôn giảm theo thời gian.
B. vị trí vécto gia tốc đổi chiều không trùng với gốc tọa độ.
C. li độ luôn giảm dần theo thời gian.
D. pha dao động luôn giảm dần theo thời gian.

Phân tích và hướng dẫn giải

Vị trí vécto gia tốc đổi chiều là vị trí vật đạt tốc độ cực đại, trong dao động tắt dần thì vị trí đó có tọa độ $x = \frac{F_c}{k}$.

Bài toán đang xét là dao động tắt dần của con lắc lò xo nằm ngang nên tọa độ được xác định khi lực đàn hồi trong trường hợp này là lực kéo về cân bằng với lực ma sát.

Vì thế $F_{dh} = F_{ms} \Rightarrow kx = \mu mg \Rightarrow x = \frac{\mu mg}{k}$.

Các đáp án A, C, D đều sai vì các đại lượng trong các đáp án này có thể tăng giảm. **Chọn đáp án B**

Câu 4: (Trích đề thi thử Nghi Lộc 4 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Một vật dao động tắt dần có cơ năng ban đầu E = 0,5J cứ sau một chu kỳ thì biên độ giảm 2%, phần năng lượng mất đi trong một chu kỳ là:

A. 0J
B. 10mJ
C. 19,9J
D. 19,8mJ

Phân tích và hướng dẫn giải

Bài toán đơn giản chỉ là tìm mối liên hệ giữa quá trình giảm biên độ và năng lượng sau một chu kỳ.

Biên độ của vật sau 1 chu kỳ: $A_1 = A - 2\%A = 98\%A = 0{,}98A$

Năng lượng còn lại sau 1 chu kỳ: $E_1 = \frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}k(0{,}98A)^2 = 0{,}98^2E$

(năng lượng tỉ lệ với bình phương biên độ)

Phần năng lượng mất đi trong một chu kỳ:

$\Delta E_1 = E - E_1 = E - 0{,}98^2E = 0{,}0396E = 0{,}0396.0{,}5 = 0{,}0198J = 19{,}8mJ$

Chọn đáp án D

Câu 5: (Trích đề thi thử chuyên Vĩnh Phúc lần 1 năm 2013)

Tìm kết luận sai: Chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn phụ thuộc vào

A. chiều dài con lắc.
B. khối lượng con lắc.
C. nơi làm thí nghiệm.
D. nhiệt độ môi trường.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ (tần số) của con lắc đơn phụ thộc vào đặc tính của hệ là chiều dài dây treo và gia tốc trọng trường nơi đặt con lắc vì thế các yếu tố gây thay đổi hai đại lượng trên sẽ làm chu kỳ thay đổi. Có hai đáp án đúng ngay từ lý luận trên là A và C. Đáp án D cũng đúng vì nhiệt độ làm thay đổi chiều dài sợi dây theo công thức $l = l_0\left(1 + \alpha t^0\right)$. Từ đây ta thấy khi nhiệt độ tăng thì sợi dây tăng và ngược lại. Chu kỳ con lắc đơn không phụ thuộc vào khối lượng vì thế đáp án B sai. **Chọn đáp án B**

Câu 6: (Trích đề thi thử Triệu Sơn – Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một chất điểm có khối lượng 500g thực hiện dao động cưỡng bức đã ổn định dưới tác dụng của lực cưỡng bức F = 0,5cos4t N. Gia tốc của chất điểm tại biên âm là

A. 1,2 m/s².
B. 6,25 m/s².
C. 1 m/s².
D. 10 cm/s²

Phân tích và hướng dẫn giải

$$F_0 = kA = \omega^2 mA \Rightarrow A = \frac{F_0}{\omega^2 m} = \frac{0,5}{4^2.0,5} = 0,0625m = 6,25cm$$

Gia tốc của chất điểm tại biên âm là gia tốc cực đại:

$$a_{max} = \omega^2 A = 16.6,25 = 100cm/s^2$$

Chọn đáp án C

Câu 7: (Trích đề thi thử chuyên Thái Nguyên lần 1 năm 2013)

Khi nói về dao động cưỡng bức, phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Dao động của con lắc đồng hồ là dao động cưỡng bức.

B. Dao động cưỡng bức có tần số nhỏ hơn tần số của lực cưỡng bức

C. Dao động cưỡng bức có biên độ không đổi và có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức.

D. Biên độ của dao động cưỡng bức là biên độ của lực cưỡng bức.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. Dao động của con lắc đồng hồ là dao động cưỡng bức. (đúng)

B. Dao động cưỡng bức có tần số ~~nhỏ hơn~~ bằng tần số của lực cưỡng bức. Vậy đáp án B sai (sai)

C. Dao động cưỡng bức có biên độ không đổi và có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức. (sai) vì dao động cưỡng bức có biên độ phụ thuộc vào biên độ và tần số của lực cưỡng bức nên thay đổi.

D. Biên độ của dao động cưỡng bức có thứ nguyên đơn vị là mét còn biên độ của lực cưỡng bức có thứ nguyên đơn vị là Niuton. Vì thế hai biên độ này khác nhau hoàn toàn nên câu này sai

Chọn đáp án A

Câu 8: (Trích đề thi thử chuyên Thiệu Hóa Thanh Hóa lần 2 năm 2013)

Khi nói về dao động cưỡng bức, phát biểu nào sau đây **sai**:

A. Tần số dao động bằng tần số của ngoại lực.

B. Biên độ dao động phụ thuộc vào tần số của ngoại lực.

C. Dao động theo quy luật hàm sin của thời gian.

D. Tần số ngoại lực tăng thì biên độ dao động tăng.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. **(đúng)** vì tần số dao động cưỡng bức chính là tần số của ngoại lực.

B. **(đúng)** vì biên độ dao động cưỡng bức ngoài phụ thuộc vào biên độ của ngoại lực còn phụ thuộc vào tần số của ngoại lực.

C. **(đúng)** vì dao động cưỡng bức là dao động điều hòa nên dao động theo quy luật hàm sin hay cosin của thời gian.

D. **(sai)** vì biên độ dao động phụ thuộc vào độ chênh lệch tần số giữa dao động riêng với dao động cưỡng bức. Các ví dụ có hình mô tả ở trên đã nói rõ điều này.

Chọn đáp án D

Câu 9: (Trích đề thi thử chuyên Hồng Lĩnh Hà tĩnh lần 1 năm 2013)

Dao động của con lắc đồng hồ là dao động

A. tự do. B. tắt dần. C. cưỡng bức. D. duy trì.

Phân tích và hướng dẫn giải

Dao động của con lắc đồng hồ là dao động dưới tác dụng của ngoại lực được điều khiển bởi chính dao động ấy qua một cơ cấu dây cót nên đây là dao động duy trì.

Chọn đáp án D

Câu 10: (Chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Đối với dao động cơ, hiện tượng cộng hưởng xảy ra khi tần số của lực cưỡng bức

A. rất nhỏ so với tần số riêng của hệ. B. bằng chu kỳ riêng của hệ.

C. bằng tần số riêng của hệ D. rất lớn so với tần số riêng của hệ.

Phân tích và hướng dẫn giải

Hiện tượng cộng hưởng xảy ra khi tần số (chu kỳ) của dao động cưỡng bức bằng với tần số (chu kỳ) của dao động riêng của hệ. Vì thế đáp án A,B,D chỉ là các đáp án gây nhiễu.

Chọn đáp án C

Câu 11: (Trích đề thi thử Nam Trực – Nam Định lần 1 năm 2013)

Một con lắc đơn (vật nặng có khối lượng m , chiều dài dây treo l = 1m) dao động điều hòa dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn $F = F_0\cos(2\pi ft + \pi/2)$ (N). Lấy $g = \pi^2 = 10m/s^2$. Nếu tần số f của ngoại lực thay đổi liên tục từ 1Hz đến 2Hz thì biên độ dao động của con lắc

A. không thay đổi. B. luôn tăng.

C. luôn giảm. D. tăng rồi giảm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Trước tiên tìm tần số dao động riêng:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi^2}{1}} = 0,5Hz < [1 \rightarrow 2]Hz$$ vì thế biên độ luôn tăng.

Chọn đáp án B

Câu 12: (Trích đề thi thử chuyên Thái Nguyên lần 1 năm 2013)

Một lò xo có khối lượng không đáng kể treo một viên bi nhỏ có khối lượng 200 gam thì khi cân bằng lò xo giãn 2cm. Khi vật đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì người ta tác dụng một ngoại lực biến thiên tuần hoàn có phương trình $F = F_0\cos(\omega t)$ với F_0 không đổi còn ω thay đổi được. Với tần số 2Hz thì biên độ dao động của vật là A_1, với tần số 3Hz thì biên độ là A_2. Lấy $g = 10\ m/s^2$. Hãy chọn kết luận đúng:

A. $A_1 < A_2$ B. $A_1 = A_2$ C. $A_1 > A_2$ D. $A_1 \le A_2$

Phân tích và hướng dẫn giải

Tần số dao động riêng:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$$

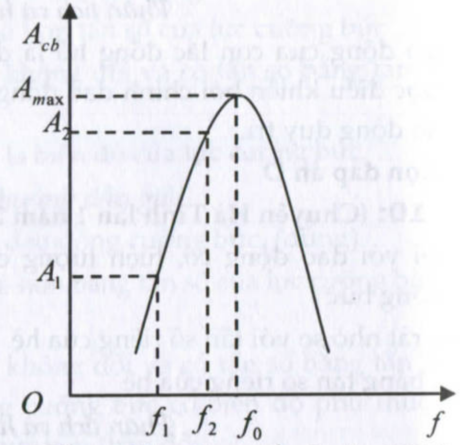
$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10}{0,02}}$$

$$= 3,56\text{Hz}$$

$$\Rightarrow f_0 > f_1 > f_2$$

Vì thế biên độ luôn tăng

nên $A_2 > A_1$



Chọn đáp án A

Câu 13: (Trích đề thi thử Nguyễn Đình Chiểu – Tiền Giang lần 1 năm 2013)

Con lắc lò xo gồm vật nặng m = 100g và lò xo nhẹ có độ cứng k = 100N/m. Tác dụng một ngoại lực cưỡng bức biến thiên điều hòa biên độ F_0 và tần số $f_1 = 3Hz$ thì biên độ dao động A_1. Nếu giữ nguyên biên độ F_0 mà tăng tần số ngoại lực đến $f_2 = 7Hz$ thì biên độ dao động ổn định là A_2. Kết luận đúng là .

A. biên độ dao động cưỡng bức tăng rồi giảm.

B. $A_1 = A_2$

C. $A_2 > A_1$.

D. $A_1 > A_2$.

Phân tích và hướng dẫn giải

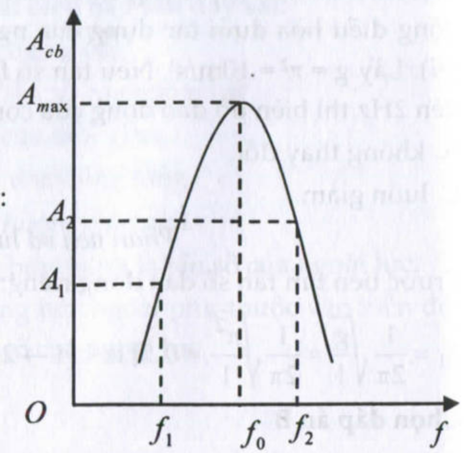
Trước tiên tìm tần số dao động riêng:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{100}{0,1}}$$

$$= 5\text{Hz} \in [3 \to 7]\text{Hz}$$

vì thế biên độ tăng rồi giảm.



Chọn đáp án A

Câu 14: (Trích đề thi thử Hương Sơn – Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Chọn phát biểu đúng. Dao động duy trì của một hệ là dao động tắt dần mà người ta đã

A. Kích thích lại dao động sau khi dao động bị tắt dần

B. Tác dụng ngoại lực biến đổi điều hoà theo thời gian với tần số bất kì vào vật dao động

C. Cung cấp cho hệ sau mỗi chu kì một phần năng lượng đúng bằng phần năng lượng tiêu hao do ma sát

D. Làm mất lực cản của môi trường đối với vật chuyển động

Phân tích và hướng dẫn giải

Dao động duy trì của một hệ là dao động tắt dần mà người ta đã Cung cấp cho hệ sau mỗi chu kì một phần năng lượng đúng bằng phần năng lượng tiêu hao do ma sát.

Chọn đáp án C

Câu 15: (Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Thị Minh Khai - Hà tĩnh lần 1 năm 2013)

Ba con lắc đơn lần lượt có chiều dài $l_1 = 40cm$, $l_2 = 25\ cm$, $l_3 = 20\ cm$, các vật nặng giống nhau. Treo ba con lắc trên vào cùng một trục quay, trên trục quay gắn thêm một thanh cứng. Lấy $g = \pi^2\ (m/s^2)$. Khi kích thích cho thanh dao động điều hòa với tần số f = 1 Hz thì

A. Cả ba con lắc dao động cùng một biên độ góc.

B. Con lắc có chiều dài l_3 dao động với biên độ góc lớn nhất vì các con lắc cùng nhận được một thế năng cực đại như nhau.

C. Con lắc có chiều dài l_2 dao động với biên độ góc lớn nhất.

D. Biên độ dao động lần lượt là $\alpha_{01} < \alpha_{02} < \alpha_{03}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Vì dao động của các con lắc là các dao động cưỡng bức nên con lắc có chiều dài 25cm có chu kì riêng bằng chu kì ngoại lực cưỡng bức khi đó hiện tượng cộng hưởng xảy ra vì vậy nó dao động với biên độ cực đại.

Chọn đáp án C.

Chuyên đề 9

VIẾT PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

PHƯƠNG PHÁP

Có ba cách để viết được phương trình dao động một cách nhanh chóng đó là:

Cách 1: Viết dựa theo phương trình tổng quát sau đó giải hệ phương trình $\begin{cases} x \\ v \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} v \\ a \end{cases}$ tại thời điểm t để suy ra pha ban đầu của dao động.

Cách 2: Sử dụng vòng tròn lượng giác. Cách này là tổng quát nhất và được trình bày chi tiết nhất trong cuốn sách này.

Cách 3: Giải theo số phức bằng cách sử dụng máy tính fX 570MS; 570ES; 570ES Plus. Cách này rất hay và tìm được phương trình nhanh chóng nhưng không phải bài nào cũng làm được.

Sau đây là phương pháp giải chi tiết cho ba cách trên

Cách 1:

* Chọn hệ quy chiếu: - Trục Ox;
- Gốc tọa độ tại VTCB ;
- Chiều dương;
- Gốc thời gian.

* Phương trình dao động có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ (đvd)

* Phương trình vận tốc: $v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$ (đvd/s)

* Phương trình gia tốc: $a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$ (đvd/s²)

1. ***Tìm ω***

* Để cho: T, f, k, m, g, Δl_0

- $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$, với $T = \dfrac{\Delta t}{N}$,

N – Tổng số dao động trong thời gian Δt

Nếu là con lắc lò xo: nằm ngang $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$, (k: đơn vị N/m; m: đơn vị kg)

treo thẳng đứng $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{\Delta l_0}}$, khi cho $\Delta l_0 = \dfrac{mg}{k} = \dfrac{g}{\omega^2}$.

* Để cho x, v, a, A

$$\omega = \frac{v}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{a}{x}} = \sqrt{\frac{|a_{max}|}{A}} = \frac{|v_{max}|}{A}$$

2. ***Tìm A***

* Để cho: cho x ứng với v $\Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\dfrac{v}{\omega}\right)^2}$.

- Nếu v = 0 (buông nhẹ) $\Rightarrow A = x$
- Nếu $v = v_{max} \Rightarrow x = 0$ $\Rightarrow A = \dfrac{|v_{max}|}{\omega}$

* Để cho: a_{max} $\Rightarrow A = \dfrac{|a_{max}|}{\omega^2}$

* Để cho: chiều dài quĩ đạo CD $\Rightarrow A = \dfrac{CD}{2}$.

* Để cho: lực $F_{max} = kA$. $\Rightarrow A = \dfrac{F_{max}}{k}$.

* Để cho : l_{max} và l_{min} của lò xo $\Rightarrow A = \dfrac{l_{max} - l_{min}}{2}$.

* Để cho : W hoặc $W_{d_{max}}$ hoặc $W_{t_{max}}$ $\Rightarrow A = \sqrt{\dfrac{2W}{k}}$

Với $W = W_{dmax} = W_{tmax} = \dfrac{1}{2}kA^2$

* Để cho : l_{CB}, l_{max} hoặc l_{CB}, l_{min} $\Rightarrow A = l_{max} - l_{CB}$ hoặc $A = l_{CB} - l_{min}$.

Tìm φ : Dựa vào điều kiện ban đầu

* Nếu t = 0 :

- $x = x_0,\ v = v_0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A\cos\varphi \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{x_0}{A} \\ \sin\varphi = \dfrac{v_0}{\omega A} \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$
- $v = v_0;\ a = a_0 \Rightarrow \begin{cases} a_0 = -A\omega^2\cos\varphi \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \tan\varphi = \omega\dfrac{v_0}{a_0} \Rightarrow \varphi = ?$
- $x_0 = 0,\ v = v_0$ (vật qua VTCB)

Cách 2: giải theo vòng tròn lượng giác

Cách này chỉ đơn giản là xác định điểm trên vòng tròn sau đó dựa vào điểm đó mà xác định pha ban đầu

Cách 3: giải theo số phức bằng cách sử dụng máy tính fX 570ES; 570ES Plus

1. **Cơ sở lý thuyết:**

$$\begin{cases} x = A\cos(\omega.t + \varphi) \\ v = -\omega A\sin(\omega.t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} x_{(0)} = A\cos\varphi \\ v_{(0)} = -\omega A\sin\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{(0)} = A\cos\varphi = a \\ -\dfrac{v_{(0)}}{\omega} = A\sin\varphi = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = A\cos(\omega t + \varphi) \xleftrightarrow{t=0} \bar{x} = a + bi, \quad \begin{cases} a = x_{(0)} \\ b = -\dfrac{v_{(0)}}{\omega} \end{cases}$$

2. Phương pháp giải SỐ PHỨC:

Biết lúc t = 0 có: $\begin{cases} a = x_{(0)} \\ b = -\dfrac{v_{(0)}}{\omega} \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = x_{(0)} - \dfrac{v_{(0)}}{\omega} i \to A\angle\varphi \Rightarrow x = A\cos(\omega t + \varphi)$

3. Chọn chế độ thực hiện phép tính về số phức của máy tính: CASIO fx–570ES, 570ES Plus

Các bước ***Chọn chế độ***	**Nút lệnh**	**Ý nghĩa- Kết quả**
Chỉ định dạng nhập / xuất toán	Bấm: SHIFT MODE 1	Màn hình xuất hiện **Math.**
Thực hiện phép tính về số phức	Bấm: MODE 2	Màn hình xuất hiện **CMPLX**
Hiển thị dạng toạ độ cực: r∠θ	Bấm: SHIFT MODE ▼ 3 2	Hiển thị số phức dạng r ∠θ
Hiển thị dạng đề các: **a + ib**.	Bấm: SHIFT MODE ▼ 3 1	Hiển thị số phức dạng **a+bi**
Chọn đơn vị đo góc là độ (D)	Bấm: SHIFT *MODE* 3	Màn hình hiển thị chữ D
Chọn đơn vị đo góc là Rad (R)	Bấm: SHIFT *MODE* 4	Màn hình hiển thị chữ R
Nhập ký hiệu góc ∠	Bấm SHIFT (-).	Màn hình hiển thị ∠

4. Thao tác trên máy tính *(570ES;* 570ES Plus*)***:** Mode 2, R (radian),

Bấm nhập : $x_{(0)} - \dfrac{v_{(0)}}{\omega} i =$

- **Với máy** ***fx 570ES*****:** bấm tiếp SHIFT, 2 , 3, = máy sẽ hiện A ∠ φ , đó là biên độ **A** và pha ban đầu **φ**.

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm một vật có khối lượng 100g và lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng 40N/m. Kéo vật nặng thẳng đứng xuống phía dưới cách vị trí cân bằng 5cm và thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Chọn trục Ox thẳng đứng, gốc O trùng với vị trí cân bằng, chiều dương là chiều vật bắt đầu chuyển động, gốc thời gian là lúc thả vật. Lấy $g = 10m/s^2$. Viết phương trình dao động của vật

A. $x = 5\cos(20t + \dfrac{\pi}{2})$ cm

B. $x = 5\sqrt{2}\cos(20t + \pi)$ cm

C. $x = 5\cos(20t + \pi)$ cm

D. $x = 5\cos(10t + \dfrac{\pi}{2})$ cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Cách 1: Cách thông thường

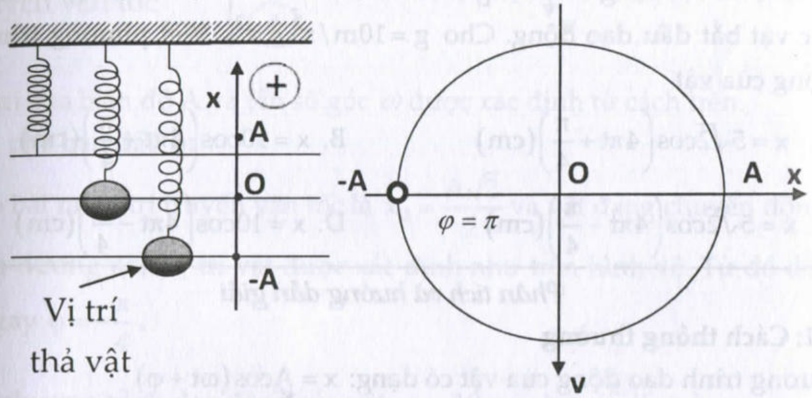
Phương trình dao động của vật có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

Ta có: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{40}{0,1}} = \sqrt{400} = 20(rad/s)$

Chọn t = 0 lúc $x = -A = -5(cm)$, khi đó: $\cos\varphi = \dfrac{-A}{A} = \dfrac{-5}{5} = -1 \Rightarrow \varphi = \pi$

Vậy phương trình dao động của vật là: $x = 5\cos(20t + \pi)(cm)$

Cách 2: Sử dụng vòng tròn lượng giác



Theo bài ra ta có: vị trí thả vật là tại biên âm (−A) vì chiều dương hướng lên. Đối chiếu qua vòng tròn lượng giác ta thấy vị trí biên âm ứng với góc $\varphi = \pi$

Tần số góc $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{40}{0,1}} = \sqrt{400} = 20(rad/s)$

Biên độ A = 5cm

Vậy phương trình dao động của vật: $x = 5\cos(20t + \pi)(cm)$

Cách 3: Giải bằng số phức

Tần số góc $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{40}{0,1}} = \sqrt{400} = 20(rad/s)$

Tại thời điểm ban đầu t = 0 ta có:

$$\begin{cases} x_0 = -A = -5cm \\ v_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = x_0 = -5cm \\ b = -\dfrac{v_0}{\omega} = -\dfrac{0}{20} = 0 \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = a + ib = -5$$

Sau đây là cách bấm máy tính:

Đối với máy Fx570Es:

Bấm Mode 2 để đưa về số phức, Shift Mode 4 đưa đơn vị đo về Radian.

Nhập: –5, SHIFT 2 3 $=\to 5\angle\pi \Rightarrow x = 5\cos(20t+\pi)$cm

SHIFT 2 3 để chuyển từ tọa độ Descartes a + ib sang tọa độ cực $A\angle\varphi$

Chọn đáp án C

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm một vật nặng có khối lượng m gắn vào lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng $k = 100N/m$. Chọn trục tọa độ thẳng đứng, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương từ trên xuống. Kéo vật nặng xuống phía dưới cách vị trí cân bằng $5\sqrt{2}$ cm và truyền cho nó vận tốc $20\pi\sqrt{2}$ cm/s theo chiều từ trên xuống thì vật nặng dao động điều hòa với tần số 2Hz. Chọn gốc thời gian lúc vật bắt đầu dao động. Cho $g = 10m/s^2 = \pi^2$. Viết phương trình dao động của vật

A. $x = 5\sqrt{2}\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$(cm)

B. $x = 10\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$(cm)

C. $x = 5\sqrt{2}\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$(cm)

D. $x = 10\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$(cm)

Phân tích và hướng dẫn giải

Cách 1: Cách thông thường

Phương trình dao động của vật có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

Ta có: $\omega = 2\pi f = 2\pi.2 = 4\pi$(rad/s)

Biên độ được xác định từ hệ thức độc lập:

$$A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{\left(5\sqrt{2}\right)^2 + \frac{\left(20\pi\sqrt{2}\right)^2}{(4\pi)^2}} = \sqrt{50+50} = 10(\text{cm})$$

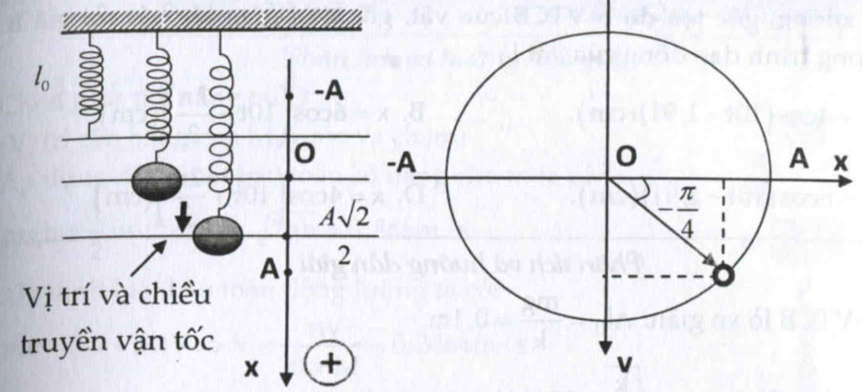
Vì chiều dương hướng tứ trên xuống và chiều truyền vận tốc theo chiều dương nên $\begin{cases} x_0 > 0 \\ v_0 > 0 \end{cases}$

Vì thế tại t = 0 lúc $x_0 = 5\sqrt{2}$(cm) và $v_0 = 20\pi\sqrt{2}$(cm/s^2) (xem hình vẽ bên dưới về lò xo) khi đó:

$$\begin{cases} 5\sqrt{2} = 10\cos\varphi \\ -4\pi.10.\sin\varphi = 20\pi\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\varphi = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

Vậy phương trình dao động của vật là: $x = 10\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$(cm)

Cách 2: Sử dụng vòng tròn lượng giác



Giá trị của biên độ A và tần số góc ω được xác định từ cách trên.

Tính pha ban đầu φ:

Theo bài ra, vị trí truyền vận tốc là $x_0 = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ và vật đang chuyển động theo chiều dương nên vị trí vật được xác định như trên hình vẽ. Từ đó dễ dàng có ngay $\varphi = -\frac{\pi}{4}$.

Vậy phương trình dao động của vật: $x = 10\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$(cm)

Cách 3: Giải bằng số phức

Ta có: $\omega = 4\pi$(rad/s); $A = 10$cm

Tại thời điểm ban đầu t = 0 ta có:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{A\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}(\text{cm}) \\ v_0 = 20\pi\sqrt{2}(\text{cm/s}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = x_0 = 5\sqrt{2} \\ b = -\frac{v_0}{\omega} = -\frac{20\pi\sqrt{2}}{4\pi} = -5\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow x = a + bi = 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2}i$$

Sau đây là cách bấm máy tính:

Đối với máy Fx570Es:

Bấm **Mode 2 để đưa về số phức, Shift Mode 4** đưa đơn vị đo về radian.

Nhập: $5\sqrt{2} - 5\sqrt{2}i$, SHIFT 2 3 $=\to 10\angle -\frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 10\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$cm

Chọn đáp án D

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nặng $m = 1kg$, lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100N/m$. Đặt giá B nằm ngang đỡ vật m để lò xo có chiều dài tự nhiên. Cho giá B chuyển động đi xuống với gia tốc $a = 2m/s^2$

không vận tốc đầu. Chọn trục tọa độ thẳng đứng, chiều dương hướng từ trên xuống, gốc tọa độ ở VTCB của vật, gốc thời gian lúc vật rời giá B. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 4\cos(10t - 1{,}91)(cm)$.
B. $x = 6\cos\left(10t - \frac{2\pi}{3}\right)(cm)$.
C. $x = 6\cos(10t - 1{,}91)(cm)$.
D. $x = 4\cos\left(10t + \frac{2\pi}{3}\right)(cm)$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi ở VTCB lò xo giãn: $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0{,}1m$

Tần số dao động: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10rad/s.$

Vật m: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{dh} = m\vec{a}$.

Chiếu lên trục Ox đã chọn ta có: $mg - N - K.\Delta l = ma$

Khi vật rời giá $N = 0$, gia tốc của vật $a = 2m/s^2$ (theo bài ra).

Suy ra $\Delta l = \frac{m(g-a)}{k}$

Trong khoảng thời gian đó vật đi được quảng đường Δl được tính $\Delta 1 = \frac{at^2}{2}$

Kết hợp 2 biểu thức ta có: $t = 0{,}283(s)$

Quãng đường vật đi được đến khi rời giá là: $S = \frac{at^2}{2} = 0{,}08m.$

Tọa độ ban đầu của vật là $x_0 = 0{,}08 - 0{,}1 = -0{,}02m = -2cm$

Vận tốc của vật khi rời giá có giá trị: $v_0 = at = 40\sqrt{2}cm/s$

Biên độ dao động là: $A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 6cm$

Tại $t = 0$ thì $6\cos\varphi = -2 \Rightarrow \varphi = 1{,}91rad$

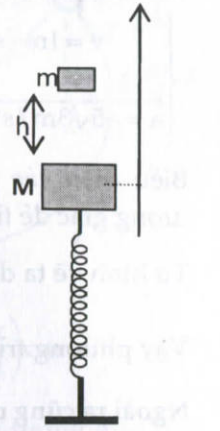
Phương trình dao động: $x = 6\cos(10t - 1{,}91)(cm)$

Chọn đáp án C

Ví dụ 4: Con lắc lò xo gồm vật nặng M = 300g, lò xo có độ cứng k = 200N/m lồng vào một trục thẳng đứng như hình bên. Khi M đang ở vị trí cân bằng, thả vật m = 200g từ độ cao h = 3,75cm so với M. Lấy g = 10m/s². Bỏ qua ma sát. Va chạm là mềm. Sau va chạm cả hai vật cùng dao động điều hòa. Chọn trục tọa độ thẳng đứng hướng lên, gốc tọa độ là vị trí cân bằng của M trước khi va chạm, gốc thời gian là lúc va chạm. Phương trình dao động của hai vật là:

A. $x = 2\cos(2\pi t + \pi/3) - 1(cm)$
B. $x = 2\cos(2\pi t + \pi/3) + 1(cm)$
C. $x = 2\cos(2\pi t + \pi/3)(cm)$
D. $x = 2\cos(2\pi t - \pi/3)(cm)$

Phân tích và hướng dẫn giải



+ Chọn mốc thế năng tại O (Vị trí cân bằng của M trước va chạm)
+ Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho m ta có: $mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} \approx 0{,}866m/s$
+ AD định luật bảo toàn động lượng ta có: $mv = (m+M)V \Rightarrow V = \frac{mv}{m+M} = 0{,}3464m/s$
+ Khi có thêm vật m vị trí cân bằng mới O' cách O một đoạn: $\Delta l = mg/k = 1cm$
+ Như vậy hệ (m + M) sẽ dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng O' và cách O một đoạn 1cm.
+ Phương trình dao động của hệ (m + M) khi gốc tọa độ tại O có dạng là: $x = A\cos(\omega t + \varphi) - 1$
+ Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = 20(rad/s)$
+ Khi $t = 0$ $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 = -V \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A\cos\varphi - 1 = 0 \\ -\omega A\sin\varphi = -34{,}64 \end{cases}$
+ Giải hệ phương trình trên ta được: $A = 2cm$; $\varphi = \pi/3$
+ Phương trình dao động là: $x = 2\cos(2\pi t + \pi/3) - 1$ (cm)

Chọn đáp án A

Ví dụ 5: *(Chuyên bắc ninh lần 3)*

Một vật dao động điều hòa với tốc độ ban đầu là 1m/s và gia tốc là $-5\sqrt{3}$ m/s². Khi đi qua vị trí cân bằng thì vật có vận tốc là 2m/s. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 40\cos(5t - \pi/3)$ cm.
B. $x = 20\cos(10t - \pi/6)$ cm.
C. $x = 40\cos(5t - \pi/6)$ cm.
D. $x = 20\cos(20t - \pi/3)$ cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

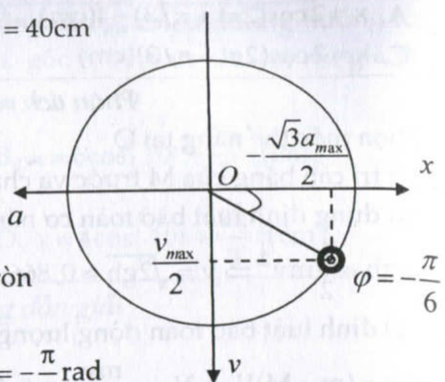
Ta có: $\vec{v} \perp \vec{a} \Rightarrow \frac{v^2}{v_{max}^2} + \frac{a^2}{a_{max}^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{v^2}{v_{max}^2} + \frac{a^2}{v_{max}^2.\omega^2} = 1$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{a^2}{v_{max}^2.\left(1 - \frac{v^2}{v_{max}^2}\right)} = \frac{(-5\sqrt{3})^2}{2^2.\left(1 - \frac{1^2}{2^2}\right)} = 25 \Rightarrow \omega = 5rad/s$$

Biên độ dao động: $A=\frac{v_{max}}{\omega}=\frac{2}{5}=0,4m=40cm$

Theo bài ra tại t = 0 ta có:

$$\begin{cases} v=1m/s=\frac{v_{max}}{2} \\ a=-5\sqrt{3}m/s^2=-\frac{\sqrt{3}a_{max}}{2} \end{cases}$$



Biểu diễn các giá trị trên lên vòng tròn lượng giác để tìm pha ban đầu:

Từ hình vẽ ta dễ dàng xác định được $\varphi=-\frac{\pi}{6}$rad

Vậy phương trình dao động của vật: $x=40\cos\left(5t-\frac{\pi}{6}\right)$cm

Ngoài ra cũng có thể giải theo cách thông thường để xác định pha ban đầu:

Tại t = 0 ta có: $\begin{cases} v=-2\sin\varphi=1 \\ a=-10\cos\varphi=-5\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi=-\frac{1}{2} \\ \cos\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi=-\frac{\pi}{6}$

Phương trình dao động của vật: $x=40\cos\left(5t-\frac{\pi}{6}\right)$cm

Chọn đáp án C

Trong hai cách tìm pha ban đầu như trên thì cách tìm theo vòng tròn lượng giác trực quan hơn. Ngoài ra khi làm trắc nghiệm sẽ cho kết quả cực nhanh.

Để nắm rõ cách làm này ta làm thêm một số ví dụ nữa.

Ví dụ 6: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Một chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox với chu kì 0,2s. Lấy gốc thời gian là lúc chất điểm đi qua vị trí có li độ 2 cm theo chiều âm với tốc độ là 20π cm/s. Phương trình dao động của chất điểm là

A. $x=2\sqrt{2}\cos\left(10\pi t-\frac{\pi}{4}\right)$cm.
B. $x=2\sqrt{2}\cos\left(10\pi t-\frac{3\pi}{4}\right)$cm.
C. $x=2\sqrt{2}\cos\left(10\pi t+\frac{\pi}{4}\right)$cm.
D. $x=2\sqrt{2}\cos\left(10\pi t+\frac{3\pi}{4}\right)$cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Tần số góc: $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0,2}=10\pi rad/s$

Phương trình dao động của vật có dạng:

$$\begin{cases} x=A\cos(\omega t+\varphi) \\ v=-\omega A\sin(\omega t+\varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} x_0=A\cos\varphi=2 \\ v_0=-10\pi A\sin\varphi=-20\pi \end{cases}$$

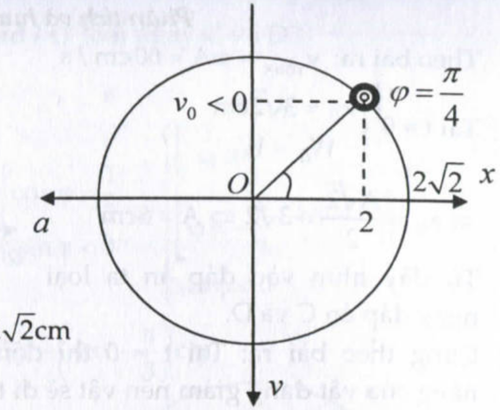
$$\Rightarrow \begin{cases} A\cos\varphi=2 \\ A\sin\varphi=2 \end{cases} \Rightarrow \tan\varphi=1 \Rightarrow \varphi=\frac{\pi}{4}$$

Loại nghiệm $\varphi=-\frac{3\pi}{4}$

vì $t=0 \begin{cases} x_0=2 \\ v_0=-20\pi<0 \end{cases}$

Từ trên ta có:

$A\cos\varphi=2 \Rightarrow A=\frac{2}{\cos\varphi}=\frac{2}{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}=2\sqrt{2}cm$



Vậy phương trình dao động của vật là: $x=2\sqrt{2}\cos\left(10\pi t+\frac{\pi}{4}\right)$cm

Để rõ hơn về việc loại nghiệm $\varphi=-\frac{3\pi}{4}$ ta dùng vòng tròn lượng giác biểu diễn thời điểm ban đầu của vật.

Vì $t=0 \begin{cases} x_0=2 \\ v_0=-20\pi<0 \end{cases}$ ⇒ nên vật thuộc góc phần tư thứ nhất (vùng 1) vì thế ta chọn nghiệm $\varphi=\frac{\pi}{4}$ một cách dễ dàng.

Chọn đáp án C

Chú ý: *Việc xác định pha ban đầu chính xác dấu với việc vận dụng vòng tròn lượng giác là tốt nhất và cũng nhanh nhất. Khi sử dụng vòng tròn lượng giác ta biết được ngay vùng mà con lắc đang ở từ đó theo phương pháp loại trừ ta có ngay đáp số.*

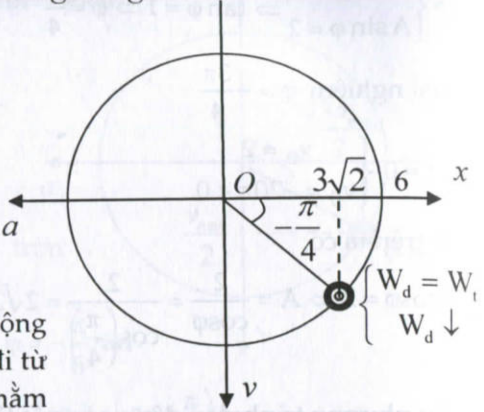
Như bài trên ta thấy: Tại t = 0 vật có x > 0 và v < 0 vì thế vật nằm ở góc phần tư thứ nhất hay còn gọi là vùng I. Từ đây ta có ngay $0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$ từ đó chỉ có đáp án C là đúng. Như thế là ta không cần tính tần số góc và biên độ dao động của vật. Nếu các bạn theo trường phái giải nhanh thì cách này các bạn nên nắm thật chắc.

Ví dụ 7: (Trích đề thi thử chuyên Thái Nguyên lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo dao động điều hoà. Vận tốc có độ lớn cực đại bằng 60cm/s. Chọn gốc toạ độ ở vị trí cân bằng, gốc thời gian là lúc vật qua vị trí có li độ $x_0=3\sqrt{2}$ cm và động năng đang giảm. Tại vị trí vật có li độ x_0 thì động năng bằng thế năng. Phương trình dao động của vật là

A. $x=6\cos(10t+\frac{\pi}{4})$cm
B. $x=6\cos(10t-\frac{\pi}{4})$cm
C. $x=6\sqrt{2}\cos(10t+\frac{\pi}{4})$ cm
D. $x=6\sqrt{2}\cos(10t-\frac{\pi}{4})$cm

Phân tích và hướng dẫn giải



Theo bài ra: $v_{max} = \omega A = 60cm/s$

Tại $t = 0$ $\begin{cases} x_0 = 3\sqrt{2}cm \\ W_d = W_t \end{cases}$

$\Rightarrow x_0 = \frac{A\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow A = 6cm$

Từ đây nhìn vào đáp án ta loại ngay đáp án C và D.

Cũng theo bài ra: Tại t = 0 thì động năng của vật đang giảm nên vật sẽ đi từ vị trí cân bằng ra biên. Vì thế vật sẽ nằm ở vùng II hoặc vùng IV.

Mà $x_0 = 3\sqrt{2} > 0$ nên vật thuộc vùng IV (góc phần tư thứ tư) $\Rightarrow -\frac{\pi}{2} \le \varphi \le 0$

theo phương pháp loại trừ thì ta chọn nghiệm $\varphi = -\frac{\pi}{4}$.

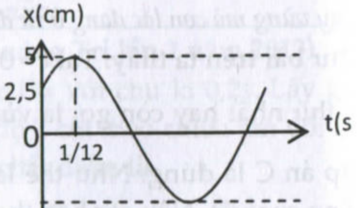
Vậy phương trình dao động là: $x = 6\cos(10t - \frac{\pi}{4})cm$

Chọn đáp án B

Từ vòng tròn ta thấy rõ được việc chọn nghiệm $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ *không mấy khó khăn.*

Ví dụ 8: (Trích đề thi thử Nam Đàn 1 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Đồ thị dao động điều hoà của một vật như hình vẽ. Phương trình dao động của vật là:



A. $x = 5\cos(4\pi t + \pi/3)$(cm).

B. $x = 5\cos(4\pi t - \pi/3)$(cm).

C. $x = 5\cos(2\pi t - \pi/3)$(cm).

D. $x = 5\cos(2\pi t + \pi/6)$(cm).

Phân tích và hướng dẫn giải

Từ đồ thị ta có: $\begin{cases} x_0 = 2,5cm = \frac{A}{2} \\ v_0 < 0 \end{cases}$ trong khoảng thời gian từ lúc vật bắt đầu dao động đến thời điểm $\frac{1}{12}$ s tương ứng với vật đi từ vị trí $x_0 = \frac{A}{2} \rightarrow x_{\frac{1}{12}} = A$.

Thời gian đi từ $x_0 = \frac{A}{2} \rightarrow x_{\frac{1}{12}} = A$ là:

$\frac{T}{6} = \frac{1}{12} \Rightarrow T = 0,5s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi\ (rad/s)$ loại ngay C và D

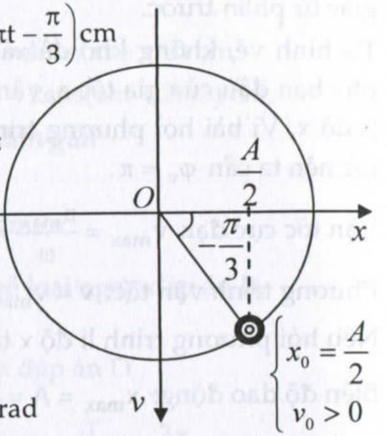
Xác định pha ban đầu:

Tại $t = 0$ ta có: $\begin{cases} x = A\cos\varphi = \frac{A}{2} \\ v = -\omega A\sin\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = \frac{1}{2} \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \varphi = \frac{\pi}{3} \\ \varphi = -\frac{\pi}{3} \end{array} \right. \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$

Phương trình dao động của vật: $x = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)cm$

Chọn đáp án B

Tìm pha ban đầu theo vòng tròn lượng giác:



Tại $t = 0$ ta có: $\begin{cases} x = \frac{A}{2} > 0 \\ v > 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Vật nằm ở góc phần tư thứ 4

(vùng IV) được xác định như hình vẽ.

Từ đó dễ thấy được pha ban đầu là: $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ rad

Ví dụ 9: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Một vật dao động có gia tốc biến đổi theo thời gian: $a = 6\sin 20t$ (m/s^2). Biểu thức vận tốc của vật là

A. $v = 120\cos 20t$ (cm/s).

B. $v = 0,012\cos(20t + \pi/2)$ (cm/s).

C. $v = 30\cos(20t + \pi)$ (cm/s).

D. $v = 0,3\cos 20t$ (cm/s).

Phân tích và hướng dẫn giải

Có thể rất nhiều bạn sẽ giải bài toán này bằng cách lấy nguyên hàm của gia tốc a theo thời gian t ta sẽ thu được ngay vận tốc. Cách giải như sau:

$$v = \int a dt = \int 6\sin 20t dt = -\frac{6}{20}\cos 20t\,(m/s)$$

$$= -30\cos 20t\,(m/s) = 30\cos(20t + \pi)\,(m/s)$$

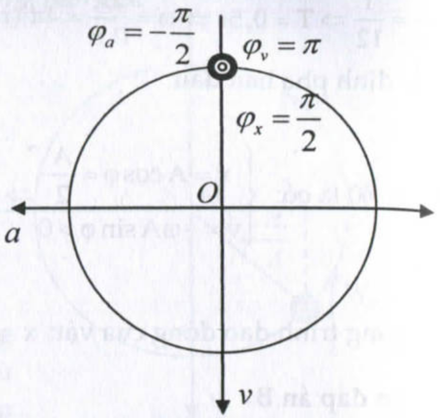
Từ đây ta có đáp án là C

Chú ý: *Nhìn chung cũng không khó lắm nếu các bạn nắm rõ nguyên hàm của hàm lượng giác cơ bản này. Tuy nhiên còn một cách nhanh hơn mà tôi tin các bạn sẽ quan tâm tới. Cách nhanh đó chính là sử dụng vòng tròn lượng giác để tìm pha ban đầu của vận tốc v.* **Cách làm như sau**

Phương trình gia tốc: $a = a_{max}\cos(\omega t + \varphi_a)$

Trước tiên chuyển hàm sin về cos:

$a = 6\sin 20t = 6\cos\left(20t - \frac{\pi}{2}\right)\left(m/s^2\right)$



Tiếp theo biểu diễn lên vòng tròn lượng giác cả ba đại lượng x; v; a.

Đây là cách mà tôi sẽ dùng cho tất cả các bài toán liên quan đến vòng tròn. Cách này các bạn đã được học trong phần ứng dụng của vòng tròn lượng giác từ phần trước.

Từ hình vẽ, không khó để xác định pha ban đầu của gia tốc a, vận tốc v, li độ x. Vì bài hỏi phương trình vận tốc nên ta cần $\varphi_v = \pi$.

Vận tốc cực đại: $v_{max} = \frac{a_{max}}{\omega} = \frac{600}{5} = 30cm/s$

Phương trình vận tốc: $v = v_{max}\cos(\omega t + \varphi_v) = 30\cos(5t + \pi)cm$

Nếu hỏi phương trình li độ x ta có:

Biên độ dao động: $x_{max} = A = \frac{a_{max}}{\omega^2} = \frac{600}{5^2} = 24cm$

Pha ban đầu của li độ: $\varphi_x = \frac{\pi}{2}$

Phương trình li độ (dao động của vật):

$$x = x_{max}\cos(\omega t + \varphi_x) = 24\cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)cm$$

Tới đây các bạn đã có thêm cách giải nhanh để giải các dạng bài viết phương trình dao động theo kiểu bài toán ngược thế này.

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Một con lắc lò xo gồm vật nặng có khối lượng 50g dao động trên trục Ox với chu kì 0,2s và chiều dài quỹ đạo là 40cm. Viết phương trình dao động của con lắc. Chọn gốc thời gian là lúc con lắc qua vị trí cân bằng theo chiều âm

Phân tích và hướng dẫn giải

Phương trình dao động của vật có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

Ta có: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi(rad/s)$

Biên độ dao động: $A = \frac{L}{2} = \frac{40}{2} = 20(cm)$

Chọn t = 0 lúc x = 0 và v < 0, khi đó: $\begin{cases} 0 = A\cos\varphi \\ -\omega A\sin\varphi < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \\ \sin\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

Vậy phương trình dao động của vật là: $x = 20\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(cm)$

Câu 2: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Chất điểm dao động điều hòa trên đoạn MN = 4cm, với chu kì T = 2s. Chọn gốc thời gian khi chất điểm có li độ x = −1cm, vận tốc có giá trị dương. Phương trình dao động là:

A. $x = 2\cos(\pi t + 2\pi/3)$ cm.
B. $x = 4\cos(\pi t + \pi/3)$ cm.
C. $x = 2\cos(\pi t - 2\pi/3)$ cm.
D. $x = 2\cos(4\pi t - 2\pi/3)$ cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Phương trình dao động của vật có dạng:

$x = A\cos(\omega t + \varphi)cm \Rightarrow v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)cm/s$

Biên độ dao động: $A = \frac{MN}{2} = \frac{4}{2} = 2cm$ vì thế loại ngay đáp án B.

Tần số góc: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi rad/s$ loại thêm đáp án D

Tại t = 0 ta có: $\begin{cases} x = 2\cos\varphi = -1 \\ v = -2\pi\sin\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = -\frac{1}{2} \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \varphi = \frac{2\pi}{3} \\ \varphi = -\frac{2\pi}{3} \end{array}\right. \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{3}$

Phương trình dao động của vật: $x = 2\cos\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)cm$

Chọn đáp án C

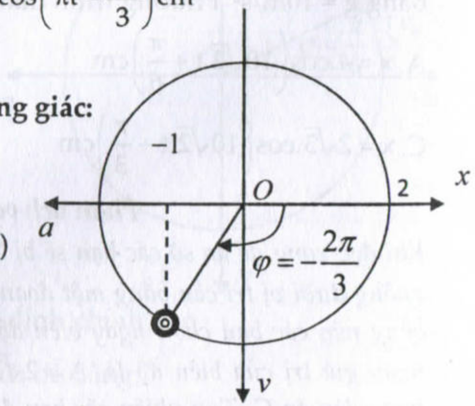
Tìm pha ban đầu theo vòng tròn lượng giác:

Tại t = 0 ta có: $\begin{cases} x = -1cm \\ v > 0 \end{cases}$

Vật nằm ở góc phần tư thứ 3 (vùng 3) được xác định như hìnhvẽ.

Từ đó dễ thấy được pha ban đầu là:

$\varphi = -\frac{2\pi}{3}rad$



Câu 3: (Trích đề thi thử chuyên Thái Nguyên lần 1 năm 2013)

Một con lắc có khối lượng m = 500g, dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với phương trình $x = A.\cos(\omega t + \varphi)$ và cơ năng có giá trị 10^{-2}J.

Lấy gốc thời gian khi vật có vận tốc 0,1m/s và lực tác dụng vào vật theo chiều dương. Giá trị của $\cos\varphi$ là:

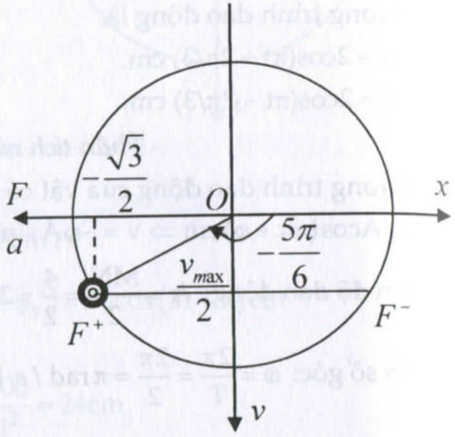
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $W = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2.10^{-2}}{0,5}} = 0,2m/s$

$t = 0$ vật có $v = \frac{v_{max}}{2}$ và lực tác dụng vào vật theo chiều dương.

Ta biết rằng: $\vec{F} = -k\vec{x} = m\vec{a}$ từ đây ta có ngay khi biểu diễn lực lên vòng tròn thì chiều của vectơ lực sẽ ngược chiều với x hoặc cùng chiều với a. **Cụ thể như sau:**



từ hình vẽ ta thấy: tại t = 0 vật nằm ở vị trí trên hình vẽ. Dễ dàng có được. **Chọn đáp án D**

Câu 4: (Trích đề thi thử chuyên Trần Phú Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo gồm quả cầu có m = 100g treo vào lò xo có k = 20 N/m. Kéo quả cầu thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn $2\sqrt{3}$ cm rồi thả cho quả cầu trở về vị trí cân bằng với vận tốc có độ lớn $20\sqrt{2}$ cm/s. Chọn t = 0 lúc thả quả cầu. Trục Ox hướng xuống, gốc tọa độ O tại vị trí cân bằng $g = 10m/s^2$ Phương trình dao động của quả cầu có dạng:

A. $x = 4.\cos\left(10\sqrt{2}.t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm B. $x = 4.\cos\left(10\sqrt{2}.t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm

C. $x = 2\sqrt{3}.\cos\left(10\sqrt{2}.t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm D. $x = 4.\cos\left(10\sqrt{2}.t - \frac{\pi}{6}\right)$ cm

Phân tích và hướng dẫn giải

*Khi đọc xong đề đa số các bạn sẽ bị "mắc bẫy" như sau: Kéo quả cầu thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn $2\sqrt{3}$ cm rồi thả cho quả cầu trở về vị trí cân bằng nên các bạn chọn ngay biên độ dao động chính là vị trí thả vật vì thế chọn ngay giá trị của biên độ là $A = 2\sqrt{3}$ cm. Và theo phương pháp loại trừ ta chọn ngay đáp án C. Tuy nhiên các bạn đã sai vì chưa đọc hết câu mà bài cho: Kéo quả cầu thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn $2\sqrt{3}$cm rồi thả cho quả cầu trở về vị trí cân bằng **với vận tốc có độ lớn $20\sqrt{2}$ cm/s**. Vì thế biên độ dao động của vật được xác định như sau:*

Trước tiên tính tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0,1}} = 10\sqrt{2}\text{rad/s}$

Biên độ dao động: $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 + \frac{\left(20\sqrt{2}\right)^2}{\left(10\sqrt{2}\right)^2}} = 4\text{cm}$

Theo bài ra: chiều dương hướng xuống, chiều thả vật ngược với chiều dương nên vận tốc có giá trị âm. Ta tìm pha ban đầu của vật:

$$\begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} x_0 = 4\cos\varphi = 2\sqrt{3} \\ v_0 = -40\sqrt{2}\sin\varphi = -20\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\varphi = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \varphi = \frac{\pi}{6} \\ \varphi = -\frac{\pi}{6} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} \varphi = \frac{\pi}{6} \\ \varphi = \frac{5\pi}{6} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$$

Vậy phương trình dao động là: $x = 4\cos(10\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{6})$cm.

Chọn đáp án A

Xác định pha ban đầu theo vòng tròn lượng giác:

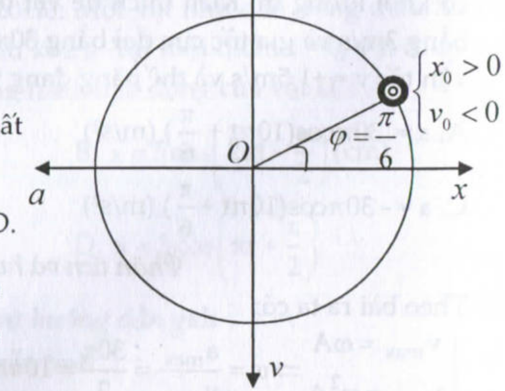
Vì $t = 0 \begin{cases} x_0 = 2\sqrt{3} > 0 \\ v_0 = -20\sqrt{2} < 0 \end{cases}$

nên vật thuộc góc phần tư thứ nhất **(vùng I)**

$\Rightarrow 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$ vì thế loại đáp án B; D.

Mà đáp án C đã bị loại do sai biên độ nên chỉ còn đáp án A là đúng.

Vậy chọn đáp án A.



Tuy nhiên dựa vào vòng tròn ta xác định chính xác pha ban đầu của vật là $\varphi = \frac{\pi}{6}$ một cách dễ dàng.

Câu 5: (Trích đề thi thử chuyên Đại Học Vinh lần 1 năm 2013)

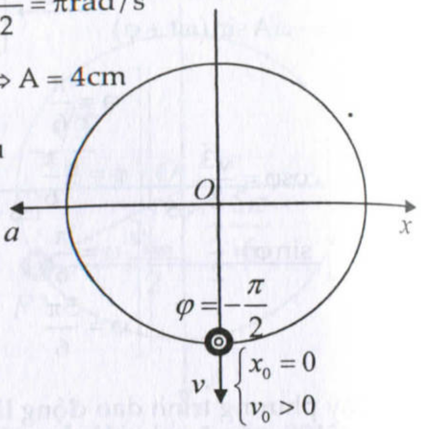
Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox nằm ngang, gốc O và mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Cứ sau 0,5s thì động năng lại bằng thế năng và trong thời gian 0,5s vật đi được đoạn đường dài nhất bằng $4\sqrt{2}$cm. Chọn t = 0 lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 4\cos(2\pi t - \pi/2)$(cm).
B. $x = 2\cos(\pi t - \pi/2)$(cm).
C. $x = 2\cos(2\pi t + \pi/2)$(cm).
D. $x = 4\cos(\pi t - \pi/2)$(cm).

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: Cứ sau 0,5s thì động năng lại bằng thế năng và trong thời gian 0,5s vật đi được đoạn đường dài nhất bằng $4\sqrt{2}$cm. Vì thế ta có:

$$\begin{cases} t_{\min}(W_d = W_t) = \dfrac{T}{4} = 0,5 \Rightarrow T = 2s \Rightarrow \omega = \dfrac{2\pi}{2} = \pi \text{rad/s} \\ S_{\max}\left(\Delta t = 0,5 = \dfrac{T}{4}\right) = 2A\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 4\sqrt{2} \Rightarrow A = 4\text{cm} \end{cases}$$


O
a
x
$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
v
$\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 > 0 \end{cases}$

t = 0 lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương nên $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$

Vậy phương trình dao động là:

$x = 4\cos(\pi t - \dfrac{\pi}{2})$cm.

Chọn đáp án D

Câu 6: *(Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)* Một lò xo có độ cứng k nằm ngang, một đầu gắn cố định một đầu gắn vật có khối lượng m. Kích thích để vật dao động điều hòa với vận tốc cực đại bằng 3m/s và gia tốc cực đại bằng 30π (m/s²). Thời điểm ban đầu t = 0 vật có vận tốc v = +1,5m/s và thế năng đang tăng. Phương trình gia tốc của vật là

A. $a = 30\pi\cos(10\pi t + \dfrac{\pi}{6})$ (m/s²)
B. $a = 15\pi\cos(20\pi t + \dfrac{\pi}{3})$ (m/s²)
C. $a = -30\pi\cos(10\pi t + \dfrac{\pi}{6})$ (m/s²)
D. $a = 30\pi\cos(20\pi t + \dfrac{\pi}{3})$ (m/s²)

Phân tích và hướng dẫn giải

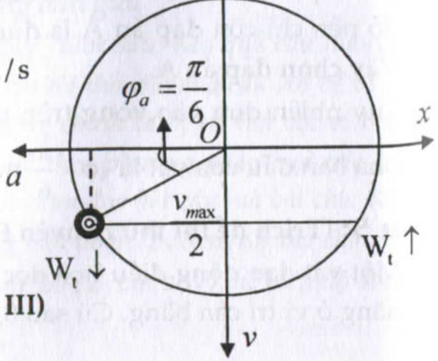
Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} v_{\max} = \omega A \\ a_{\max} = \omega^2 A \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \frac{30\pi}{3} = 10\pi \text{rad/s}$$

Loại ngay B; D

$$t = 0 \begin{cases} v_0 = 1,5 = \dfrac{v_{\max}}{2} > 0 \\ W_t \downarrow \end{cases}$$

nên vật thuộc góc phần tư thứ ba **(vùng III)**



$$\Rightarrow \begin{cases} -\pi \le \varphi_x \le -\dfrac{\pi}{2} \\ -\dfrac{\pi}{2} \le \varphi_v \le 0 \\ 0 \le \varphi_a \le \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

Từ hình vẽ ta có: $\varphi_a = \dfrac{\pi}{6}$

Vậy phương trình gia tốc là: $a = 30\pi\cos\left(10\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)\text{m/s}^2$

Chọn đáp án A.

Ta cũng có thể tìm phương trình dao động a theo cách: $a = -\omega^2 x$

Dựa vào vòng tròn ta có $\varphi_x = -\dfrac{5\pi}{6}$

Vậy phương trình dao động theo gia tốc:

$$a = -\omega^2 x = -\omega^2 A\cos(10\pi t + \varphi_x) = -30\pi\cos\left(10\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$$

$$= 30\pi\cos\left(10\pi t - \frac{5\pi}{6} + \pi\right) = 30\pi\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\text{m/s}^2$$

Tới đây ta thấy rằng: *Việc đưa các đại lượng x; v; a vào một vòng tròn sẽ làm cho việc giải các bài toán liên quan tới các đại lượng này trở nên dễ dàng hơn nhiều. So với cách 2 thì cách 1 có tiết kiệm được nhiều thời gian hơn vì khỏi cần chuyển về hàm lượng giác cho phù hợp với đáp án.*

Câu 7 (Trích đề thi đại học năm 2013): Một vật nhỏ dao động điều hòa dọc theo trục Ox với biên độ 5 cm, chu kì 2 s. Tại thời điểm t = 0, vật đi qua cân bằng O theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 5\cos\left(\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)$(cm)
B. $x = 5\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)$(cm)
C. $x = 5\cos\left(2\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$(cm)
D. $x = 5\cos\left(\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Biên độ đề đã cho, vì vậy không cần tính.

Tiếp theo tính tần số góc: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{2} = \pi(\text{rad/s})$

Tới đây loại ngay B và C.

Theo bài ra: Tại thời điểm t = 0, vật đi qua cân bằng O theo chiều dương nên $\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{2}$rad . **Vì thế chọn đáp án A**

Chuyên đề 10

TỔNG HỢP DAO ĐỘNG

PHƯƠNG PHÁP

1. **Tổng hợp hai dao động điều hoà:** cùng phương cùng tần số $x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ được một dao động điều hoà cùng phương cùng tần số $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Với:

- Biên độ của dđ tổng hợp: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$; $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$
- Pha ban đầu của dđ tổng hợp: $\text{tg}\varphi = \dfrac{A_1\sin_1 + A_2\sin_2}{A_1\cos_1 + A_2\cos_2}$

  + Khi 2 dao động cùng pha: $\Delta\varphi = 2k\pi \Rightarrow A = A_1 + A_2$

  + Khi 2 dao động ngược pha: $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi \Rightarrow A = |A_1 - A_2|$

  $$\Rightarrow |A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2$$

  + Khi 2 dao động vuông pha: $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi/2 \Rightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2$

  $$\frac{x_1^2}{A_1^2} + \frac{x_2^2}{A_2^2} = 1; \begin{cases} |v_1| = \dfrac{A_1}{A_2}.\omega|x_2| \\ |v_2| = \dfrac{A_2}{A_1}.\omega|x_1| \end{cases}$$

  Nếu $\Delta\varphi > 0$ ta nói dao động 1 nhanh pha hơn (lớn hơn) dao động 2 một góc $\Delta\varphi$

  Nếu $\Delta\varphi < 0$ ta nói dao động 1 chậm pha hơn (nhỏ hơn) dao động 2 một góc $|\Delta\varphi|$

2. **Khi biết một dao động thành phần $x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ và dao động tổng hợp $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ thì dao động thành phần còn lại là $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$.**

   Trong đó: $A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1\cos(\varphi - \varphi_1)$;

   $$\tan\varphi_2 = \frac{A\sin\varphi - A_1\sin\varphi_1}{A\cos\varphi - A_1\cos\varphi_1}$$

   Chú ý: Nếu $A_1 = A_2$ thì ta đặt nhân tử chung rồi dùng biểu thức

   $$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a - b}{2}\cos\frac{a + b}{2}$$

3. **Dùng máy tính tìm phương trình (dùng cho FX 570ES trở lên)**

   Bước 1: mode 2

   Bước 2: nhập máy: $A_1\angle\varphi_1 + A_2\angle\varphi_2$ nhấn =

   Bước 3: ấn SHIFT 2 3 =

   Máy sẽ hiện $A\angle\varphi$

4. **Khoảng cách giữa hai dao động:**

   $$\Delta x = |x_1 - x_2| = A'|\cos(\omega t + \varphi')| \Rightarrow \Delta x_{max} = A'$$

5. **Điều kiện A_1 để A_{2max}**

   $$A_{2max} = \frac{A}{|\sin(\varphi_2 - \varphi_1)|}; \; A_1 = \frac{A}{|\tan(\varphi_2 - \varphi_1)|}$$

   Chú ý: Nếu cho A_2 thí từ 2 công thức trên ta tìm được $A = A_{min}$

   $$A_{min} = A_2|\sin(\varphi_2 - \varphi_1)| = A_1|\tan(\varphi_2 - \varphi_1)|$$

* **Hãy Nhớ bộ 3 số: 3,4,5 (6,8,10; ….)**

*Đây là dạng toán luôn có trong đề thi đại học các năm qua tuy nhiên đề càng lúc càng khó vì thế các cách tính đơn giản để thường không ra. Trong cuốn **"cẩm nang luyện thi đại học vật lý tập 1"** tôi đã trình bày khá chi tiết các dạng toán từ dễ tới khó các bạn có thể tham khảo. Trong cuốn sách này tôi chỉ bày những nội dung hay và khó mà đề thường ra để các bạn không bỡ ngỡ khi bước vào phòng thi.*

VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động có các phương trình : $x_1 = A_1\cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$cm ; $x_2 = 5\cos(\omega t + \varphi)$cm cm. Phương trình dao động tổng hợp là $x = 5\sqrt{3}\cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{3}\right)$cm cm. Giá trị của A_1 bằng

A. 5,0cm hoặc 2,5cm.
B. $2,5\sqrt{3}$cm hoặc 2,5cm.
C. 5,0cm hoặc 10cm.
D. $2,5\sqrt{3}$cm hoặc 10cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $\vec{A} = \vec{A_1} + \vec{A_2} \Rightarrow \vec{A_2} = \vec{A} - \vec{A_1}$

$$\Rightarrow A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1\cos(\varphi - \varphi_1)$$

$$\Leftrightarrow 5^2 = \left(5\sqrt{3}\right)^2 + A_1^2 - 2.5\sqrt{3}A_1\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow A_1^2 - 15A_1 + 50 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A_1 = 10 \\ A_1 = 5 \end{array}\right.$$

Vậy chọn đáp án C

Ví dụ 2: ***(Chuyên Bắc Ninh lần 3)***

Cho hai dao động điều hoà cùng phương : $x_1 = 2\cos(4t + \varphi_1)$cm và $x_2 = 2\cos(4t + \varphi_2)$cm. Với $0 \le \varphi_2 - \varphi_1 \le \pi$. Biết phương trình dao động tổng hợp $x = 2\cos(4t + \pi/6)$cm. Pha ban đầu φ_1 là :

A. $\pi/2$
B. $-\pi/3$
C. $\pi/6$
D. $-\pi/6$

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là dạng bài tổng hợp dao động chưa từng ra trong đề thi chính thức, vì thế các bạn cần lưu ý dạng toán này. Bài toán được giải chi tiết như sau

Theo bài ra ta có: $0 \le \varphi_2 - \varphi_1 \le \pi \Rightarrow \varphi_2 \ge \varphi_1 \Rightarrow \varphi_2 \ge \varphi(\varphi_1 \le \varphi \le \varphi_2)$

Ta có: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \Leftrightarrow 4 = 4 + 4 + 8\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$\Rightarrow \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{3}$$

(vì $\varphi_2 - \varphi_1 \ge 0$ loại nghiệm âm $\varphi_2 - \varphi_1 = -\dfrac{2\pi}{3}$)

Ta lại có: $\vec{A} = \vec{A_1} + \vec{A_2} \Rightarrow \vec{A_1} = \vec{A} - \vec{A_2}$

$$\Rightarrow A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2\cos(\varphi - \varphi_2)$$

$$\Rightarrow \cos(\varphi - \varphi_2) = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi - \varphi_2 = -\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{6} - \left(\varphi_1 + \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi_1 = -\frac{\pi}{6}\text{rad}$$

(vì $\varphi - \varphi_2 \le 0$ loại nghiệm dương $\varphi - \varphi_2 = \dfrac{\pi}{3}$)

Chọn đáp án D

Ví dụ 3: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

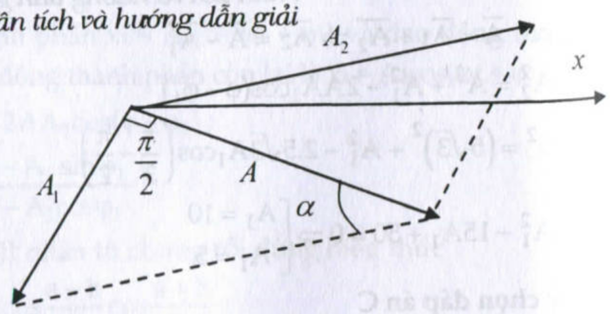
Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ bằng trung bình cộng của hai biên độ thành phần và lệch pha so với dao động thành phần thứ nhất là 90°. Độ lệch pha của hai dao động thành phần đó là:

A. 120°. B. 126,9°. C. 105°. D. 143,1°.

Phân tích và hướng dẫn giải

Đề bài: $\left.\begin{aligned} A &= \frac{A_1 + A_2}{2} \\ |\varphi - \varphi_1| &= 90^0 \end{aligned}\right\}$

$\Rightarrow |\varphi_2 - \varphi_1| = ???$



Theo đề bài ta có giản đồ vec tơ như hình vẽ:

Áp dụng định lý hàm sin:

$$\frac{A_1}{\sin\alpha} = \frac{A_2}{\sin 90^0} \Rightarrow A_1 = A_2\sin\alpha$$

Ta lại có: $A = \dfrac{A_1 + A_2}{2} = \dfrac{A_2\sin\alpha + A_2}{2} = \dfrac{A_2(\sin\alpha + 1)}{2}$

$$|\varphi - \varphi_1| = 90^0 \Rightarrow A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_2\cos(\varphi - \varphi_1)$$

$$\Leftrightarrow A_2^2 = A^2 + A_1^2$$

$$\Leftrightarrow A_2^2 = \left(\frac{A_2(\sin\alpha + 1)}{2}\right)^2 + A_2^2\sin^2\alpha$$

$$\Leftrightarrow 4 = 1 + 2\sin\alpha + \sin^2\alpha + 4\sin^2\alpha$$

$$\Leftrightarrow 5\sin^2\alpha + 2\sin\alpha - 3 = 0 \Rightarrow \left[\begin{aligned} &\sin\alpha = -1 \qquad (l) \\ &\sin\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = 36{,}9^0 \end{aligned}\right.$$

Từ hình vẽ ta thấy: $|\varphi_2 - \varphi_1| = \alpha + 90 = 36{,}9^0 + 90^0 = 126{,}9^0$

Chọn đáp án C

Ví dụ 4: Một chất điểm tham gia đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương trên trục Ox có phương trình $x_1 = 2\sqrt{3}\sin\omega t(\text{cm})$ và $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ (cm). Phương trình dao động tổng hợp $x = 2\cos(\omega t + \varphi)(\text{cm})$, với $\varphi_2 - \varphi = \pi/3$. Biên độ và pha ban đầu của dao động thành phần 2 là:

A. $A_2 = 4\text{cm};\ \varphi_2 = \pi/6$

B. $A_2 = 4\text{cm};\ \varphi_2 = \pi/3$

C. $A_2 = 2\sqrt{3}\text{cm};\ \varphi_2 = \pi/4$

D. $A_2 = 4\sqrt{3}\text{cm};\ \varphi_2 = \pi/3$

Phân tích và hướng dẫn giải

Viết lại phương trình dao động của thành phần 1:

$$x_1 = 2\sqrt{3}\sin\omega t = 2\sqrt{3}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\text{ cm}$$

Ta có: $A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2\cos(\varphi - \varphi_2)$

$$\Leftrightarrow 12 = 4 + A_2^2 - 2.2\sqrt{3}.2\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow A_2^2 - 2A_2 - 8 = 0 \Rightarrow A_2 = 4\text{cm}$$

Ta lại có: $A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1\cos(\varphi - \varphi_1)$

$$\Rightarrow \cos(\varphi - \varphi_1) = \frac{A^2 + A_1^2 - A_2^2}{AA_1} = \frac{4 + 12 - 16}{2.2\sqrt{3}} = 0$$

$$\Rightarrow \varphi - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = \varphi_1 + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\varphi_2 - \varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3}$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 5: Cho hai phương trình dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình $x_1 = A_1\cos\left(4\pi t - \dfrac{\pi}{6}\right)\text{cm}$ và $x_2 = A_2\cos(4\pi t - \pi)\text{cm}$

Phương trình dao động tổng hợp $x = 9\cos(4\pi t - \varphi)\text{cm}$.

Biết biên độ A2 có giá trị cực đại. Giá trị của A1; A2 và φ là:

A. $A_1 = 9\sqrt{3}\text{cm}; A_2 = 18\text{cm}; \varphi = -\frac{2\pi}{3}\text{rad}$

B. $A_1 = 9\text{cm}; A_2 = 9\sqrt{3}\text{cm}; \varphi = \frac{\pi}{3}\text{rad}$

C. $A_1 = 9\sqrt{3}\text{cm}; A_2 = 9\text{cm}; \varphi = \frac{2\pi}{3}\text{rad}$

D. $A_1 = 9\text{cm}; A_2 = 18\text{cm}; \varphi = -\frac{\pi}{3}\text{rad}$

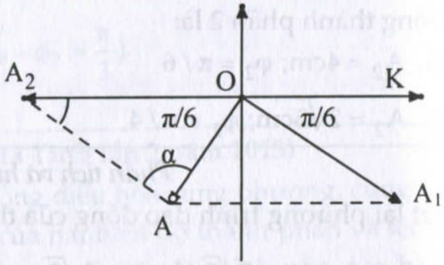
Phân tích và hướng dẫn giải

Cách 1: Giải theo giản đồ vec tơ

Theo bài ra, ta có giản đồ vec tơ như hình vẽ:

Áp dụng định lý hàm số sin ta có:

$$\frac{A_2}{\sin\alpha} = \frac{A}{\sin\frac{\pi}{6}} \Rightarrow A_2 = \frac{A\sin\alpha}{\sin\frac{\pi}{6}} \quad (1)$$



Từ (1) ⇒ A_{2max} khi $\alpha = 90^0$:

$$\Rightarrow A_2 = \frac{A}{\frac{1}{2}} = 2A = 18\text{cm}$$

Tam giác OAA2 vuông tại A nên ta có:

$$A_1^2 + 9^2 = A_2^2 \Rightarrow A_1 = \sqrt{A_2^2 - 9^2} = 9\sqrt{3}\text{cm}$$

Xác định pha ban đầu tổng hợp

Dựa vào giản đồ vectơ ta thấy vectơ dao động tổng hợp ở dưới trục hoành nên $\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = -\frac{2\pi}{3}\text{rad}$

Chọn đáp án A

Cách 2: Áp dụng điều kiện A_1 để A_{2max}

$$A_{2max} = \frac{A}{|\sin(\varphi_2 - \varphi_1)|} = \frac{9}{\left|\sin\left(-\pi + \frac{\pi}{6}\right)\right|} = 18\text{cm}$$

$$A_1 = \frac{A}{|\tan(\varphi_2 - \varphi_1)|} = \frac{9}{\left|\tan\left(-\pi + \frac{\pi}{6}\right)\right|} = 9\sqrt{3}\text{cm}$$

Có A_1; A_2 ta tính pha ban đầu của dao động tổng hợp theo công thức quen thuộc:

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} = \frac{9\sqrt{3}\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 18\sin(-\pi)}{9\sqrt{3}\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 18\cos(-\pi)} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} + k\pi$$

Mà $\varphi_2 \le \varphi \le \varphi_1 \Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{3}\text{rad}(k = -1)$

Nhận xét: *Chúng ta thấy sự phức tạp của cách lấy nghiệm thế này. Vậy có cách nào tìm được φ luôn đúng không? Có các bạn à!. Sử dụng máy tính FX 570ES trở lên là nhanh và chính xác nhất.* ***nhớ*** *là khi bài toán cho biên độ và pha ban đầu của các dao động thành phần thì mới sử dụng được nhé!*

Dùng máy tính FX570ES:

Bấm $\boxed{\text{MODE}}\,\boxed{2}$ màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**

Chọn chế độ máy tính theo **radian(R):** $\boxed{\text{SHIFT}}\,\boxed{\mathit{MODE}}\,\boxed{4}$

Tìm dao động tổng hợp:

Nhập máy: $\boxed{9\sqrt{3}}\,\boxed{\text{SHIFT}}\,\boxed{(-)}.\angle\boxed{\left(-\frac{\pi}{6}\right)} + \boxed{18}\,\boxed{\text{SHIFT}}\,\boxed{(-)}\angle\boxed{(-\pi)}\boxed{=}$

Hiển thị: $9\angle -\frac{2\pi}{3}$

Như thế ta thấy: $A = 9\text{cm}$ và $\varphi = -\frac{2\pi}{3}\text{rad}$. Đây là kết quả ta mong đợi

Ví dụ 6: ***(Chuyên Phan Bội Châu – Nghệ An lần 3 năm 2012)***

Một vật có khối lượng không đổi thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà có phương trình lần lượt là $x_1 = 10\cos(2\pi t + \varphi)\text{cm}$; $x_2 = A_2\cos(2\pi t - \pi/2)\text{cm}$; $x = A\cos(2\pi t - \pi/3)\text{cm}$. Khi biên độ dao động của vật bằng nửa giá trị cực đại thì biên độ dao động A_2 có giá trị là

A. $10\sqrt{3}$ cm B. 19,5 cm C. $20\sqrt{3}$ cm D.30 cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Biên độ dao động cực đại của vật: $A_{max} = A_1 + A_2 = 10 + A_2$

Ta có: $\vec{A} = \vec{A_1} + \overrightarrow{A_2} \Rightarrow \vec{A_1} = \vec{A} - \overrightarrow{A_2} \Rightarrow A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2\cos(\varphi - \varphi_2)$ (*)

Theo bài ra: $A = \frac{A_{max}}{2} = \frac{10 + A_2}{2}$ (*)

$$\Rightarrow 10^2 = \left(\frac{10 + A_2}{2}\right)^2 + A_2^2 - 2.\frac{10 + A_2}{2}A_2\cos\left(-\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow 100 = 25 + 5A_2 + \frac{A_2^2}{4} + A_2^2 - (10 + A_2)A_2.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5 - 2\sqrt{3}}{4}\right)A_2^2 + (5 - 5\sqrt{3})A_2 - 75 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A_2 = 19,5 \\ A_2 = -10 < 0 \end{array}\right. \Rightarrow A_2 = 19,5$$

Vậy chọn đáp án B

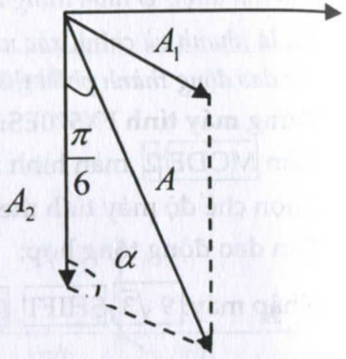
Tuy nhiên đây không phải là đáp án đúng. Vậy chúng ta đã sai lầm từ đâu?

Các bạn à! Biên độ dao động cực đại của vật: $A_{max} = A_1 + A_2 \Leftrightarrow \varphi; \varphi_1; \varphi_2$

Cùng pha với nhau. Nhìn vào phương trình thành phần thứ 2 và phương trình tổng hợp ta thấy hai pha là không bằng nhau. Vì thế chúng ta đã sai ngay từ bước này dẫn tới kết quả có trong đáp án nhưng lại sai. Đây là cái bẫy rất nhiều bạn gặp phải khi làm trắc nghiệm.

Sau đây là lời giải chính xác của bài toán:

Theo bài ra, ta có giản đồ vec tơ như sau:



Độ lệch pha giữa thành phần tổng hợp với

Thành phần thứ hai: $\varphi - \varphi_2 = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$

Theo định lý hàm sin:

$$\frac{A_1}{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{A}{\sin\alpha} \Rightarrow A = \frac{A_1}{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}.\sin\alpha = 2A_1\sin\alpha$$

$$A_1 = \text{const} \Rightarrow A_{max} \Leftrightarrow \sin\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow A_{max} = 2A_1$$

Khi $A = \frac{A_{max}}{2} = \frac{2A_1}{2} = A_1$

Ta lại có: $A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2\cos(\varphi - \varphi_2) \Leftrightarrow A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\frac{\pi}{6}) = 0$

$\Rightarrow A_2 = \sqrt{3}A_1 = 10\sqrt{3}\text{cm}$

Vậy đáp án chính xác là A

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động có các phương trình: $x_1 = 3\cos(\omega t + \phi)$cm; $x_2 = 4\cos(\omega t + \phi - \pi/2)$cm. Tốc độ của vật khi đi qua vị trí cân bằng là $v_o = 100\pi$ cm/s. Tần số dao động của vật bằng

A. 20π Hz. B. 20 Hz. C. 10π Hz. D. 10 Hz.

Phân tích và hướng dẫn giải

Bài toán tương đối dễ nhưng cũng nhiều bạn "yếu vía" sẽ không dám làm tiếp vì thấy pha ban đầu của hai dao động hơi lạ. Cách giải sau dành cho các bạn "yếu vía" đây.

Ta có: $\vec{A} = \vec{A_1} + \vec{A_2} \Rightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$\Rightarrow A^2 = 3^2 + 4^2 + 2.3.4\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 5^2 \Rightarrow A = 5\text{cm}$

Theo bài ra: $v_0 = v_{max} = \omega A = 2\pi f A \Rightarrow f = \frac{v_{max}}{2\pi A} = \frac{100\pi}{2\pi.5} = 10\text{Hz}$

Vậy chọn đáp án D

Chú ý: *Ở đây nếu bình tĩnh chúng ta sẽ biết được hai dao động trên dao động vuông pha nhau vì thế biên độ được tính theo công thức:* $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Câu 2: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Một vật có khối lượng không đổi, thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa có phương trình dao động lần lượt là $x_1 = 10\cos(2\pi t + \varphi)$cm và $x_2 = A_2\cos(2\pi t - \pi/2)$ cm thì dao động tổng hợp là $x = A\cos(2\pi t - \pi/3)$ cm. Năng lượng dao động của vật cực đại thì biên độ dao động A_2 có giá trị là:

A. $10/\sqrt{3}$ cm. B. $10\sqrt{3}$ cm. C. $20/\sqrt{3}$ cm. D. 20 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Năng lượng dao động của vật cực đại khi biên độ dao động của vật cực đại:

$$A = A_{max} = A_1 + A_2 = 10 + A_2$$

Ta có:

$$A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2\cos(\varphi - \varphi_2)$$

$$\Leftrightarrow 10^2 = (10 + A_2)^2 + A_2^2 - 2(10 + A_2)A_2\cos\left(-\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)$$

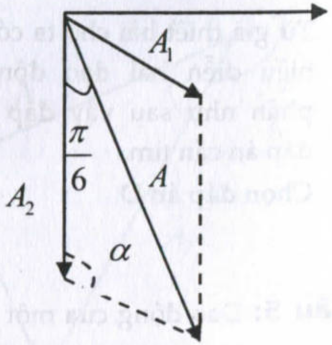
$$\Leftrightarrow 0 = 20A_2 + 2A_2^2 - 10\sqrt{3}A_2 - \sqrt{3}A_2^2$$

$$\Leftrightarrow \left(2 - \sqrt{3}\right)A_2^2 + \left(20 - 10\sqrt{3}\right)A_2 = 0 \Rightarrow A_2 = -10\text{cm} < 0$$

Tới đây ta đã nhận đáp án không hợp lệ. Như thế đã có sự nhầm lẫn nào đó ngay từ bước đầu. $A = A_{max} = A_1 + A_2$ chỉ được dùng khi các pha của dao động thành phần cùng pha với nhau và cùng pha với dao động tổng hợp. Ta có $\varphi \neq n\varphi_2$ với $n \in Z$

Sau đây là lời giải chính xác của bài toán:

Theo bài ra, ta có giản đồ vectơ như sau:



Ta có: $\varphi - \varphi_2 = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$

Theo định lý hàm sin:

$$\frac{A_1}{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{A}{\sin\alpha} \Rightarrow A = \frac{A_1}{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}.\sin\alpha = 2A_1\sin\alpha$$

$$A_1 = \text{const} \Rightarrow A_{max} \Leftrightarrow \sin\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow A_{max} = 2A_1$$

Ta lại có:

$$A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2\cos(\varphi - \varphi_2)$$

$$\Leftrightarrow A_1^2 = 4A_1^2 + A_2^2 - 2.2A_1A_2\cos(\frac{\pi}{6})$$

$$\Leftrightarrow A_2^2 - 20\sqrt{3}A_2 + 300 = 0 \Rightarrow A_2 = 10\sqrt{3}\text{cm}$$

Vậy đáp án chính xác là B

Câu 3: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long Quảng Trị lần 1 năm 2013)

Hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình là $x_1 = 7{,}5\cos(5\pi t + \phi_1)$ cm và $x_2 = 5\cos(5\pi t + \phi_2)$ cm. Biên độ dao động tổng hợp của hai dao động trên có thể nhận giá trị nào sau đây?

A. 14,5 cm. B. 9,5 cm. C. 15 cm. D. 2 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2 \Leftrightarrow 2{,}5 \le A \le 12{,}5$

Vậy chọn đáp án B

Câu 4: (Trích đề thi thử chuyên Hải Dương lần 1 năm 2013)

Hai dao động điều hòa (1) và (2) cùng phương, cùng tần số và cùng biên độ A = 4cm. Tại một thời điểm nào đó, dao động (1) có li độ $x = 2\sqrt{3}$ cm, đang chuyển động ngược chiều dương, còn dao động (2) đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lúc đó, dao động tổng hợp của hai dao động trên có li độ bao nhiêu và đang chuyển động theo hướng nào?

A. x = 8cm và chuyển động ngược chiều dương.

B. x = 0 và chuyển động ngược chiều dương.

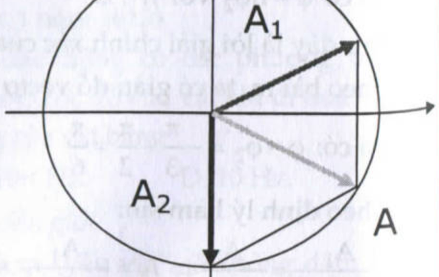
C. $x = 4\sqrt{3}$ cm và chuyển động theo chiều dương.

D. $x = 2\sqrt{3}$ cm và chuyển động theo chiều dương.

Phân tích và hướng dẫn giải

Từ giả thiết bài cho ta có hình vẽ biểu diễn hai dao động thành phần như sau vậy đáp án D là đáp án cần tìm.

Chọn đáp án D



Câu 5: Dao động của một chất điểm là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình li độ lần lượt là $x_1 = 3\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right)$ và $x_2 = 3\sqrt{3}\cos\frac{2\pi}{3}t$ (x_1 và x_2 tính bằng cm, t tính bằng s).

Tại các thời điểm $x_1 = x_2$ li độ của dao động tổng hợp là:

A. ± 5,79 cm. B. ± 5,19cm. C. ± 6 cm. D. ± 3 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Phương trình dao động tổng hợp

$$x = 6\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right)\ (\text{cm});$$

$$x_1 = 3\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) = 3\sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 3\sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right) = 3\sqrt{3}\cos\frac{2\pi}{3}t \Rightarrow \tan\frac{2\pi}{3}t = \sqrt{3} = \tan\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{3}t = \frac{\pi}{6} + k\pi \Rightarrow t = \frac{1}{4} + \frac{3k}{2}$$

$$x = 6\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right) = 6\cos\left[\frac{2\pi}{3}\left(\frac{1}{4} + \frac{3k}{2}\right) - \frac{\pi}{3}\right]$$

$$= 6\cos(k\pi - \frac{\pi}{6}) = \pm 3\sqrt{3}\text{ cm} = \pm 5{,}19\text{ cm}$$

Chọn đáp án B

Câu 6: Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình dao động $x_1 = A_1\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$(cm) và $x_2 = A_2\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$(cm). Phương trình dao động tổng hợp của hai dao động này là: $x = 6\cos(\omega t + \varphi)$(cm). Biên độ A_1 thay đổi được. Thay đổi A_1 để A_2 có giá trị lớn nhất. Tìm A_{2max}?

A. 16 cm. B. 14 cm. C. 18 cm. D. 12 cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Độ lệch pha giữa 2 dao động: $\Delta\varphi = \frac{5\pi}{6}$ rad không đổi.

Biên độ của dao động tổng hợp A = 6cm cho trước.

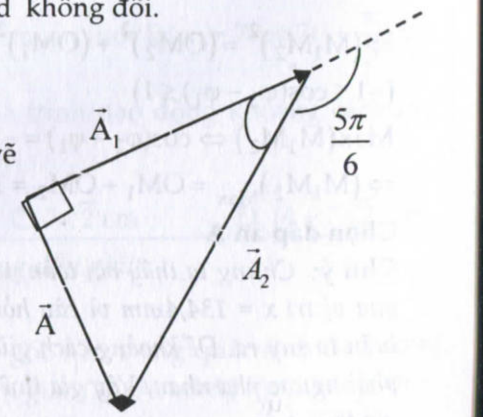
Biểu diễn bằng giản đồ vecto như hình vẽ

Ta có: $\frac{A}{\sin\alpha} = \frac{A_2}{\sin\beta} \rightarrow A_2 = A.\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$

Vì α, A không đổi nên A_2 sẽ lớn nhất khi sinβ lớn nhất tức là góc β = 90⁰.

Khi đó $A_{2max} = \frac{A}{\sin\alpha} = \frac{6}{\sin\frac{\pi}{6}} = 12\text{(cm)}$

Chọn đáp án D



Chuyên đề 11

DẠNG TOÁN HAI VẬT DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

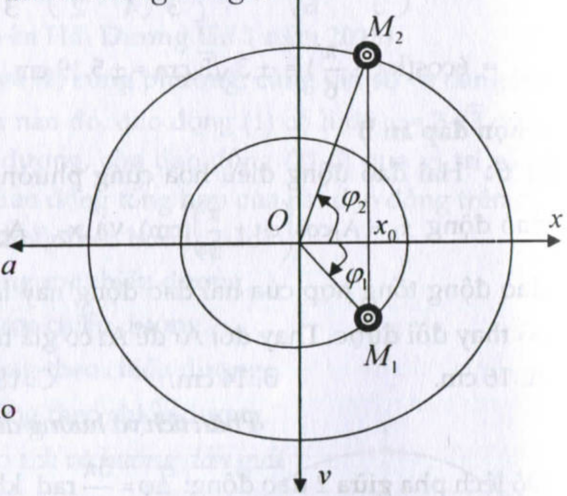
🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số, trên hai đường thẳng cùng song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của chúng nằm trên cùng một đường thẳng đi qua O và vuông góc với Ox. Biên độ dao động của chúng lần lượt là 140,0mm và 480,0mm. Biết hai chất điểm đi qua nhau ở vị trí có li độ x = 134,4mm khi chúng đang chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm đó theo phương Ox là

A. 620,0mm. B. 485,6mm. C. 500,0mm. D. 474,4mm.

Phân tích và hướng dẫn giải



Xét hai đường tròn biểu diễn 2 dao động. Tại thời điểm gặp nhau chúng có cùng vị trí nhưng ngược chiều nên ta có vị trí gặp nhau hai dao động là điểm M₁ và M₂ như hình vẽ.

Khoảng cách giữa hai vật:

$\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}$

Áp dụng định lý cosin cho tam giác M_1OM_2 ta có:

$\Rightarrow (M_1M_2)^2 = (OM_2)^2 + (OM_1)^2 - 2.OM_2.OM_1.\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$(-1 \le \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \le 1)$

$\text{Max}(M_1M_2) \Leftrightarrow \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1 \Leftrightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \pi$

$\Rightarrow (M_1M_2)_{\text{Max}} = OM_1 + OM_2 = 140 + 480 = 620\text{mm}$

Chọn đáp án A

Chú ý: *Chúng ta thấy bài toán này không cần dùng tới giả thiết hai chất điểm đi qua vị trí x = 134,4mm vì câu hỏi đề bài hỏi là khoảng cách lớn nhất nên từ lập luận ta suy ra. Để khoảng cách giữa hai chất điểm đó lớn nhất thì hai dao động đó phải ngược pha nhau. Vậy giả thiết trên để làm gì? Sau đây là cách giải vận dụng giả thiết trên.*

Pha của chất điểm 1 và 2 tại vị trí hai vật đi qua nhau.

$$\left.\begin{aligned} \cos\varphi_2 &= \frac{x_2}{A_2} = \frac{134,4}{480} \Rightarrow \varphi_2 = 73,74^0 \\ \cos\varphi_1 &= \frac{x_1}{A_1} = \frac{134,4}{140} \Rightarrow \varphi_1 = -16,26^0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = 90^0$$

Vì hai dao động cùng tần số nên hai dao động trên luôn luôn vuông pha nhau.

$\Rightarrow M_1M_2 = \sqrt{(OM_2)^2 + (OM_1)^2} = \sqrt{(480)^2 + (140)^2} = 500\text{mm}$

Khi đoạn M_1M_2 song song với Ox thì lúc đó khoảng cách giữa hai vật chiếu xuống trục Ox là lớn nhất và bằng $M_1M_2 = 500\text{cm}$.

Đáp án đúng phải là D

Tới đây đa số các bạn đưa ra kết luận rằng: khoảng cách lớn nhất của hai chất điểm được tính theo công thức:

$(M_1M_2)_{\text{Max}} = \sqrt{(OM_2)^2 + (OM_1)^2}$ hay $(\Delta x)_{\text{Max}} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$.

Tuy nhiên đây là kết luận chỉ đúng cho một trường hợp riêng là hai dao động thành phần phải vuông pha. Vì thế ở cách giải 1, chúng ta đã mắc sai lầm ở chỗ: chúng ta chỉ dựa vào phương trình

$(M_1M_2)^2 = (OM_2)^2 + (OM_1)^2 - 2.OM_2.OM_1.\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

mà kết luận $(M_1M_2)_{\text{Max}} = OM_1 + OM_2$ *ứng với trường hợp* $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1 \Leftrightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \pi$ *như vậy chúng ta đã tự gán cho hai dao động trên ngược pha mà không cần biết dữ liệu đề cho thế nào. Cách giải 2 là đúng cho mọi trường hợp vì thế để các bạn nắm chắc dạng toán này chúng ta làm thêm ví dụ sau:*

Ví dụ 2: Hai chất điểm dao động điều hoà trên cùng một trục tọa độ Ox, coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của hai chất điểm lần lượt là: $x_1 = 7\cos(7t + \frac{\pi}{3})$ cm và $x_2 = 7\sqrt{2}\cos(7t + \frac{\pi}{12})$ cm. Trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật là:

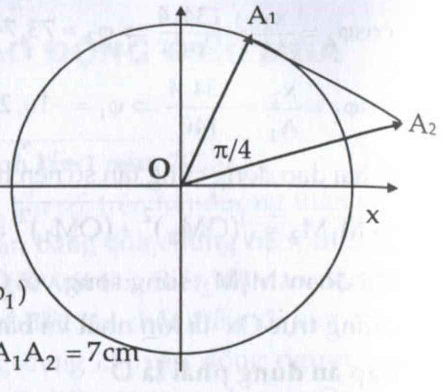
A. $(7\sqrt{2} - 4)$cm B. 7cm C. $7\sqrt{2}$ cm D. $(4 + 7\sqrt{2})$cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Cách 1: Giải theo vòng tròn lượng giác

Vì 2 dao động thành phần cùng tần số góc nên trong quá trình dao động, các véc tơ quay tròn đều thì diện tích tam giác OA₁A₂ có độ lớn không đổi.

Độ lệch pha giữa 2 dao động thành phần: $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4}$



Cạnh $OA_1 = 7cm$, $OA_2 = 7\sqrt{2}$ cm.

Khoảng cách giữa hai vật:

$\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OA_1}$

Áp dụng định lý hàm số cosin cho tam giác A_1OA_2 ta có:

$$\Rightarrow (A_1A_2)^2 = (OA_2)^2 + (OA_1)^2 - 2.OA_2.OA_1.\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$= (7\sqrt{2})^2 + (7)^2 - 2.7\sqrt{2}.7.\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 7^2 \Rightarrow A_1A_2 = 7cm$$

A_1A_2 là khoảng cách giữa 2 vật .

Khi đoạn A_1A_2 song song với Ox thì lúc đó khoảng cách giữa hai vật chiếu xuống trục Ox là lớn nhất và bằng 7cm.

Chọn đáp án B.

Cách 2: Giải theo phương trình lượng giác

Phương trình khoảng cách giữa hai vật:

$$\Delta x = M_1M_2 = x_2 - x_1 = 7\sqrt{2}\cos\left(7t + \frac{\pi}{12}\right) - 7\cos\left(7t + \frac{\pi}{3}\right) = 7\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$$

(dùng máy tính fx 570 es hoặc fx 570 es plus)

Suy ra khoảng cách lớn nhất giữa M_1 và M_2 là

$\Delta x_{max} = 7 \Leftrightarrow \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = 1$. **Chọn đáp án vẫn là B**

Kết luận: *Cách giải 2 dễ dàng hơn nhiều và tốn rất ít thời gian, chỉ cần các bạn sử dụng tốt chiếc máy tính fx 570 es hoặc fx 570 es plus để tìm phương trình hiệu của hai dao động trên và sau đó biện luận cực kỳ đơn giản để có kết quả cần tìm.*

Để kiểm tra tính khả thi của cách giải vừa rồi, chúng ta làm tiếp một ví dụ sau:

Ví dụ 3: (Trích đề thi thử Thuận Thành số 3 – Bắc Ninh lần 1 năm 2013)

Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox theo các phương trình lần lượt là $x_1 = 10\cos(3\pi t)cm$ và $x_2 = 10\sqrt{3}\cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{2}\right)cm$.

Khoảng cách lớn nhất giữa hai vật trong quá trình dao động là:

A. 10cm B. 17,3cm C. 20cm D. 27,3cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Phương trình khoảng cách giữa hai vật:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10\sqrt{3}\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) - 10\cos(4\pi t) = 20\cos\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

(dùng máy tính)

Suy ra khoảng cách lớn nhất giữa hai vật là:

$\Delta x_{max} = 20 \Leftrightarrow \cos\left(3\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) = 1 \Rightarrow$ **Chọn đáp án C**

Ví dụ 4: (Trích đề thi thử Nam Trực – Nam Định lần 1 năm 2013)

Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là $x_1 = A_1\cos\omega t(cm)$ và $x_2 = A_2\sin\omega t(cm)$. Biết $16x_1^2 + 9x_2^2 = 24^2(cm^2)$. Tại thời điểm t, vật thứ nhất đi qua vị trí có li độ $x_1 = -3cm$, có vận tốc $v_1 = 18\sqrt{3}$ cm/s. Khi đó vật thứ hai có vận tốc là

A. –24cm/s. B. $8\sqrt{3}$ cm/s. C. 24 cm/s D. $4\sqrt{3}$ cm/s.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta biết rằng: vận tốc v là đạo hàm của li độ x theo thời gian vì thế

Đạo hàm phương trình: $16x_1^2 + 9x_2^2 = 24^2(cm^2)$ (1)

$32x_1x'_1 + 18x_2x'_2 = 0 \Leftrightarrow 32x_1v_1 + 18x_2v_2 = 0$ (2)

Khi $x_1 = -3cm$ thay vào (1): $16.9 + 9x_2^2 = 24^2 \Rightarrow x_2 = \pm 4\sqrt{3}cm$

$$(2) \Rightarrow v_2 = \frac{-16x_1v_1}{9x_2} = \frac{-16.(-3).(18\sqrt{3})}{9.4\sqrt{3}} = 24cm/s$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 5: (Trích đề thi thử chuyên Hồng Lĩnh Hà tĩnh lần 1 năm 2013)

Hai chất điểm M và N dao động điều hòa cùng tần số f = 0,5Hz dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Tại thời điểm t_1 hai vật đi ngang nhau, hỏi sau khoảng thời gian ngắn nhất là bao nhiêu kể từ thời điểm t_1 khoảng cách giữa chúng bằng 5cm.

A. 1/3s. B. ½ C. 1/6s. D. 1/4s.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra khi $\Delta x = MN = |x_2 - x_1| = 10cm$ theo phương Ox cực đại nên $\overrightarrow{\Delta x}$ có biên độ A = 10cm và song song với trục Ox nên pha đầu bằng 0

Phương trình dao động của $\Delta x = A\cos(\omega t) = 10\cos(\pi t)cm$

Khi khoảng cách giữa MN = 5cm ứng với $\Delta x = 10\cos(\pi t) = 5cm$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \pi t = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \pi t = -\frac{\pi}{3} + l2\pi \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{1}{3} + 2k.(k = 0;1;2...) \\ t = -\frac{1}{3} + 2l.(l = 1;2;3...) \end{array}\right. \Rightarrow t_{min} = \frac{1}{3}(k = 0)$$

Chọn đáp án A

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: (Trích đề thi thử chuyên Đại Học Vinh lần 1 năm 2013)

Hai chất điểm M_1 và M_2 cùng dao động điều hòa trên một trục x quanh điểm O với cùng tần số f. Biên độ của M_1 là A, của M_2 là $2A$. Dao động của M_1 chậm pha hơn một góc $\varphi = \pi/3$ so với dao động của M_2, lúc đó

A. Khoảng cách M_1M_2 biến đổi tuần hoàn với tần số f, biên độ $A\sqrt{3}$

B. Khoảng cách M_1M_2 biến đổi điều hòa với tần số $2f$, biên độ $A\sqrt{3}$

C. Độ dài đại số $\overline{M_1M_2}$ biến đổi điều hòa với tần số $2f$, biên độ $A\sqrt{3}$ và vuông pha với dao động của M_2.

D. Độ dài đại số $\overline{M_1M_2}$ biến đổi điều hòa với tần số f, biên độ $A\sqrt{3}$ và vuông pha với dao động của M_1.

Phân tích và hướng dẫn giải

Giả sử dao động của M_1 và M_2 có phương trình:

$$x_1 = A\cos\omega t \Rightarrow x_2 = 2A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Phương trình khoảng cách giữa hai vật

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1} = x_2 - x_1 = 2A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) - A\cos\omega t$$

$$\xrightarrow{\text{CASIO FX 570 ES}} = A\sqrt{3}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

(các bạn tự bấm)

Từ phương trình ta có: Độ dài đại số $\overline{M_1M_2}$ biến đổi điều hòa với tần số f, biên độ $A\sqrt{3}$ và pha ban đầu là $\frac{\pi}{2}$ nên vuông pha với dao động của M_1.

Chọn đáp án D

Câu 2: Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau cùng vị trí cân bằng. Phương trình dao động của các vật lần lượt là $x_1 = A_1\cos\omega t$ (cm) và $x_2 = A_2\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ (cm). Biết $32x_1^2 + 18x_2^2 = 1152$ (cm²). Tại thời điểm t, vật thứ hai đi qua vị trí có li độ $x_2 = 4\sqrt{3}$ cm với vận tốc $v_2 = 8\sqrt{3}$ cm/s. Khi đó vật thứ nhất có tốc độ bằng

A. $24\sqrt{3}$ cm/s.
B. 24 cm/s
C. 18 cm/s.
D. $18\sqrt{3}$ cm/s.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có $32x_1^2 + 18x_2^2 = 1152$ (1).

Khi $x_2 = 4\sqrt{3}$ cm thì $v_1 = 8\sqrt{3}$ cm/s

Thay vào (1) $32x_1^2 = 1152 - 18.(4\sqrt{3})^2 = 288 \Rightarrow x_1^2 = 9 \Rightarrow x_1 = \pm 3$ cm.

Lấy đạo hàm hai vế (1) theo thời gian t ($x'_1 = v_1$; $x'_2 = v_2$)

Ta được: $64x_1v_1 + 36x_2v_2 = 0$ (2).

Thay vào (2) ta được $64.x_1v_1 + 36x_2v_2 = 0$

$$\Rightarrow v_1 = -\frac{36x_2v_2}{64x_1} = \frac{36.4\sqrt{3}.8\sqrt{3}}{64.(\pm 3)} = \pm 18 \text{ cm/s}$$

Nên khi đó vật thứ nhất có tốc độ bằng 18 cm/s.

Chọn đáp án C

Câu 3: (Trích đề thi thử Thuận Thành số 3 – Bắc Ninh lần 1 năm 2013)

Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox theo các phương trình lần lượt là $x_1 = 4\cos(4\pi t)$cm và $x_2 = 4\sqrt{3}\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$cm.

Thời điểm lần đầu tiên hai chất điểm gặp nhau là

A. $\frac{1}{16}$s
B. $\frac{1}{4}$s
C. $\frac{1}{12}$s
D. $\frac{5}{24}$s

Phân tích và hướng dẫn giải

Phương trình khoảng cách giữa hai vật:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4\sqrt{3}\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) - 4\cos(4\pi t) = 8\cos\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{(dùng máy tính)}$$

Hai vật gặp nhau khi $\Delta x = 8\cos\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$

$$\Rightarrow 4\pi t + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow t = -\frac{1}{24} + \frac{k}{4} (k = 1;2;3...) \Rightarrow t_{\min} = -\frac{1}{24} + \frac{1}{4} = \frac{5}{24} (k = 1)$$

Chọn đáp án D

Câu 4: Hai con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa cùng biên độ và chu kỳ lần lượt là T_1 và $T_2 = 2T_1$. Khi chúng có cùng li độ thì tỉ số độ lớn vận tốc là

A. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
B. $\frac{v_1}{v_2} = 2$
C. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$.
D. $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

$T_2 = 2T_1 \Rightarrow \omega_1 = 2\omega_2$

Ta có hệ thức độc lập ứng với hai con lắc:

$$\begin{cases} A^2 = x_1^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega_1^2} \\ A^2 = x_2^2 + \dfrac{v_2^2}{\omega_2^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1^2 = \left(A^2 - x_1^2\right)\omega_1^2 \\ v_2^2 = \left(A^2 - x_2^2\right)\omega_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 = x \\ \omega_1 = 2\omega_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{\left(A^2 - x^2\right)4\omega_2^2}{\left(A^2 - x^2\right)\omega_2^2} = 4 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 2$$

Chọn đáp án B

Chuyên đề 12

THAY ĐỔI CHIỀU DÀI TRONG QUÁ TRÌNH DAO ĐỘNG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI:

Bài toán được giải tuần tự theo 5 bước:

Bước 1: xác định vị trí M đối với VTCB cũ và tính vận tốc tương ứng.

Bước 2: xác định điểm giữ lò xo, từ đó xác định chiều dài tự nhiên của lò xo mới. Sau đó áp dụng hệ thức liên hệ giữa độ cứng và chiều dài để suy ra độ cứng của lò xo mới.

Bước 3: xác định vị trí M đối với VTCB mới.

Bước 4: xác định tần số góc mới và biên độ mới.

Bước 5: chọn đáp án *(bước này là khỏe nhất!)*.

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử chuyên Lê Quý Đôn, Quảng Trị lần 1 năm 2013)

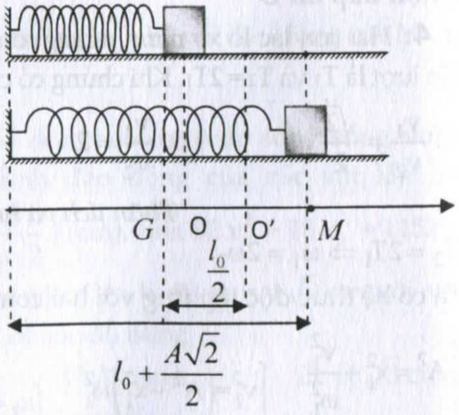
Con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ A. Đúng lúc con lắc qua vị trí có động năng bằng thế năng và đang giãn thì người ta cố định một điểm chính giữa của lò xo, kết quả làm con lắc dao động điều hòa với biên độ A′. Tỉ lệ giữa biên độ A và biên độ A′.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ C. $\dfrac{4}{\sqrt{6}}$ D. $\sqrt{2}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi $W_đ = W_t \Rightarrow W_t = W/2$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{kA^2}{2} \Rightarrow x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$$



Gọi M là điểm vật có động năng bằng thế năng ⇒ M cách VTCB một khoảng: $OM = \dfrac{A\sqrt{2}}{2}$

Vị trí điểm M: $x_M^O = \dfrac{A\sqrt{2}}{2}$

Khi đó vật có vận tốc v_M:

$$\frac{mv_M^2}{2} = W_đ = \frac{1}{2}\frac{kA^2}{2} \Rightarrow v_M^2 = \frac{kA^2}{2m}$$

Gọi G là điểm lò xo bị giữ lại.

Chiều dài tự nhiên của con lắc mới là $\dfrac{l_0}{2}$ (l_0 là chiều dài tự nhiên của lò xo)

Hệ thức liên hệ giữa độ cứng và chiều dài của lò xo trước và sau khi bị giữ lại:

$$kl_0 = k'\frac{l_0}{2} \Rightarrow k' = 2k.$$

Khi lò xo bị giữ tại G, vật dao động quanh VTCB mới O′.

Khoảng cách từ M đến VTCB mới là: $MO' = \dfrac{1}{2}\left(l_0 + \dfrac{A\sqrt{2}}{2}\right) - \dfrac{1}{2}l_0 = \dfrac{A\sqrt{2}}{4}$

Vị trí điểm M đối với VTCB mới là: $x_M^{O'} = \dfrac{A\sqrt{2}}{4}$

Tần số góc của dao động mới $\omega' = \sqrt{\dfrac{k'}{m}} = \sqrt{\dfrac{2k}{m}}$

Biên độ dao động mới A′ được xác định từ hệ thức độc lập:

$$A'^2 = \left(x_M^{O'}\right)^2 + \frac{v_M^2}{\omega'^2}\frac{A^2}{8} + \frac{\frac{kA^2}{2m}}{\frac{2k}{m}} = \frac{A^2}{8} + \frac{A^2}{4} = \frac{3A^2}{8} \Rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{4}{\sqrt{6}}$$

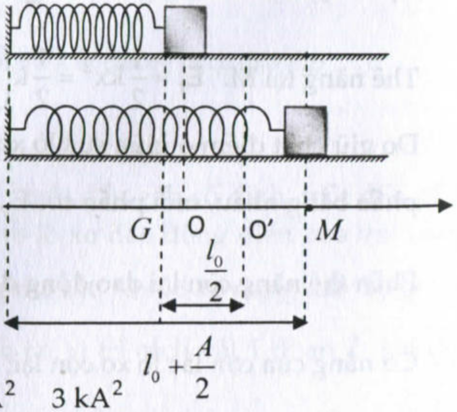
Chọn đáp án C

Ví dụ 2: (Trích đề thi thử Nam Trực – Nam Định lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo đặt nằm ngang dao động điều hòa với biên độ A chu kì T. Sau khoảng thời gian $\dfrac{T}{12}$ kể từ lúc vật qua vị trí cân bằng thì giữ đột ngột điểm chính giữa lò xo lại. Biên độ dao động của vật sau khi giữ là?

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ B. $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$ C. $\dfrac{4}{\sqrt{7}}$ D. $\sqrt{5}$

Phân tích và hướng dẫn giải



Gọi O là điểm vật ở VTCB, M là điểm mà vật đi được $\dfrac{T}{12}$ kể từ VTCB.

Quãng đường vật đi được sau $\dfrac{T}{12}$ kể từ vị trí cân bằng là: $S = OM = \dfrac{A}{2}$

Vị trí điểm M lúc này: $x_M = \dfrac{A}{2}$

Khi đó vật có vận tốc v_M:

$$W_đ = W - W_t = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - \frac{1}{4}\frac{kA^2}{2} = \frac{3}{4}\frac{kA^2}{2}$$

$W_d = \frac{mv_M^2}{2} = \frac{3}{4}\frac{kA^2}{2} \Rightarrow v_M^2 = \frac{3kA^2}{4m}$

Gọi G là điểm lò xo bị giữ lại.

Chiều dài tự nhiên của con lắc mới là $\frac{l_0}{2}$ (l_0 là chiều dài tự nhiên của lò xo)

Hệ thức liên hệ giữa độ cứng và chiều dài của lò xo trước và sau khi bị giữ lại:

$kl_0 = k'\frac{l_0}{2} \Rightarrow k' = 2k$

Khi lò xo bị giữ tại G, vật dao động quanh VTCB mới O′.

Khoảng cách từ M đến VTCB mới là: $MO' = \frac{1}{2}\left(l_0 + \frac{A}{2}\right) - \frac{1}{2}l_0 = \frac{A}{4}$

Vị trí điểm M đối với VTCB mới là: $x_M^{O'} = \frac{A}{4}$

Tần số góc của dao động mới $\omega' = \sqrt{\frac{k'}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

Biên độ dao động mới A′ được xác định từ hệ thức độc lập:

$$A'^2 = \left(x_M^{O'}\right)^2 + \frac{v_M^2}{\omega'^2} = \frac{A^2}{16} + \frac{\frac{3kA^2}{4m}}{\frac{2k}{m}} = \frac{A^2}{16} + \frac{3A^2}{8} = \frac{7A^2}{16} \Rightarrow A' = \frac{\sqrt{7}}{4}A$$

Chọn đáp án B

Ta có thể giải theo thế năng:

Cơ năng của vật ứng với con lắc lò xo (*l*, k): $E = \frac{1}{2}kA^2$

Vị trí vật khi lò xo bị giữ lại: $x_M = \frac{A}{2}$

Thế năng tại M: $E_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{4}E$

Do giữ chặt điểm ở giữa của lò xo nên phần thế năng này được chia làm hai phần bằng nhau, mỗi phần có: $E_{t_1} = E_{t_2} = \frac{E_t}{2} = \frac{1}{8}E$

Phần thế năng còn lại dao động điều hòa chỉ còn $\frac{1}{8}E$

Cơ năng của con lắc lò xo còn lại: $E' = E - E_{t_2} = E - \frac{1}{8}E = \frac{7}{8}E = \frac{7}{8}.\frac{1}{2}kA^2$ (1)

Khi con lắc lò xo dao động với phần chiều dài $l' = \frac{1}{2}$ thì độ cứng $k' = 2k$.

Cơ năng mới của vật là: $E' = \frac{1}{2}k'A'^2 = \frac{1}{2}2kA'^2 = kA'^2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $kA'^2 = \frac{7}{8}.\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A' = \frac{\sqrt{7}}{4}A$

Chọn đáp án B

BÀI TẬP VẬN DỤNG:

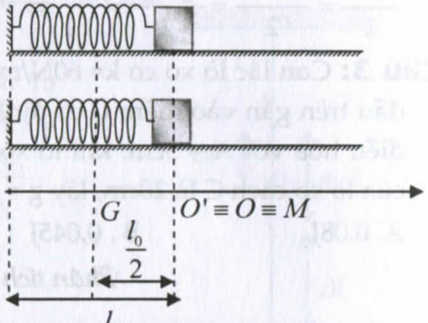
Câu 1: (Trích đề thi thử Nghi Lộc 4 – Nghệ An lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo một phương nhất định, khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo lại. Bắt đầu từ thời điểm đó vật sẽ dao động điều hoà với biên độ là

A. tăng 2 lần B. giảm $\sqrt{2}$ lần

C. giảm 2 lần D. như lúc đầu.

Phân tích và hướng dẫn giải



Theo ví dụ 1 ta có:

Vị trí vật đang ở khi người ta giữ điểm cố định là VTCB nên $x_M = 0 \Rightarrow v_M = \omega A$

Điểm giữ vật ở gữa nên chiều dài tự nhiên của lò xo mới là $\frac{l_0}{2}$ nên $k' = 2k$

VTCB cũ trùng với VTCB mới nên cơ năng của vật trong hai trường hợp trên là như nhau:

$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}k'A'^2 \Rightarrow A' = \frac{A}{\sqrt{2}}$

(cũng có thể tính như cách trình bày trên ví dụ 1 là chúng ta có đáp án)

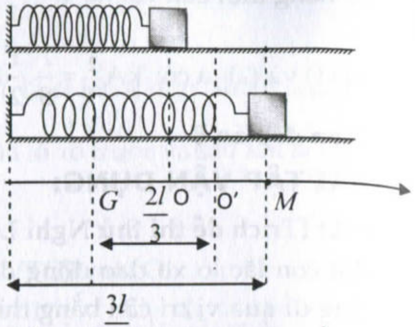
Vậy đáp án đúng là B

Câu 2: (Trích đề thi thử chuyên Vĩnh Phúc lần 1 năm 2013)

Con lắc lò xo có độ cứng k, chiều dài *l*, một đầu gắn cố định, một đầu gắn vào vật có khối lượng m. Kích thích cho lò xo dao động điều hoà với biên độ $A = \frac{l}{2}$ trên mặt phẳng ngang không ma sát. Khi lò xo đang dao động và bị dãn cực đại, tiến hành giữ chặt lò xo tại vị trí cách vật 1 đoạn *l*, khi đó tốc độ dao động cực đại của vật là:

A. $l\sqrt{\frac{k}{m}}$ B. $l\sqrt{\frac{k}{6m}}$ C. $l\sqrt{\frac{k}{2m}}$ D. $l\sqrt{\frac{k}{3m}}$

Phân tích và hướng dẫn giải



Khi vật ở M lò xo bị giữ tại G

Vị trí điểm M lúc này: $x_M = A$

Khi đó vật có vận tốc $v_M = 0$:

Chiều dài tự nhiên của con lắc mới:

$$l' = \frac{2l}{3}$$

Độ cứng của con lắc mới: $k' = \frac{3k}{2}$

Vị trí M đối với VTCB mới O′: $x_M^{O'} = l - \frac{2l}{3} = \frac{l}{3}$; $v_M = 0 \Rightarrow A' = x_M^{O'} = \frac{l}{3}$

Gọi v là tốc độ dao động cực đại của vật:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{k'A'^2}{2} = \frac{\frac{3k}{2}.\frac{l^2}{9}}{2} = \frac{kl^2}{12} \Rightarrow v = l.\sqrt{\frac{k}{6m}}.$$ **Chọn đáp án B**

Câu 3: Con lắc lò xo co k= 60N/m, chiều dài tự nhiên 40cm, treo thẳng đứng đầu trên gắn vào điểm C cố định, đầu dưới gắn vật m = 300g, vật dao động điều hòa với A = 5cm. khi lò xo có chiều dài lớn nhất giữ cố định điểm M của lò xo cách C là 20cm, lấy g = 10m/s² . Khi đó cơ năng của hệ là

A. 0,08J
B . 0,045J
C. 0,18J
D. 0,245J

Phân tích và hướng dẫn giải

Độ giãn của lò xo khi vật ở VTCB: $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,05m = 5$ cm

Khi vật ở biên dương chiều dài của lò xo l = 50cm.

Khi giữ cố định điểm M cách C 20cm; điểm A cách M 30cm.

Độ dài tựnhiên của phần lò xo MA: $l'_0 = \frac{3}{5}l_0 = 24$ cm

Độ cứng phần lò xo còn lại $k' = \frac{l_0}{l'_0}k = \frac{5}{3}k = 100$N/m

Vị trí cân bằng mới O′: $\Delta l'_0 = \frac{mg}{k'} = 0,03m = 3$cm

Vật dao động điều hòa quanh O′ với biên độ A′ = 3cm

(Vì MO′ = l′₀ + Δl′₀ = 27cm ⇒ A′ = O′A = 3cm)

Khi đó cơ năng của hệ là $W = \frac{k'A'^2}{2} = 0,045$ (J).

Chọn đáp án B

Chuyên đề 13

THAY ĐỔI KHỐI LƯỢNG TRONG QUÁ TRÌNH DAO ĐỘNG

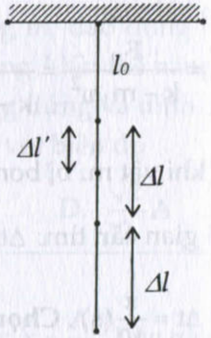
🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử chuyên Đại Học Vinh lần 3 năm 2012)

Một con lắc lò xo được treo thẳng đứng gồm lò xo có độ cứng k và vật nặng khối lượng 2m. Từ vị trí cân bằng đưa vật tới vị trí lò xo không bị biến dạng rồi thả nhẹ cho vật dao động. Khi vật xuống dưới vị trí thấp nhất thì khối lượng của vật đột ngột giảm xuống còn một nửa. Bỏ qua mọi ma sát và gia tốc trọng trường là g. Biên độ dao động của vật sau khi khối lượng giảm là

A. $\frac{3mg}{k}$
B. $\frac{2mg}{k}$
C. $\frac{3mg}{2k}$
D. $\frac{mg}{k}$

Phân tích và hướng dẫn giải



- **Ban đầu: Vật cân bằng ở O:**

Nâng vật lên vị trí lò xo có độ dài tự nhiên và thả nhẹ cho vật chuyển động thì vật dao dộng với biên độ: $A = \Delta l = \frac{2mg}{k}$

- **Sau khi giảm khối lượng:**

Vật cân bằng ở O′: $\Delta l' = \frac{mg}{k}$.

Lúc này vật đang ở vị trí thấp nhất và ta xem như ta đã kéo vật xuống vị trí đó giảm khối lượng đi một nửa và thả nhẹ. Khi này vật dao động với biên độ:

$$A' = \Delta l + (\Delta l - \Delta l') = \frac{2mg}{k} + \left(\frac{2mg}{k} - \frac{mg}{k}\right) \Rightarrow A' = \frac{3mg}{k}.$$

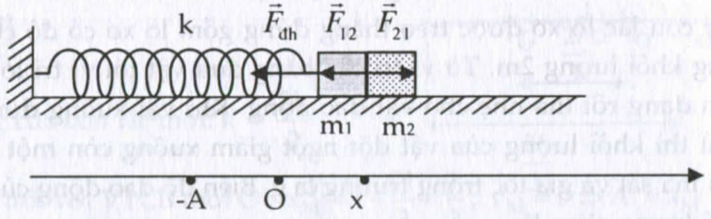
Chọn đáp án A

Ví dụ 2: (Trích đề thi thử chuyên Như Thành Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một lò xo có khối lượng không đáng kể, hệ số đàn hồi k = 100N/m được đặt nằm ngang, một đầu được giữ cố định, đầu còn lại được gắn với chất điểm m₁ = 0,5 kg. Chất điểm m₁ được gắn với chất điểm thứ hai m₂ = 0,5kg .Các chất điểm đó có thể dao động không ma sát trên trục Ox nằm ngang (gốc O ở vị trí cân bằng của hai vật) hướng từ điểm cố định giữ lò xo về phía các chất điểm m₁, m₂. Tại thời điểm ban đầu giữ hai vật ở vị trí lò xo nén 2cm rồi buông nhẹ. Bỏ qua sức cản của môi trường. Hệ dao động điều hòa. Gốc thời gian chọn khi buông vật. Chỗ gắn hai chất điểm bị bong ra nếu lực kéo tại đó đạt đến 1N. Thời điểm mà m₂ bị tách khỏi m₁ là

A. $\frac{\pi}{2}$s. B. $\frac{\pi}{6}$s. C. $\frac{1}{10}$s. D. $\frac{\pi}{10}$s.

Phân tích và hướng dẫn giải



Giả sử tại thời điểm vật m₂ bắt đầu rời khỏi m₁ thì ly độ của hai vật là x.

Áp dụng định luật II Niu-tơn cho m₁, ta có:

$$F_{21} - F_{đh} = m_1a_1 \Rightarrow F_{21} = F_{đh} + m_1a_1 = kx - m_1\omega^2x$$

Theo bài toán:

$$\Rightarrow x = \frac{F_{21}}{k - m_1\omega^2} = \frac{F_{21}}{k - m_1\dfrac{k}{m_1 + m_2}} = \frac{1}{100 - 0,5.\dfrac{100}{0,5 + 0,5}} = 0,02m = 2cm$$

Vậy khi vật m₂ bị bong ra khỏi m₁ thì 2 vật đang ở vị trí biên dương.

Thời gian cần tìm: $\Delta t = \frac{T}{2}$, với $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = \frac{\pi}{5}(s)$

Vậy $\Delta t = \frac{\pi}{10}(s)$. **Chọn đáp án D**

Ví dụ 3: (Trích đề thi thử chuyên Vĩnh Phúc lần 1 năm 2013)

Con lắc lò xo thẳng đứng, lò xo có độ cứng k = 100N/m, vật nặng có khối lượng m = 1kg. Nâng vật lên cho lò xo có chiều dài tự nhiên rồi thả nhẹ để con lắc dao động. Bỏ qua mọi lực cản. Khi vật m tới vị trí thấp nhất thì nó tự động được gắn thêm vật m₀ = 500g một cách nhẹ nhàng. Chọn gốc thế năng là vị trí cân bằng. Lấy g = 10m/s². Hỏi năng lượng dao động của hệ thay đổi một lượng bằng bao nhiêu?

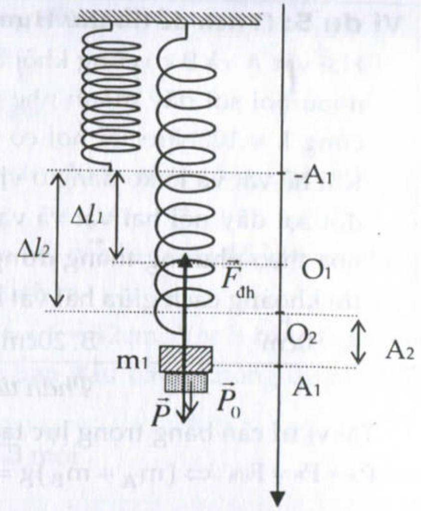
A. Giảm 0,375J B. Tăng 0,125J C. Giảm 0,25J D. Tăng 0,25J

Phân tích và hướng dẫn giải

$\Delta l_1 = \frac{mg}{k} = 0,1m = 10cm = A_1$

Tại vị trí thấp nhất của m₁: $F_{dh} = k(\Delta l_1 + A_1) = 20N > P + P_0 = 15N$

Do đó vị trí gắn m₀ cũng là vị trí biên lúc



Sau của hệ con lắc có hai vật (m + m₀)

$\Delta l_2 = \frac{(m + m_0)g}{k} = 0,15m$

Từ hình vẽ, ta có:

$O_1O_2 = 5cm \Rightarrow A_2 = 5cm$

Độ biến thiên cơ năng:

$$W_2 - W_1 = \frac{1}{2}k(A_2^2 - A_1^2)$$

$$= \frac{1}{2}.100.(0,05^2 - 0,1^2) = -0,375J$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 4: (Trích đề thi thử chuyên Thái Nguyên lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo nằm ngang có vật nhỏ khối lượng m, dao động điều hoà với biên độ A. Khi vật đến vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng thì một vật khác m' (cùng khối lượng với vật m) rơi thẳng đứng và dính chặt vào vật m thì khi đó 2 vật tiếp tục dao động điều hoà với biên độ

A. $\frac{\sqrt{7}}{2}A$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}A$ C. $\frac{\sqrt{5}}{4}A$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}A$

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi vật đến vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng tức $x = \frac{A}{2}$. Lúc này vận tốc của vật $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} = \pm\sqrt{\frac{k}{m}}.\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Thì va chạm mềm với vật m′. Áp dụng đinh luật bảo toàn động lượng theo phương ngang $mv = (m + m')v' \to v' = \frac{mv}{m + m'} = \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{k}{m}}\frac{A\sqrt{3}}{4}$

Áp dụng công thức độc lập

$$\frac{v'^2}{\omega^2} + x^2 = A'^2 \to A' = \sqrt{\frac{v'^2}{\omega^2} + x^2} = \sqrt{\frac{\dfrac{k}{m}.\dfrac{3A^2}{16}}{\dfrac{k}{2m}} + \frac{A^2}{4}} = \sqrt{\frac{6A^2}{16} + \frac{A^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}A$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 5: **(Trích đề thi thử Hương Sơn – Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)**

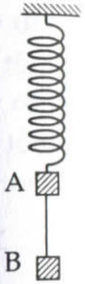
Hai vật A và B có cùng khối lượng 1kg và có kích thước nhỏ được nối với nhau bởi sợi dây mảnh nhẹ dài 10cm, hai vật được treo vào lò xo có độ cứng k = 100N/m tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 10m/s^2$. Lấy $\pi^2 = 10$. Khi hệ vật và lò xo đang ở vị trí cân bằng đủ cao so với mặt đất, người ta đốt sợi dây nối hai vật và vật B sẽ rơi tự do còn vật A sẽ dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Lần đầu tiên vật A lên đến vị trí cao nhất thì khoảng cách giữa hai vật bằng:

A. 80cm B. 20cm C. 70cm D. 50cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Tại vị trí cân bằng trọng lực tác dụng lên vật A cân bằng với lực đàn hồi.

$P_A + P_B = F_{dh} \Leftrightarrow (m_A + m_B)g = F_{dh} \Leftrightarrow F_{dh} = 2mg$ (coi $m_A = m_B = m$)



Khi người ta đốt dây vật A chỉ còn chịu tác dụng của lực đàn hồi và trọng lực của vật A

Lực tác dụng lên vật A lúc này là: $F = F_{dh} - P_A = 2mg - mg = mg$

Lực này gây ra cho vật gia tốc a.

Vật đang ở vị trí biên nên a chính là gia tốc cực đại

$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{mg}{m} = g = A\omega^2 \rightarrow A = \frac{g}{\omega^2} = 0,1m$$

Khi đốt dây vật A đi từ vị trí thấp nhất đến vị trí cao nhất mất nửa chu kì: $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ (s)

Cũng trong khoảng thời gian ấy vật B rơi tự do được quãng đường:

$$S = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 = 0,5m$$

Vậy khoảng cách giữa A và B lúc này là: $D = 2A + l + s = 80cm$

Chọn đáp án A

Ví dụ 6: **(Trích đề thi thử chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai lần 2 năm 2012)**

Hai vật A,B dán liền nhau $m_B = 2m_A = 200g$ (vật A ở trên vật B). Treo vật vào 1 lò xo có độ cứng K= 50N/m. Nâng vật đến vị trí có chiều dài tự nhiên $l_0 = 30cm$ thì buông nhẹ. Vật dao động điều hòa đến vị trí lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực đại, vật B bị tách ra. Lấy $g = 10m/s^2$. Chiều dài ngắn nhất của lò xo trong quá trình dao động là

A. 28cm B. 32.5cm C. 22cm D. 20cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Độ biến dạng của lò xo khi 2 vật ở VTCB

$$\Delta l_0 = \frac{m_A + m_B}{k}g = \frac{0,3.10}{50} = 0,06m = 6cm$$

Nâng vật đến vị trí có chiều dài tự nhiên $l_0 = 30cm$ rồi buông nhẹ thì 2 vật sẽ dao động điều hòa với biên độ A = 6cm

Vật dao động điều hòa đến vị trí lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực đại, tức là tại vị trí biên dương, lúc này vật B bị tách ra.

Chiều dài của lò xo lúc này: $l_{max} = 30 + 6 + 6 = 42cm$. Vật B bị tách ra vật A tiếp tục dao động điều hòa với vận tốc ban đầu bằng không quanh VTCB mới O′

Độ biến dạng của lò xo khi vật A ở VTCB mới

$$\Delta l_0' = \frac{m_A}{k}g = \frac{0,1.10}{50} = 0,02m = 2cm$$

Chiều dài của lò xo khi vật A ở VTCB mới $l_{CB} = l_0 + \Delta l_0' = 30 + 2 = 32cm$

$\Rightarrow$ Biên độ dao động mới $A' = l_{max} - l_{CB} = 42 - 32 = 10cm$

Chiều dài ngắn nhất của lò xo trong quá trình dao động là khi vật ở vị trí biên âm mới: $l_{min} = l_{CB} - A' = 32 - 10 = 22cm$

Chọn đáp án C

Ví dụ 7: **(Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Huệ – Hà Nam lần 3 năm 2012)**

Một con lắc lò xo gồm vật m_1 (mỏng, phẳng) có khối lượng 2kg và lò xo có độ cứng k = 100N/m đang dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát với biên độ A = 5cm. Khi vật m_1 đến vị trí biên thì người ta đặt nhẹ lên nó một vật có khối lượng m_2. Cho hệ số ma sát giữa m_2 và m_1 là $\mu = 0,2$ và $g = 10m/s^2$. Giá trị của m_2 để nó không bị trượt trên m_1 là

A. $m_2 \le 0,5kg$ B. $m_2 \le 0,4kg$ C. $m_2 \ge 0,5kg$ D. $m_2 \ge 0,4kg$

Phân tích và hướng dẫn giải

Cách 1: Để vật m_2 không trượt trên m_1 thì lực quán tính cực đại tác dụng lên m_2 có độ lớn không vượt quá lực ma sát nghỉ giữa m_1 và m_2 tức là :

$$F_{msn} \ge F_{qt\,max} \Rightarrow \mu m_2 g > m_2 a_{max}$$

$$\Rightarrow \mu g > \omega^2 A \Leftrightarrow \mu g \ge \frac{k}{m_1 + m_2}A \Leftrightarrow m_2 \ge 0,5(kg)$$

Cách 2: Sau khi đặt m_2 lên m_1 hệ dao động với tần số góc của con lắc lò xo lúc này là: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_1 + m_2}$

Để m_2 không trượt trên m_1 thì gia tốc chuyển động của m_2 có độ lớn lớn hơn hoặc bằng độ lớn gia tốc của hệ $(m_1 + m_2)$; với $a = -\omega^2x$. Lực ma sát giữa m_2 và m_1 gây ra gia tốc của m_2 có độ lớn: $a_2 = \mu g = 2m/s^2$

Điều kiện để m_2 không bị trượt trong quá trình dao động là

$a_{max} = \omega^2A \le a_2$; suy ra $\dfrac{kA}{m_1 + m_2} \le \mu g \Rightarrow \mu g(m_1 + m_2) \ge kA \Leftrightarrow 2(2 + m_2) \ge 5$

$\Rightarrow m_2 \ge 0,5kg.$

Chọn đáp án C

Ví dụ 8: (Trích đề thi thử Sư Phạm Hà Nội lần 8 năm 2012)

Hai vật m có khối lượng 400g và B có khối lượng 200g kích thước nhỏ được nối với nhau bởi sợi dây mảnh nhẹ dài 10cm, hai vật được treo vào lò xo có độ cứng là k = 100N/m (vật A nối với lò xo) tại nơi có gia tốc trong trường $g = 10m/s^2$. Lấy $\pi^2 = 10$. Khi hệ vật và lò xo đang ở VTVB người ta đốt sợi dây nối hai vật và vật B sẽ rơi tự do còn vật A sẽ dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng của nó. Sau khi vật A đi được quãng đường là 10cm thấy rằng vật B đang rơi thì khoảng cách giữa hai vật khi đó bằng

A.140cm B.125cm C.135cm D.137cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Độ giãn của lò xo khi hệ hai vật đang ở VTCB là:

$\Delta l_0 = \dfrac{(m_A + m_B)g}{k} = 0,06\ m = 6cm$

Vật A dao đông điều hòa quanh VTCB mới O

Khi đó độ giãn của lò xo $\Delta l = \dfrac{m_Ag}{k} = 0,04\ m = 4\ cm.$

Suy ra vật m_A dao động điều hòa với biên độ

$A = \Delta l_0 - \Delta l = 2$ cm, và với chu kì $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_A}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{0,4}{10\pi^2}} = 0,4$ s

Chọn gốc tọa độ tại O chiều dương hướng xuống

Tọa độ của vật A sau khi đi được quãng đường 10 cm tức là sau t = 1,25 chu kỳ dao động $x_1 = 0$; vật A ở gốc toa độ. t = 1,25T = 0,5 (s)

Sau khi đốt dây nối hai vật, vật B rơi tự do từ N cách O:

ON = MN + MO = 12 cm.

Tọa độ của B $x_2 = ON + \dfrac{gt^2}{2} = 0,12 + 5.0,25 = 1,37m = 137$ (cm)

Vậy khoảng cách giữa hai vật lúc này là $x_2 - x_1 = 137$ cm. **Chọn đáp án D**

Ví dụ 9: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ có khối lượng m. Ban đầu vật m được giữ ở vị trí để lò xo bị nén 9cm. Vật M có khối lượng bằng một nửa khối lượng vật m và đặt nằm sát m. Thả nhẹ m để hai vật chuyển động theo phương của trục lò xo. Bỏ qua mọi ma sát. Ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên, khoảng cách giữa hai vật m và M là:

A. 9 cm. B. 4,5 cm C. 4,19 cm. D. 18 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi qua vị trí cân bằng, vận tốc 2 vật là v. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho quá trình hai vật chuyển động từ vị trí lò xo bị nén Δl đến khi hai vật qua vị trí cân bằng:

$$\frac{1}{2}k(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}(m + M)v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m+M}}\Delta l$$

Đây cũng là vận tốc cực đại của con lắc lò xo có khối lượng (m + M = 1,5m) và vị trí lò xo nén chính là vị trí biên độ.

$$v_{max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m+M}}\Delta l = \sqrt{\frac{k}{1,5m}}A$$

Khi đến VTCB, hai vật tách khỏi nhau do m bắt đầu chuyển động chậm dần, lúc này M chuyển động thẳng đều với vận tốc v_{max} ở trên.

Xét con lắc lò xo có vật m (vận tốc cực đại không thay đổi):

$$v_{max} = A'\omega' = A'\sqrt{\frac{k}{m}} = A\sqrt{\frac{k}{1,5m}} \Rightarrow A' = \frac{A}{\sqrt{1,5}} = \frac{9}{\sqrt{1,5}}cm$$

Từ khi tách nhau (qua VTCB) đến khi lò xo có chiều dài cực đại thì m đến vị trí biên A′, thời gian dao động là $\Delta t = \dfrac{T'}{4} = \dfrac{2\pi}{4\omega'} = \dfrac{\pi}{2\omega'}$;

với $\omega' = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \omega\sqrt{1,5} \Rightarrow \Delta t = \dfrac{\pi}{\omega.2\sqrt{1,5}}$.

Trong thời gian này, M đi được quãng đường:

$$S = v_{max}.\Delta t = \omega A.\frac{\pi}{\omega.2\sqrt{1,5}} = \frac{4,5\pi}{\sqrt{1,5}}cm$$

$\Rightarrow$ Khoảng cách hai vật: $\Delta d = s - A' \approx 4,19$ cm

Chọn đáp án D

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1. Trích đề thi thử chuyên Trần Phú Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo có độ cứng k = 100N/m và vật nặng khối lượng M = 100g. Vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ A = 4cm. Khi vật ở biên độ dưới người ta đặt nhẹ nhàng một vật m=300g vào con lắc. Hệ hai vật tiếp tục dao động điều hòa. Vận tốc dao động cực đại của hệ là:

A. 30 π cm/s B. 8 π cm/s C. 15 π cm/s D. 5 π cm/s

Phân tích và hướng dẫn giải

Cơ năng của hệ được bảo toàn bằng: $W = KA^2/2 = 0{,}08J$

- + Tại VTCB lúc đầu độ giãn lò xo là $\Delta l_0 = Mg/K = 0{,}01m = 1cm$.
- + Tại vị trí biên dưới x = 5cm thì $F_{dh} = K(A + \Delta l_0) = 5N$
- + Khi đặt thêm vật m = 300g nhẹ lên M => P = (M + m)g = 4N

  ⇒ Khi thả tay ra thì vật tiếp tục đi lên
- + Vị trí cân bằng của mới của hệ vật (M + m) dịch xuống dưới so VTCB cũ đoạn $x_0 = mg/K = 0{,}03m$
- + Vậy biên độ dao động mới của hệ bây giờ là $A' = A - x_0 = 1cm$

  ⇒ Vận tốc dao động cực đại của hệ là:

$$v_{Max} = A'.\omega = A'.\sqrt{\frac{K}{M+m}} = 0{,}01.\sqrt{\frac{100}{0{,}1+0{,}3}} = \pi/20\ m/s = 5\pi\ cm/s$$

Chọn đáp án D

Câu 2. Trích đề thi thử chuyên Vĩnh Phúc lần 2 năm 2013)

Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có một đầu cố định, đầu kia gắn với vật chặt với vật nhỏ thứ nhất có khối lượng m_1. Ban đầu giữ vật m_1 tại vị trí mà lò xo bị nén một đoạn A đồng thời đặt vật nhỏ thứ hai có khối lượng m_2 ($m_2 = m_1$) trên trục lò xo và sát với vật m_1. Buông nhẹ để hai vật bắt đầu chuyển động theo phương dọc trục lò xo. Bỏ qua mọi ma sát. Ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì khoảng cách giữa hai vật m_1 và m_2 là

A. $\frac{A}{2}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ B. $\frac{A}{\sqrt{2}}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$

C. $A\left(\frac{\pi\sqrt{2}}{2}-1\right)$ D. $\frac{A}{2}\left(\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}\right)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Vận tốc của hai vật khi đến VTCB: $\frac{(m_1+m_2)v^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$

$$\Rightarrow v = A\sqrt{\frac{k}{2m}}\quad (*)\ (m = m_1 = m_2)$$

Sau khi đến VTCB vật thứ nhất dao động điều hòa với chu kỳ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, còn vật m_2 chuyển động thẳng đều với vận tốc v.

Sau thời gian $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$

Khoảng cách giữa hai vật khi lò xo có chiều dài cực đại đầu tiên là A′ :

$$\frac{kA'^2}{2} = \frac{m_1v^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow A' = A\sqrt{\frac{k}{2m}}\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$l = vt - A' = A\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{A}{\sqrt{2}}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$. **Chọn đáp án B.**

Câu 3. (Trích đề thi thử chuyên Bắc Ninh lần 2 năm 2013)

Một vật có khối lượng m = 500g rơi tự do không vận tốc đầu từ độ cao h = 40 cm lên 1 đĩa cân (h so với mặt đĩa cân), bên dưới đĩa cân gắn một lò xo thẳng đứng có k = 40 N/m. Khi chạm vào đĩa vật gắn chặt vào đĩa (va chạm mềm) và dao động điều hoà. Bỏ qua khối lượng đĩa và mọi ma sát. Năng lượng dao động của vật là :

A 3,2135 J B 5,3125 J C 2,5312 J D 2,3125 J

Phân tích và hướng dẫn giải

Vận tốc của vật lúc chạm đĩa: $\frac{m_0v^2}{2} = mgh \Rightarrow v_0^2 = 2gh = 8\ (m^2/s^2)$

Tần số góc dao động của con lắc lò xo: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40}{0{,}5}} = \sqrt{80}$ (rad/s)

Vị trí cân bằng của hệ cách vị trí ban đầu: tọa độ ban đầu của vật :

$$x_0 = \Delta l = \frac{mg}{k} = 0{,}125m$$

Biên độ dao động của hệ : $A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}$

Năng lượng dao động của vật:

$W = \frac{kA^2}{2} = \frac{k}{2}\left(x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}\right) = \frac{40}{2}(0{,}125^2 + 0{,}1) = 2{,}3125J$. **Chọn đáp án D**

Câu 4. (Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Trãi – Hải Dương lần 1 năm 2013)

Một lò xo treo thẳng đứng vào điểm O cố định. Vật m_1 nối với m_2 bởi 1 sợi dây mảnh, m_1 treo vào điểm còn lại của lò xo thành 1 cơ hệ.

Cho $m_1 = 250g, m_2 = 110g$. Kích thích để hệ dao động với biên độ $A_{12} = 2cm$. Khi đi qua VTCB thì dây đứt. Tính biên độ dao động A_1 của m_1 sau đó? Biết $k = 35N/m$

A . 3,3 cm B. 2,5 cm C. 2,8 cm D. 3,7 cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi dây đứt VTCB dịch lên phía trên 1 đoạn $x_1 = \Delta_1 = -\frac{m_2 g}{k}$; $v_{12} = \omega_{12}.A_{12}$

$$A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_{12}^2}{\omega 1^2}} = \sqrt{x_1^2 + \frac{\omega_{12}^2.A_{12}^2}{\omega_1^2}} = \sqrt{x_1^2 + \frac{m_1}{m_1 + m_2}.A_{12}^2} = 0,033m$$

Chọn đáp án A

Câu 5. (Trích đề thi thử Quốc Học Huế lần 1 năm 2013)

Một vật có khối lượng $m_1 = 125g$ mắc vào lò xo nhẹ có độ cứng $k = 200N/m$, đầu kia của lò xo gắn chặt vào tường, vật và lò xo đặt trên mặt phẳng ngang không ma sát. Đặt vật thứ 2 có khối lượng $m_2 = 375g$ sát với vật thứ nhất rồi đẩy chậm cả 2 vật cho lò xo nén lại 8cm. Khi thả nhẹ chúng ra, lò xo đẩy 2 vật chuyển động về 1 phía. Lấy $\pi^2 = 10$, khi lò xo dãn cực đại lần đầu tiên thì 2 vật cách xa nhau một đoạn là:

A. $4\pi - 8$(cm) B. 16(cm) C. $2\pi - 4$(cm) D. $4\pi - 4$(cm)

Phân tích và hướng dẫn giải

$$A = 8cm, \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 20\ rad.s^{-1}$$

Tại VTCB vận tốc của hệ có giá trị là $v_{max} = A\omega = 160cm/s$ ngay sau đó vận tốc giảm dần nên vật m_2 tách ra và chuyển động thẳng đều với $v = v_{max}$ quãng đường m_2 đi được trong thời gian $T/4$ là $s = v_{max}.T/4 = 4\pi$.

Khi m₂ tách ra thì m₁ dđ với vận tốc cũ nhưng tần số góc thay đổi. Do đó nó dđ với biên độ: $A' = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{v_{max}}{\sqrt{\frac{k}{m_1}}} = 0,04cm$

Vậy khoảng cách giữa 2 vật khi lò xo dãn cực đại lần đầu tiên là

$$d = 4\pi - 4.cm$$

Chọn đáp án D

Chuyên đề 14

BÀI TOÁN VA CHẠM

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử chuyên Bắc Ninh lần 3 năm 2013)

Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm vật M có khối lượng 400g và lò xo có độ cứng 40N/m đang dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng với biên độ 5cm. Khi M qua vị trí cân bằng người ta thả nhẹ vật m có khối lượng 100g lên M (m dính chặt ngay vào M), sau đó hệ m và M dao động với biên độ

A. $2\sqrt{5}$ cm B. 4,25*cm* C. $3\sqrt{2}$ cm D. $2\sqrt{2}$ cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Vận tốc của M khi qua VTCB: $v = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}}A = 10.5 = 50$ cm/s

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng: $Mv = (M + m)v'$

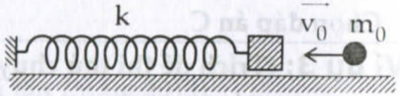
Vận tốc của hai vật sau khi m dính vào M: $v' = \frac{Mv}{M + m} = \frac{0,4.50}{0,5} = 40$ cm/s

Cơ năng của hệ khi m dính vào M: $W = \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}(M + m)v'^2$

$$\Rightarrow A' = v'\sqrt{\frac{M + m}{k}} = 40\sqrt{\frac{0,5}{40}} = 2\sqrt{5}cm$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo đang nằm yên Trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát như hình vẽ.

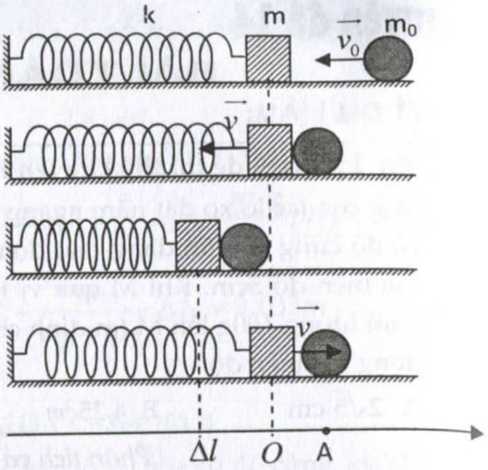


Cho vật m₀ chuyển động thẳng đều theo phương ngang với vận tốc v_0 đến va chạm xuyên tâm với m, sau va chạm chúng có cùng vận tốc và nén lò xo một đoạn $\Delta l = 2cm$. Biết lò xo có khối lượng không đáng kể, có $k = 100N/m$, các vật có khối lượng $m = 250g$, m₀ = 100g. Sau đó vật m dao động với biên độ nào sau đây:

A. $A = 1,5$*cm*. B. 1,43*cm*. C. $A = 1,69$*cm*. D. $A = 2$*cm*.

Phân tích và hướng dẫn giải

Sau va chạm, hai vật có cùng vận tốc tức va chạm của hai vật là va chạm mềm. Gọi v là vận tốc của hai vật sau va chạm tại VTCB



+ Năng lượng của hệ ngay sau va chạm tại VTCB là động năng của hai vật: $\frac{1}{2}(m+m_0)v^2$

+ Khi hai vật chuyển động tới vị trí lò xo bị nén một đoạn Δl (xem hệ con lắc lò xo bao gồm hai vật (m + m_0) gắn với lò xo), theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có:

$\frac{1}{2}(m+m_0)v^2 = \frac{1}{2}k(\Delta l)^2$ (1)

+ Khi hai vật chuyển động trở lại VTCB thì hai vật bắt đầu rời nhau, lúc này m chuyển động chậm dần vì có lực đàn hồi của lò xo, m_0 chuyển động thẳng đều (vì bỏ qua ma sát của m_0 với mặt phẳng ngang). Lúc này, ta xem con lắc lò xo chỉ có m gắn với lò xo.

+ Theo định luật bảo toàn cơ năng, vận tốc của hai vật ngay tại VTCB vẫn là v, vận tốc v chính là vận tốc cực đại của con lắc lò xo (k,m)

Do đó: $v_{max} = v = \omega A \Rightarrow v^2 = \frac{k}{m}A^2$ (2) (vì $\omega^2 = \frac{k}{m}$)

Từ (1) và (2), ta được:

$(m+m_0)\frac{k}{m}.A^2 = k(\Delta l)^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{m}{m+m_0}}\Delta l = \sqrt{\frac{250}{100+250}}.2 = 1{,}69\text{cm}$

Chọn đáp án C

Ví dụ 3: (Trích đề thi thử chuyên Như Thành Thanh Hóa lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với chu kì T = 2π (s), quả cầu nhỏ có khối lượng m_1. Khi lò xo có độ dài cực đại và vật m_1 có gia tốc –2(cm/s²) thì một vật có khối lượng $m_2 = \frac{m_1}{2}$ chuyển động dọc theo trục của lò xo đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với m_1 có hướng làm lo xo bị nén lại. Vận tốc của m_2 trước khi va chạm là $3\sqrt{3}$ cm/s. Khoảng cách giữa hai vật kể từ lúc va chạm đến khi m_1 đổi chiều chuyển động là bao nhiêu?

A. 3,63cm B. 7,06cm C. 9,63cm D. 2,37cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi v là vận tốc của m_1 ngay sau va chạm, v_2 và v_2' là vận tốc của vật m_2 trước và sau va chạm. với $v_2 = 3\sqrt{3}$ cm/s.

Theo định luật bảo toàn động lượng và động năng ta có:

$m_2v_2 = m_1v + m_2v_2'$ (1′) $\Rightarrow m_1v = m_2(v_2 - v_2')$ (1)

$\frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1v^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2} \Rightarrow m_1v^2 = m_2(v_2^2 - v_2'^2)$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $v = v_2 + v'_2$ (3)

$v_2 - v'_2 = m_1v/m_2$ và $v_2 + v'_2 = v \Rightarrow v = \frac{2m_2v_2}{m_1+m_2} = \frac{2v_2}{3} = 2\sqrt{3}$ cm/s

$v'_2 = v - v_2 = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -\sqrt{3}$ (cm/s) < 0. Vật m_2 chuyển động ngược trở lại

Gia tốc vật nặng m_1 trước khi va chạm $a = -\omega^2A$, với A là biên độ dao động ban đầu

Tần số góc $\omega = \frac{2\pi}{T} = 1$ (rad/s). Suy ra $-2\text{cm/s}^2 = -A\ (\text{cm/s}^2) \Rightarrow A = 2\text{cm}$

Gọi A′ là biên độ dao động của con lắc sau va chạm với m_2.

Quãng đường vật m_1 đi được sau va chạm đến khi đổi chiều $S_1 = A + A'$

Theo hệ thức độc lập: $x_0 = A$, $v_0 = v \Rightarrow A'^2 = A^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = 2^2 + \frac{(2\sqrt{3})^2}{1} = 16$

$\Rightarrow A' = 4$ (cm) $\Rightarrow S_1 = A + A' = 6$ cm.

Thời gian chuyển động của các vật kể từ sau va chạm đến khi m_1 đổi chiều chính là khoảng thời gian vật m_1 đi từ vị trí có li độ $x_1 = -A'/2$ về VTCB rồi ra vị trí biên $x = A'$

$t = T/12 + T/4 = T/3 = 2\pi/3$ (s)

Khi đó vật m_2 đi được quãng đường $S_2 = v'_2 . t = 2\pi\sqrt{3}/3 = 3{,}63$ cm.

Do đó khoảng cách giưa hai vật lúc này là: **$S = S_1 + S_2 = 9{,}63$ cm**

Chọn đáp án C

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo đang dao động điều hoà thì vật nặng va chạm với một vật nhỏ khác đang đứng yên tại vị trí cân bằng. Xét trường hợp: 1. Va chạm hoàn toàn đàn hồi. 2. Va chạm hoàn toàn mềm (sau va chạm hai vật hoàn toàn dính vào nhau). Sau va chạm:

A. Chu kỳ dao động giảm trong trường hợp va chạm đàn hồi.

B. Chu kỳ dao động tăng trong trường hợp va chạm đàn hồi.

C. Chu kỳ dao động tăng trong trường hợp va chạm mềm.

D. Chu kỳ dao động giảm trong trường hợp va chạm mềm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ trong dao động điều hòa của con lắc lò xo tỉ lệ với căn bậc hai của khối lượng. Sau khi va chạm mềm thì khối lượng của vật gắn với con lắc tăng lên, vì 2 vật dính vào nhau. Còn khi va chạm hoàn toàn đàn hồi thì khối lượng không đổi.

Vậy chọn đáp án C.

Câu 2: (Trích đề thi thử chuyên Nguyễn Thị Minh Khai - Hà tĩnh lần 1 năm 2013)

Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với chu kì $T = 2\pi$ (s), vật nặng là một quả cầu có khối lượng m₁. Khi lò xo có chiều dài cực đại và vật m₁ có gia tốc -2 cm/s² thì một quả cầu có khối lượng $m_2 = m_1/2$ chuyển động dọc theo trục của lò xo đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với m₁ và có hướng làm cho lò xo bị nén lại. Vận tốc của m₂ trước khi va chạm là $3\sqrt{3}$ cm/s. Khoảng cách giữa hai vật kể từ lúc va chạm đến khi lò xo có độ dãn cực đại lần đầu tiên kể từ sau va chạm là

A. 3,63cm B. 7,06cm C. 9,63cm D. 2,37cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi v_2 là vận tốc của m_2 trước khi va chạm, v, v'_2 lần lượt là vận tốc của m_1, m_2 sau va chạm. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và động năng.

$\rightarrow v = 2\sqrt{3} \rightarrow v'_2 = -\sqrt{3}$

Gia tốc của m_1 trước va chạm: $a = -\omega^2 A = -2 \rightarrow A = 2$ cm

Gọi A' là biên độ của con lắc sau khi va chạm với m_2.

Áp dụng hệ thức độc lập với $x_0 = A$, $v_0 = v$

$$A'^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = 4^2 \rightarrow A' = 4 \text{ cm}$$

Thời gian m_2 chuyển động từ khi va chạm đến khi lò xo dãn cực đại lần thứ nhất là $\Delta t_2 = \frac{10T}{12}$. Vậy khoảng cách 2 vật là: $S = \frac{10T}{12}.v'_2 - 2 = 7{,}06$cm.

Chọn đáp án B

Câu 3: Một lò xo có độ cứng k = 16N/m có một đầu được giữ cố định còn đầu kia gắn vào quả cầu khối lượng M = 240 g đang đứng yên trên mặt phẳng nằm ngang. Một viên bi khối lượng m = 10 g bay với vận tốc v_o = 10m/s theo phương ngang đến gắn vào quả cầu và sau đó quả cầu cùng viên bi dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang. Bỏ qua ma sát và sức cản không khí. Biên độ dao động của hệ là

A. 5cm B. 10cm C. 12,5cm D. 2,5cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Va cham mềm nên động lượng của hệ 2 vật (M và m) bảo toàn: $mv_0 = (m + M)V$.

Suy ra vận tốc của hệ 2 vật ngay lúc va chạm:

$$v = \frac{mv_0}{(m + M)} = \frac{0{,}01.10}{0{,}01 + 0{,}240} = \frac{0{,}1}{0{,}25} = 0{,}4 \text{m/s} = 40 \text{cm/s}$$

Hệ 2 vật dao động với tần số góc mới:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{(m + M)}} = \sqrt{\frac{16}{(0{,}01 + 0{,}24)}} = 8 \text{rad/s}$$

Vì hệ nằm ngang nên biên độ dao động được tính theo công thức:

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = 0^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{40^2}{16} = 100$$

Vậy biên độ dao động: A = 10cm. **Chọn đáp án B**

Câu 4: Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với chu kỳ T = 2π (s), quả cầu nhỏ có khối lượng m₁. Khi lò xo có độ dài cực đại và vật m₁ có gia tốc là – 2(cm/s²) thì một vật có khối lượng m₂ (m₁ = 2m₂) chuyển động dọc theo trục của lò xo đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật m₁, có hướng làm lò xo nén lại. Biết tốc độ chuyển động của vật m₂ ngay trước lúc va chạm là $3\sqrt{3}$ (cm/s). Quãng đường mà vật m₁ đi được từ lúc va chạm đến khi vật m₁ đổi chiều chuyển động là

A. 6 cm. B. 6,5 cm. C. 4 cm. D. 2 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Lúc đầu biên độ dao động của vật m₁: $A_1 = \frac{a_{max.}}{\omega^2} = 2$cm

Vì va chạm là xuyên tâm nên theo định luật bảo toàn động lượng và năng lượng:

$$m_2 v_{02} = m_1 v_1 + v_2 m_2 \Rightarrow v_{02} = 2v_1 + v_2 \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow v_{02}^2 = 2v_1^2 + v_2^2 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta tính được : $v_1 = 2\sqrt{3}$m/s

Sau va chạm biên độ dao động của vật m₁ lúc sau A₂ :

$$A_2 = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{2^2 + \frac{(2\sqrt{3})^2}{1^2}} = 4\text{cm}$$

Vậy Quãng đường mà vật m₁ đi được từ lúc va chạm đến khi vật m₁ đổi chiều chuyển động là: S= A₁ + A₂ = 2 + 4 = 6cm . **Chọn đáp án A**

Câu 5: Một con lắc lò xo dao động điều hoà trên mặt phẳng ngang với chu kỳ T = 2π(s). Khi con lắc đến vị trí biên dương thì một vật có khối lượng m chuyển động cùng phương ngược chiều đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với con lắc. Tốc độ chuyển động của m trước va chạm là 2cm/s và sau va chạm vật m bật ngược trở lại với vận tốc là 1cm/s. Gia tốc của vật nặng của con lắc ngay trước va chạm là - 2cm/s^2 . Sau va chạm con lắc đi được quãng đường bao nhiêu thì đổi chiều chuyển động?

A. $s = \sqrt{5}$ cm
B. $2 + \sqrt{5}$ cm
C. $2\sqrt{5}$ cm
D. $2 + 2\sqrt{5}$ cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi m_0 là khối lượng vật nặng của con lắc lò xo.

Gọi v_0 là vận tốc của vật năng con lắc lò xo ngay sau va chạm, v và v′ là vận tốc của vật m trước và sau va chạm: v = 2cm/s; v′ = -1cm/s.

Theo định luật bảo toàn động lượng và động năng ta có:

$$mv = m_0v_0 + mv' \quad (1') \quad \Rightarrow m_0v_0 = m(v - v') \quad (1)$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m_0v_0^2}{2} + \frac{mv'^2}{2} \quad (2') \quad \Rightarrow m_0v_0^2 = m(v^2 - v'^2) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $v_0 = v + v' = 2 - 1 = 1$cm/s.

Gia tốc vật nặng trước khi va chạm $a = -\omega^2A$, với A là biên độ dao động ban đầu

Tần số góc $\omega = \frac{2\pi}{T} = 1$ (rad/s), Suy ra $-2\text{cm/s}^2 = -A\text{cm/s}^2 \Rightarrow A = 2$cm

Gọi A′ là biên độ dao động của con lắc sau va chạm với m. Quãng đường vật nặng đi được sau va chạm đến khi đổi chiều s = A + A′

Theo hệ thức độc lập: $x_0 = A$, $v = v_0 \Rightarrow A'^2 = A^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} \Rightarrow A' = \sqrt{5}$ (cm)

Vậy $s = 2 + \sqrt{5}$ (cm). **Chọn đáp án B.**

Câu 6: Một con lắc lò xo gồm vật M và lò xo có độ cứng k đang dao động điều hòa trên mặt phẳng ngằm ngang nhẵn với biên độ A_1. Đúng lúc vật M đang ở vị trí biên thì một vật m có khối lượng bằng khối lượng vật M, chuyển động theo phương ngang với vận tốc v_0 bằng vận tốc cực đại của vật M, đến va chạm với M. Biết va chạm giữa hai vật là đàn hồi xuyên tâm, sau va chạm vật M tiếp tục dao động điều hòa với biên độ A_2. Tính tỉ số biên độ dao động của vật M trước và sau va chạm:

A. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
B. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{2}{3}$
D. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{2}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi V, v là vận tốc của vật M và m sau va chạm. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và năng lượng ta có

$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ mv_0^2 = mv^2 + MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \dfrac{2m}{m+M}v_0 = v_0 \\ v = \dfrac{m-M}{m+M}v_0 = 0 \end{cases}$$

Sau khi va chạm vật được cấp vận tốc $V = v_0$ và dao động điều hoà với biên độ A_2 và tần số góc vẫn là ω.

Ta có: $A_2 = \sqrt{x^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2} \xrightarrow{x=A_1} A_2 = \sqrt{A_1^2 + \left(\frac{\omega A_1}{\omega}\right)^2} = A_1\sqrt{2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

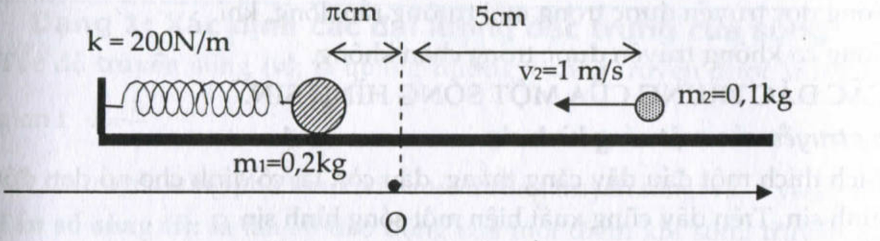
Chọn đáp án A

Câu 7: Con lắc lò xo có k = 200N/m, m_1 = 200g. Kéo m_1 đến vị trí lò xo nén một đoạn là π (cm) rồi buông nhẹ. Cùng lúc đó, một vật có khối lượng m_2 = 100g bay theo phương ngang với vận tốc v_2 = 1m/s cách vị trí cân bằng của m_1 một khoảng bằng 5 (cm) đến va chạm hoàn toàn đàn hồi với m_1. Biên độ của vật m_1 sau va chạm là:

A. $\frac{\pi}{4}$ cm
B. $\frac{\pi}{3}$ cm
C. $\frac{\pi}{5}$ cm
D. $\frac{\pi}{2}$ cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Con lắc lò xo có $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\pi\,\text{rad/s}$ $(\pi^2 = 10)$, vì thả nhẹ nên biên độ dao động của m_1 là A = π(cm)



m_1 và m_2 sẽ va chạm với nhau tại vị trí cân bằng sau thời gian 0,05s = T/4 (vì trong thời gian này m_1 về đến VTCB O còn m_2 đi được đoạn đúng bằng 5cm)

Ngay trước khi va chạm m_1 có vận tốc

$v_1 = v_{1\,max} = \omega A = 10\pi.\pi = 100\text{cm/s} = 1\text{m/s}$,

còn m_2 có $v_2 = -1$m/s (chiều dương như hình vẽ)

Gọi v'_1 và v'_2 là các vận tốc của các vật ngay sau va chạm.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và động năng ta có:

$$\begin{cases} m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2' \\ \dfrac{m_1v_1^2}{2} + \dfrac{m_2v_2^2}{2} = \dfrac{m_1v_1'^2}{2} + \dfrac{m_2v_2'^2}{2} \end{cases}$$ thay số và giải hệ có $v'_1 = -\frac{1}{3}$ (m/s)

⇒ m_1 sau va chạm chuyển động ngược chiều dương, đây chính là vận tốc của m_1 khi qua vị trí cân bằng theo chiều âm:

$v' = -\omega A' \Rightarrow A' = \frac{\pi}{3}$cm. **Chọn đáp án B**

Phần 2: SÓNG CƠ VÀ SÓNG ÂM

Chuyên đề 1

SÓNG CƠ VÀ SỰ TRUYỀN SÓNG CƠ

A. LÝ THUYẾT

I. SÓNG CƠ

1. Định nghĩa

Sóng cơ là dao động lan truyền trong một môi trường.

- Sóng nước truyền theo các phương khác nhau với cùng một vận tốc v

2. Sóng ngang

Sóng ngang là sóng trong đó các phần tử của môi trường dao động theo phương vuông góc với phương truyền sóng

- Trừ sóng nước, còn sóng ngang chỉ truyền trong chất rắn.

3. Sóng dọc

Sóng dọc là sóng mà trong đó các phần tử của môi trường dao động theo phương trùng với phương truyền sóng.

Sóng dọc truyền được trong môi trường rắn, lỏng, khí.

Sóng cơ không truyền được trong chân không.

II. CÁC ĐẶC TRƯNG CỦA MỘT SÓNG HÌNH SIN

1. Sự truyền của một sóng hình sin

Kích thích một đầu dây căng thẳng, đầu còn lại cố định cho nó dao động hình sin. Trên dây cũng xuất hiện một sóng hình sin

2. Các đặc trưng của một sóng hình sin

a./ Biên độ của sóng: Biên độ A của sóng là biên độ dao động của một phần tử của môi trường có sóng truyền qua.

b./ Chu kì của sóng: Là chu kì dao động của một phần tử của môi trường có sóng truyền qua.

$f = \dfrac{1}{T}$ gọi là tần số của sóng

c./ Tốc độ truyền sóng: Là tốc độ lan truyền dao động trong môi trường.

Đối với 1 môi trường vận tốc truyền sóng là một giá trị không đổi.

d./ Bước sóng: Bước sóng λ là quãng đường mà sóng truyền được trong một chu kì

$\lambda = vT = \dfrac{v}{f}$

e./ Năng lượng của sóng: Là năng l

Lượng của các phần tử của môi trường có sóng truyền qua.

III. PHƯƠNG TRÌNH SÓNG

- Chọn góc tọa độ và góc thời gian sao cho:

$$u_0 = A\cos\omega t = A\cos 2\pi\frac{t}{T}$$

- Khi dao động truyền từ O đến M thì M dao động giống như O ở thời điểm t – Δt trước đó.

  ⇒ Phương trình sóng tại M là:

$$u_M = A\cos\omega(t-\Delta t);\qquad u_M = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

- Phương trình trên là phương trình của một sóng hình sin truyền theo trục x.
- Phương trình sóng tại M là một phương trình tuần hoàn theo thời gian và không gian
  + Sau một chu kì dao động tại một điểm lặp lại như cũ
  + Cách nhau một bước sóng thì các điểm dao động giống hệt nhau

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Xác định các đại lượng đặc trưng của sóng.

* **Tốc độ truyền sóng (v):** là quãng đường x sóng truyền được trong thời gian t: $v = \dfrac{x}{t}$

Tốc độ truyền sóng phụ thuộc vào môi trường truyền sóng: $v_{rắn} > v_{lỏng} > v_{khí}$

* **Tần số sóng (f):** là tần số dao động của mỗi điểm khi sóng truyền qua, cũng là tần số nguồn gây ra sóng.

Tần số sóng không phụ thuộc vào môi trường truyền sóng.

* **Chu kì sóng (T):** $T = \dfrac{1}{f}$

* **Bước sóng (λ):** là quãng đường mà sóng truyền được trong một chu kì và bước sóng cũng là khoảng cách giữa hai điểm gần nhau nhất dao động cùng pha trên phương truyền sóng.

- **Chú ý:**

- Những điểm cách nhau x = kλ trên phương truyền sóng thì dao động cùng pha.
- Những điểm cách nhau $x = \left(k+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$ trên phương truyền sóng thì dao động ngược pha.
- Khoảng cách giữa hai gọn lồi liên tiếp là λ.
- Khoảng cách L giữa n gọn lồi liên tiếp là $L = (n-1)\lambda$ hoặc $\Delta t = (n-1)T$.

* **Phương trình sóng:**

Tại nguồn O: $u_O = A\cos(\omega t + \varphi)$

Tại điểm M cách O một đoạn là x trên cùng phương truyền sóng.

- Nếu sóng truyền theo chiều dương của trục Ox thì:

$$u_M = A_M\cos\left(\omega t + \varphi - \omega\frac{x}{v}\right) = A_M\cos\left(\omega t + \varphi - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$$

- Nếu sóng truyền theo chiều âm của trục Ox thì:

$$u_M = A_M\cos\left(\omega t + \varphi + \omega\frac{x}{v}\right) = A_M\cos\left(\omega t + \varphi + 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$$

* **Độ lệch pha Δφ giữa hai điểm cách nguồn một khoảng x_1, x_2:**

$$\Delta\varphi = \omega\frac{|x_1 - x_2|}{v} = 2\pi\frac{|x_1 - x_2|}{\lambda}$$

Nếu hai điểm đó nằm trên cùng một phương truyền sóng và cách nhau một khoảng x thì: $\Delta\varphi = \omega\frac{x}{v} = 2\pi\frac{x}{\lambda}$

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Một người ngồi ở biển quan sát thấy khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp bằng 10 m. Ngoài ra người đó đếm được 20 ngọn sóng đi qua trước mặt trong 76s. Chu kì dao động và tốc độ truyền sóng của nước biển.

A. T = 4(s) và v = 2,5m/s
B. T = 3,5(s) và v = 2,5m/s
C. T = 4(s) và v = 25cm/s
D. T = 3,5(s) và v = 25cm/s

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là bài toán mang tính chất làm quen là chính, bài toán rất thực tế nên để hiểu nó cũng dễ dàng. Chỉ cần cái đồng hồ là các bạn có thể đo chu kỳ sóng và nếu có thêm một chiếc thước các bạn sẽ đo được độ dài hai gợn sóng liên tiếp, đây chính là bước sóng cần đo. Từ đó các bạn sẽ tính được tốc độ truyền sóng trên mặt nước dễ dàng vì sóng truyền thẳng đều nên dùng công thức của chuyển động thẳng đều là có ngay kết quả thôi.

Sau đây là bài giải chi tiết.

Theo bài ra: khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp bằng 10m nên bước sóng λ = 10m.

20 ngọn sóng đi qua trước mặt trong 76s nên trong khoảng thời gian này có 19 chu kỳ, vì thế

Chu kì dao động: $T = \frac{t}{n-1} = \frac{76}{20-1} = \frac{76}{19} = 4(s)$.

Việc tìm tốc độ truyền sóng khi có quãng đường S chính là λ và thời gian chính là T thì đơn giản thôi.

Tốc độ truyền sóng: $\lambda = vT \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10}{4} = 2,5(m/s)$

Chọn đáp án A

Ví dụ 2: Trên mặt một chất lỏng có một sóng cơ, người ta quan sát được khoảng cách giữa 15 đỉnh sóng liên tiếp là 3,5 m và thời gian sóng truyền được khoảng cách đó là 7s. Xác định bước sóng, chu kì, tần số và tốc độ của sóng đó.

A. $\lambda = 0,25m$; T = 1,0s; *f* = 1Hz và v = 1,5m/s
B. $\lambda = 0,25m$; T = 0,5s; *f* = 2Hz và v = 0,5m/s
C. $\lambda = 0,50m$; T = 2,0s; *f* = 0,5Hz và v = 15cm/s
D. $\lambda = 0,50m$; T = 0,5s; *f* = 1Hz và v = 50cm/s

Phân tích và hướng dẫn giải

- Khoảng cách giữa 15 đỉnh sóng liên tiếp là $L = (n-1)\lambda$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{L}{n-1} = \frac{3,5}{15-1} = 0,25(m)$$

Thời gian sóng truyền được giữa 15 đỉnh sóng liên tiếp là $t = (n-1)T = (15-1)T = 14T$

- Chu kì của sóng: $T = \frac{t}{n-1} = \frac{7}{14} = 0,5(s)$
- Tần số sóng: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5} = 2(Hz)$
- Tốc độ sóng: $\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda f = 0,25.2 = 0,5(m/s)$

Chọn đáp án B

Ví dụ 3: Một sợi dây đàn hồi, mảnh, rất dài có đầu O dao động với tần số f thay đổi trong khoảng từ 40 Hz đến 53 Hz theo phương vuông góc với sợi dây. Sóng tạo thành lan truyền trên dây với vận tốc 5 m/s. Tần số f có giá trị bao nhiêu để M cách O một khoảng 20 cm luôn luôn dao động cùng pha với dao động tại O.

A. 25Hz
B. 50Hz
C. 75Hz
D. 100Hz

Phân tích và hướng dẫn giải

Để dao động tại M cùng pha với dao động tại O thì

$$\Delta\varphi = k2\pi \Leftrightarrow 2\pi\frac{OM}{\lambda} = k2\pi \Leftrightarrow \omega\frac{OM}{v} = k2\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi f.OM}{v} = k2\pi$$

$$\Rightarrow k = \frac{f.OM}{v} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k_{min} = \frac{f_{min}.OM}{v} = \frac{40.0,2}{5} = 1,6 \\ k_{max} = \frac{f_{max}.OM}{v} = \frac{53.0,2}{5} = 2,1 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow k_{min} \le k \le k_{max} \Rightarrow 1,6 \le k \le 2,1$ và $k \in Z$

Vậy $k = 2$, suy ra: $f = \dfrac{k.v}{OM} = \dfrac{2.5}{0,2} = 50(Hz)$

Chọn đáp án B

Ví dụ 4: Cho một mũi nhọn S chạm nhẹ vào mặt nước và dao động điều hòa với tần số 20 Hz. Người ta thấy rằng hai điểm A và B trên mặt nước cùng nằm trên phương truyền sóng cách nhau một khoảng d = 10 (cm) luôn dao động ngược pha với nhau. Tính vận tốc truyền sóng. Biết rằng vận tốc đó chỉ vào khoảng từ 0,8 m/s đến 1 m/s.

A. 50cm/s B. 5m/s C. 0,8m/s D. 8cm/s

Phân tích và hướng dẫn giải

Độ lệch pha giữa hai điểm A và B dao động ngược pha nhau là:

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Leftrightarrow 2\pi\frac{d}{\lambda} = (2k+1)\pi \qquad (1)$$

Mà: $\lambda = \dfrac{v}{f}$ thay vào (1), ta được:

$$2\pi\frac{df}{v} = (2k+1)\pi \Rightarrow v = \frac{2\pi df}{(2k+1)\pi} = \frac{2df}{2k+1} \qquad (2)$$

Theo đề bài, ta có: $0,8 \le v \le 1 \Leftrightarrow 0,8 \le \dfrac{2df}{2k+1} \le 1 \Leftrightarrow 0,8 \le \dfrac{2.0,1.20}{2k+1} \le 1$

$$\Leftrightarrow 0,8 \le \frac{4}{2k+1} \le 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2k+1 \le 5 \\ 2k+1 \ge 4 \end{array}\right. \Rightarrow 1,5 \le k \le 2 \text{ với } k \in Z$$

Nên $k = 2$ thay vào ta được: $v = \dfrac{2.0,1.20}{2.2+1} = \dfrac{4}{5} = 0,8(m/s)$

Chọn đáp án C

Ta có thể tính cách sau nhanh hơn

Từ (2) ta suy ra: $v = \dfrac{2df}{2k+1} \Rightarrow k = \dfrac{df}{v} - \dfrac{1}{2}$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} k_{min} = \dfrac{df}{v_{max}} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{0,1.20}{1} - \dfrac{1}{2} = 1,5 \\ k_{max} = \dfrac{df}{v_{min}} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{0,1.20}{0,8} - \dfrac{1}{2} = 2 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow k_{min} \le k \le k_{max} \Rightarrow 1,5 \le k \le 2$ với $k \in Z \Rightarrow k = 2$

Vậy: $v = \dfrac{2df}{2k+1} = \dfrac{2.0,1.20}{2.2+1} = 0,8m/s$

Ví dụ 5: Một sợi dây đàn hồi rất dài có đầu A dao động với tần số f và theo phương vuông góc với dây. Biên độ dao động là 4 cm, tốc độ truyền sóng trên dây là 4 m/s. Xét một điểm M trên dây và cách A một đoạn 28 cm, người ta thấy điểm M luôn dao động lệch pha với A một góc $\Delta\varphi = (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$ với $k = 0; \pm 1; \pm 2;...$ Tính bước sóng λ. Biết tần số f có giá trị trong khoảng từ 22 Hz đến 26 Hz.

A. 50cm B. 15cm C. 16cm D. 8cm/s

Phân tích và hướng dẫn giải

Từ công thức tính độ lệch pha giữa hai điểm cách nhau một đoạn d là:

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda}$$

Để bài cho: $\Delta\varphi = (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$.

Ta suy ra: $2\pi\dfrac{d}{\lambda} = (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$ (1)

Mà: $\lambda = \dfrac{v}{f}$ thay vào (1), ta được: $\dfrac{2df}{v} = \dfrac{2k+1}{2} \Rightarrow f = \dfrac{(2k+1)v}{4d}$ (2)

Theo đề bài:

$$22 \le f \le 26 \Leftrightarrow 22 \le \frac{(2k+1)v}{4d} \le 26 \Leftrightarrow 22 \le \frac{(2k+1)4}{4.0,28} \le 26$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2k+1 \ge 6,16 \\ 2k+1 \le 7,28 \end{array}\right. \Rightarrow 2,58 \le k \le 3,14 \text{ với } k \in Z. \text{ Vậy } k = 3$$

Thay $k = 2$ vào (2), ta được: $f = \dfrac{(2.3+1).4}{4.0,28} = 25(Hz)$

Mà: $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{4}{25} = 0,16(m) = 16(cm)$

Chọn đáp án C

Ví dụ 6: Một nguồn phát sóng dao động theo phương trình $u = A\cos 20\pi t$ (cm). Trong khoảng thời gian 2 giây sóng truyền đi được quãng đường bằng bao nhiêu lần bước sóng.

A. 2λ B. 7λ C. 14λ D. 20λ

Phân tích và hướng dẫn giải

Dạng bài toán này chỉ đơn thuần là việc so sánh khoảng thời gian để cho với chu kỳ sóng dao động, sau đó căn cứ vào tính tuần hoàn của sóng theo thời gian và theo không gian mà liên hệ khoảng thời gian đó với bước sóng. Khi đó sóng truyền đi được quãng đường là 1 bước sóng thì thời gian tương ứng với quãng đường đó là một chu kỳ.

Chu kì sóng: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20\pi} = 0,1(s)$

Lập tỉ số giữa khoản thời gian đề cho với chu kỳ ta có:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{2}{0,1} = 20 \Rightarrow \Delta t = 20T$$

Cứ 1T thì tương ứng với 1λ vậy sau 20T tương ứng với 20λ

Chọn đáp án D

Ví dụ 7: Tìm vận tốc sóng âm biểu thị bởi phương trình

$$u = 28\cos(2000t - 20x)\ (m;s)$$

Phân tích và hướng dẫn giải

Từ phương trình sóng: $u = A\cos\left(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$ đối chiếu với phương trình đã cho, ta suy ra: $2\pi\frac{x}{\lambda} = 20x \Rightarrow \lambda = \frac{\pi}{10}(m)$

Mà: $\lambda = vT = v\frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow v = \frac{\lambda\omega}{2\pi} = \frac{\frac{\pi}{10}.2000}{2\pi} = 100(m/s)$

Ví dụ 8: Một sóng cơ truyền trong một môi trường đàn hồi. Phương trình dao động của nguồn O có dạng $u_0 = 4\cos\frac{\pi}{3}t$ (cm). Tính độ lệch pha của dao động tại một điểm M bất kì sau khoảng thời gian 0,5 s.

A. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{6}(rad)$ B. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}(rad)$ C. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}(rad)$ D. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}(rad)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Tính độ lệch pha giữa hai điểm thì các bạn đã quen rồi còn tính độ lệch pha tại một điểm bất kỳ trong khoảng thời gian t chắc nhiều bạn sẽ bối rối. Cách giải dạng toán này không gì khó, chỉ cần thay hai thời điểm t vào phương trình (nhanh hơn khi thay thẳng vào pha dao động) và sau đó trừ nhau là có ngay kết quả.

Phương trình dao động tại điểm M cách nguồn O một khoảng d là:

$$u_M = 4\cos\left(\frac{\pi}{3}t - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right)\ (cm)$$

Ở thời điểm t pha dao động tại M là: $\varphi_1 = \left(\frac{\pi}{3}t - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right)$

Sau thời gian t = 0,5 s thì pha dao động tại điểm M: $\varphi_2 = \left[\frac{\pi}{3}(t + 0,5) - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right]$

Suy ra độ lệch pha: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \left[\frac{\pi}{3}(t + 0,5) - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right] - \left(\frac{\pi}{3}t - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right) = \frac{\pi}{6}(rad)$

Chọn đáp án A

Ví dụ 9: Sóng có tần số 20Hz truyền trên chất lỏng với tốc độ 200cm/s, gây ra các dao động theo phương thẳng đứng của các phần tử chất lỏng. Hai điểm M và N thuộc mặt chất lỏng cùng phương truyền sóng cách nhau 12,5cm. Biết điểm M nằm gần nguồn sóng hơn. Tại thời điểm t điểm N hạ xuống thấp nhất. Hỏi sau đó thời gian ngắn nhất là bao nhiêu thì điểm M sẽ hạ xuống thấp nhất?

A. $\frac{3}{20}(s)$ B. $\frac{3}{80}(s)$ C. $\frac{7}{160}(s)$ D. $\frac{1}{160}(s)$

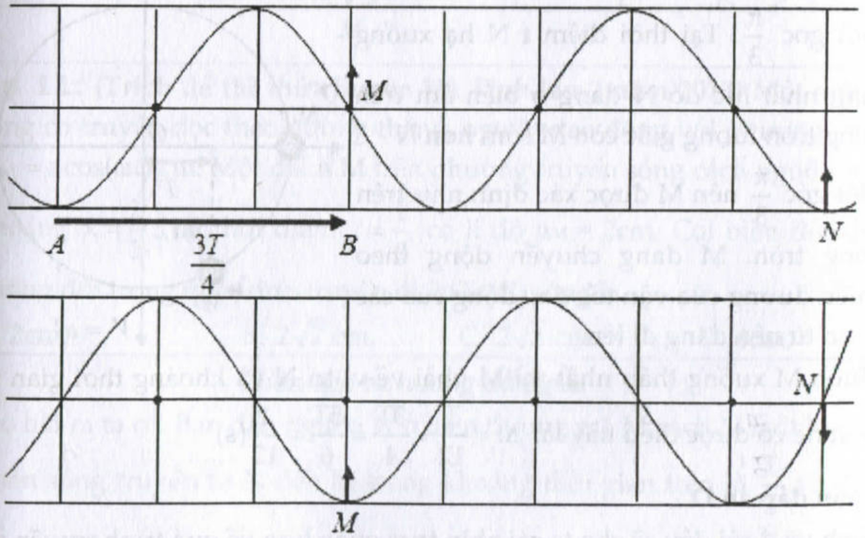
Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra to có bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{200}{20} = 10cm$

$$\frac{MN}{\lambda} = \frac{12,5}{10} = 1,25 \Rightarrow MN = \lambda + 0,25\lambda = \lambda + \frac{\lambda}{4}$$

Độ lệch pha giữa M và N: $\Delta\varphi = 2\pi\frac{MN}{\lambda} = 2\pi\frac{\left(\lambda + \frac{\lambda}{4}\right)}{\lambda} = 2\pi + \frac{\pi}{2}$

Suy ra M, N dao động vuông pha



Tại thời điểm t điểm N hạ xuống thấp nhất lúc đó M đang ở VTCB và đang đi lên vì thế muốn M hạ xuống thấp nhất trong thời gian ngắn nhất thì sóng phải truyền được quãng đường từ A đến B. Thời gian sóng truyền từ A đến B hết $\Delta t = \frac{3T}{4} = \frac{3}{4f} = \frac{3}{80}s$

Chọn đáp án B

Nhận xét: *dạng toán này giải bằng hình vẽ là trực quan và dễ hiểu nhất.*

Ví dụ 10: Một sóng cơ học lan truyền trên mặt thoáng chất lỏng nằm ngang với tần số 10Hz, tốc độ truyền sóng 1,2m/s. Hai điểm M và N thuộc mặt thoáng, trên cùng một phương truyền sóng, cách nhau 14cm (M nằm gần nguồn sóng hơn). Tại thời điểm t, điểm N hạ xuống thấp nhất. Khoảng thời gian ngắn nhất sau đó điểm M hạ xuống thấp nhất là

A. 11/120 (s) B. 1/60 (s) C. 1/120 (s) D. 1/12 (s)

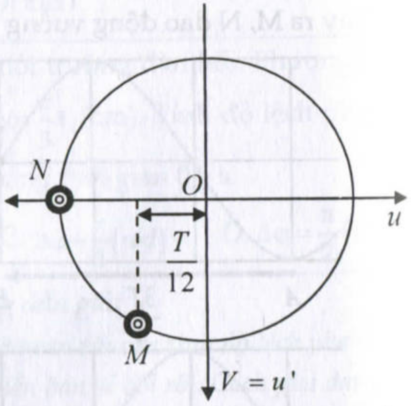
Phân tích và hướng dẫn giải

Nếu các điểm đề bài cho không phải là các điểm đặc biệt như: vị trí thấp nhất (biên âm), vị trí cao nhất (biên dương), vị trí cân bằng đang đi lên hoặc vị trí cân bằng đang đi xuống thì cách giải theo vòng tròn lượng giác sẽ tính được các khoảng thời gian dễ dàng hơn. Khi bài toán cho các điểm đặc biệt nêu trên thì cách giải theo hình vẽ về quá trình truyền sóng trực quan và khá dễ hiểu.

Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{120}{10} = 12\text{cm}$

$\frac{MN}{\lambda} = \frac{14}{12} = 1 + \frac{1}{6} \Rightarrow MN = \lambda + \frac{\lambda}{6} \Rightarrow t_{MN} = T + \frac{T}{6} \Rightarrow \varphi_{MN} = 2\pi + \frac{\pi}{3}.$

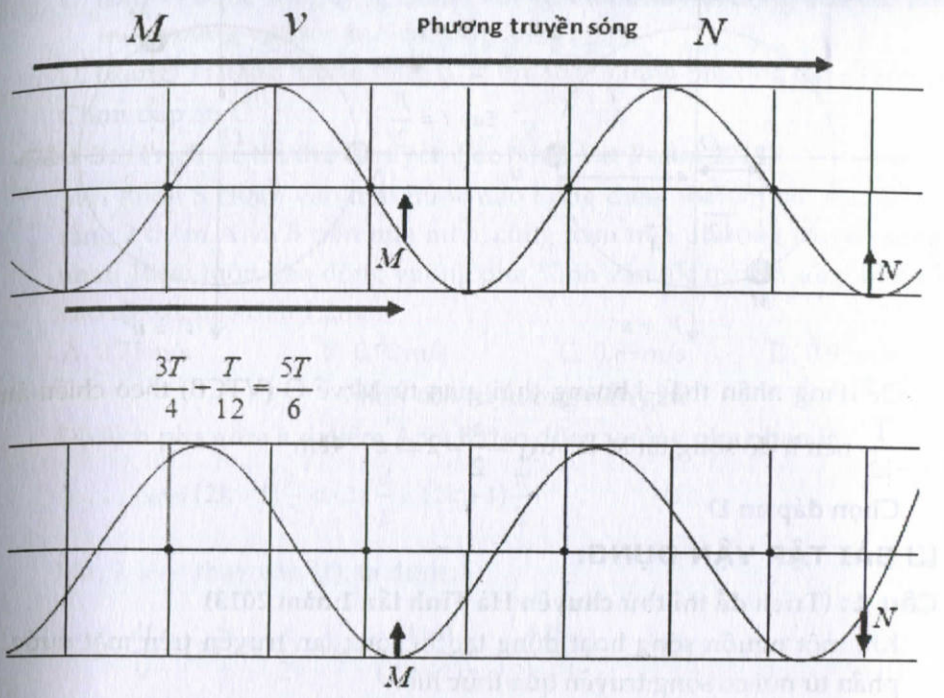
Điểm M dao động sớm pha hơn điểm N một góc $\frac{\pi}{3}$. Tại thời điểm t N hạ xuống thấp nhất lúc đó N đang ở biên âm trên vòng tròn lượng giác còn M sớm hơn N Một góc $\frac{\pi}{3}$ nên M được xác định như trên vòng tròn. M đang chuyển động theo chiều dương của vận tốc dao động của các phần tử nên đang đi lên.



Muốn M xuống thấp nhất thì M phải về vị trí N và khoảng thời gian ngắn nhất để có được điều này là: $\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{3T}{4} = \frac{5T}{6} = \frac{1}{12}(s)$

Chọn đáp án D

Hình vẽ dưới đây sẽ cho ta cái nhìn trực quan hơn về quá trình truyền sóng.

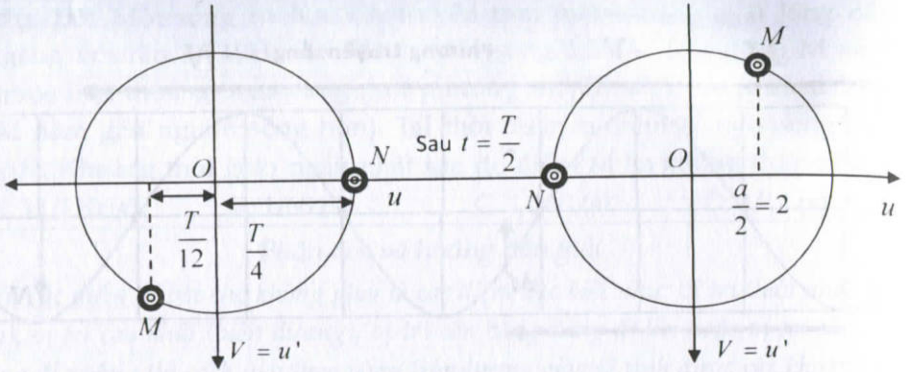


Ví dụ 11: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 2 năm 2013) Một nguồn sóng cơ truyền dọc theo đường thẳng, nguồn dao động với phương trình $u_N = a\cos(\omega t)$ cm. Một điểm M trên phương truyền sóng cách nguồn một khoảng $x = \frac{\lambda}{3}$, tại thời điểm $t = \frac{T}{2}$ có li độ $u_M = 2$cm. Coi biên độ sóng không đổi trong quá trình truyền đi, biên độ sóng là

A. 2cm. B. $2\sqrt{2}$ cm. C. $2\sqrt{3}$ cm. D. 4cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: Ban đầu nguồn N ở biên dương mà M cách N một khoảng $\frac{\lambda}{3}$ nên sóng truyền từ N đến M trong khoảng thời gian trên là $\frac{T}{3}$ và điểm M được xác định như trên vòng tròn. Sau đó tại thời điểm $t = \frac{T}{2}$ nghĩa là sóng truyền được nửa chu kỳ nên đểm N đang ở biên âm và điểm M được xác định như hình vẽ.



Dễ dàng nhận thấy khoảng thời gian từ M về O (VTCB) theo chiều âm là $\frac{T}{12}$ nên li độ sóng tại M là: $u_M = \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4cm$

Chọn đáp án D

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Khi một nguồn sóng hoạt động tạo ra sóng lan truyền trên mặt nước, các phần tử nơi có sóng truyền qua thực hiện

A. dao động riêng.
B. dao động cưỡng bức.
C. dao động duy trì.
D. dao động tắt dần.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi một nguồn sóng hoạt động tạo ra sóng lan truyền trên mặt nước, các phần tử nơi có sóng truyền qua thực hiện dao động cưỡng bức tuần hoàn (dao động điều hòa). **Chọn đáp án B**

Câu 2: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Chọn kết luận sai.

A. Biên độ của sóng là biên độ dao động của một phần tử môi trường có sóng truyền qua.

B. Chu kỳ của sóng là chu kỳ dao động của một phần tử môi trường có sóng truyền qua.

C. Bước sóng tỷ lệ thuận với vận tốc chuyển động của các phần tử môi trường.

D. Năng lượng sóng tỷ lệ thuận với bình phương tần số sóng.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. **(đúng)** vì biên độ của sóng là biên độ dao động của một phần tử môi trường có sóng truyền qua.

B. **(đúng)** vì chu kỳ của sóng là chu kỳ dao động của một phần tử môi trường có sóng truyền qua.

C. **(sai)** vì bước sóng tỷ lệ thuận với ~~vận tốc chuyển động của các phần tử môi trường~~ vận tốc truyền sóng λ = vT

D. **(đúng)** vì năng lượng sóng tỷ lệ thuận với bình phương tần số sóng.

Chọn đáp án C

Câu 3: (Trích đề thi thử Chuyên Bắc Ninh lần 3 năm 2013)

Mũi nhọn S chạm vào mặt nước dao động điều hòa với tần số 20Hz. Thấy rằng 2 điểm A và B trên mặt nước cùng nằm trên phương truyền sóng cách nhau 10cm luôn dao động vuông pha. Tính vận tốc truyền sóng biết vận tốc vào cỡ 0,85m/s đến 1,2m/s

A. 0,75m/s
B. 0,82m/s .
C. 0,89m/s
D. 0,95m/s

Phân tích và hướng dẫn giải

Độ lệch pha giữa hai điểm A và B dao động vuông pha nhau là:

$$\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 2\pi\frac{d}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \qquad (1)$$

Mà: $\lambda = \frac{v}{f}$ thay vào (1), ta được:

$$2\pi\frac{df}{v} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow v = \frac{4\pi df}{(2k+1)\pi} = \frac{4df}{2k+1} \qquad (2)$$

Theo đề bài, ta có:

$$0,85 \le v \le 1,2 \Leftrightarrow 0,85 \le \frac{4df}{2k+1} \le 1 \Leftrightarrow 0,85 \le \frac{4.0,1.20}{2k+1} \le 1$$

$$\Leftrightarrow 0,85 \le \frac{8}{2k+1} \le 1 \Rightarrow \left[\begin{matrix} 2k+1 \le 9,41 \\ 2k+1 \ge 8 \end{matrix}\right. \Rightarrow 3,5 \le k \le 4,2 \text{ với } k \in Z$$

Nên k = 4 thay vào ta được: $v = \frac{4.0,1.20}{2.4+1} = \frac{8}{9} = 0,89(m/s)$

Chọn đáp án C

Câu 4: (Trích đề thi thử Chuyên Bắc Ninh lần 3 năm 2013)

Sóng cơ truyền trong một môi trường dọc theo trục Ox với phương trình u = cos(20t – 4x) (cm) (x tính bằng mét, t tính bằng giây). Vận tốc truyền sóng này trong môi trường trên bằng

A. 5 m/s.
B. 4 m/s.
C. 40 cm/s.
D. 50 cm/s.

Hướng dẫn giải:

Từ phương trình sóng: $u = A\cos\left(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$ đối chiếu với phương trình đã cho, ta suy ra: $2\pi\frac{x}{\lambda} = 4x \Rightarrow \lambda = \frac{\pi}{2}(m)$

Mà: $\lambda = vT = v\dfrac{2\pi}{\omega} \Rightarrow v = \dfrac{\lambda\omega}{2\pi} = \dfrac{\frac{\pi}{2}.20}{2\pi} = 5(m/s)$

Chọn đáp án A

Câu 5: (Trích đề thi thử Chuyên Bắc Ninh lần 3 năm 2013)

Một dây đàn hồi rất dài có đầu A dao động theo phương vuông góc với sợi dây. Tốc độ truyền sóng trên dây là 4m/s. Xét một điểm M trên dây và cách A một đoạn 40cm, người ta thấy M luôn luôn dao động lệch pha so với A một góc $\Delta\varphi = (k + 0,5)\pi$ với k là số nguyên. Tính tần số, biết tần số f có giá trị trong khoảng từ 8 Hz đến 13 Hz.

A. 8,5Hz B. 10Hz C. 12Hz D. 12,5Hz

Phân tích và hướng dẫn giải

Từ công thức tính độ lệch pha giữa hai điểm cách nhau một đoạn d là: $\Delta\varphi = 2\pi\dfrac{d}{\lambda}$

Theo bài cho: $\Delta\varphi = (k+0,5)\pi = 2\pi\dfrac{d}{\lambda} = 2\pi\dfrac{fd}{v} \Rightarrow f = \dfrac{(k+0,5)v}{2d}$

$$8 \le f \le 13 \Leftrightarrow 8 \le \frac{(k+0,5)v}{2d} \le 13 \Leftrightarrow 8 \le \frac{(k+0,5).4}{2.0,4} \le 13$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} k+0,5 \ge 1,6 \\ k+0,5 \le 2,6 \end{array}\right. \Rightarrow 1,1 \le k \le 2,1 \text{ với } k \in Z. \text{ Suy ra } k = 2$$

Vậy tần số cần tìm: $f = \dfrac{(k+0,5)v}{2d} = \dfrac{(2+0,5).4}{2.0,4} = 12,5Hz$

Chọn đáp án D

Câu 6: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Một sóng cơ lan truyền trên một sợi dây với chu kỳ T, biên độ A. Ở thời điểm t_0, ly độ của các phần tử tại B và C tương ứng là – 12mm và + 12mm; các phần tử tại trung điểm D của BC đang ở vị trí cân bằng. Ở thời điểm t_1, ly độ của các phần tử tại B và C cùng là + 5,0mm thì phần tử ở D cách vị trí cân bằng của nó

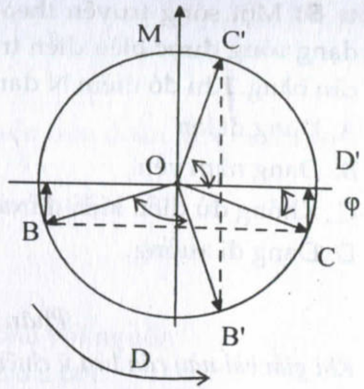
A. 7,0mm. B. 8,5mm. C. 17mm. D. 13mm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Sóng lan truyền trên dây (không phải sóng dừng)

Thời điểm t_0 hai điểm có li độ ngược nhau suy ra vị trị hai điểm là B và C đối xứng nhau qua trục tung Oy vì thế li độ tại trung điểm của BC ứng với điểm chính giữa D trên đường tròn đang ở vị trí cân bằng.

Tại thời điểm t_1: Li độ hai điểm B và C cùng dấu và bằng nhau nên chúng ở vị trí B′ và C′ đối xứng qua Ox nên trung điểm của B′C′ khi đó điểm chính giữa của B′, C′ là điểm D′ có li độ chính bằng biên độ sóng truyền.



Đặt $\varphi = \widehat{COD'}$.

Do trong cùng khoảng thời gian nên các chất điểm quét được các cung như nhau nên ta có: $\widehat{BB'} = \widehat{CC'}$

$\Rightarrow$ Dễ dàng chứng minh được

$\widehat{COD'} = \widehat{C'OM} = \varphi$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12 = A.\cos\varphi \\ 5 = A.\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{12}{A}\right)^2 = \cos^2\varphi \\ \left(\dfrac{5}{A}\right)^2 = \sin^2\varphi \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{12}{A}\right)^2 + \left(\frac{5}{A}\right)^2 = 1 \Rightarrow A = 13mm$$

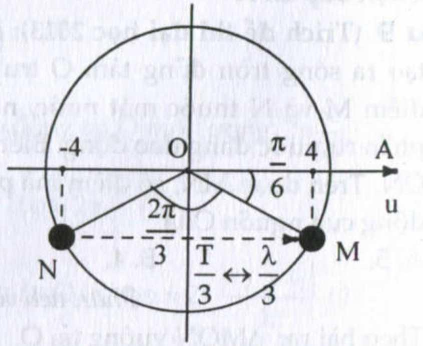
Chọn đáp án D

Câu 7: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Hai điểm M và N cùng nằm trên phương truyền sóng cách nhau $\dfrac{\lambda}{3}$, sóng có biên độ A, chu kỳ T. Sóng truyền từ N đến M. Giả sử tại thời điểm t_1 có $u_M = +4cm$ và $u_N = -4cm$. Biên độ sóng là

A. 4cm. B. $\dfrac{8}{\sqrt{3}}$ cm C. $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$ cm. D. $4\sqrt{2}$ cm.

Phân tích và hướng dẫn giải



Hai điểm M và N cùng nằm trên phương truyền sóng cách nhau $\dfrac{\lambda}{3}$ nên thời gian sóng truyền từ M đến N là $\dfrac{T}{3}$ (do sóng có tính tuần hoàn theo không gian và thời gian) nên góc $\widehat{NOM} = \dfrac{2\pi}{3}$.

Vì thế hai điểm M, N được xác định như trên vòng tròn.từ vòng tròn ta dễ dàng tính được góc $\widehat{MOA} = \dfrac{\pi}{6}$.

Vậy biên độ sóng cần tìm: $a = \dfrac{4}{\cos\frac{\pi}{6}} = \dfrac{8}{\sqrt{3}}cm$

Chọn đáp án B

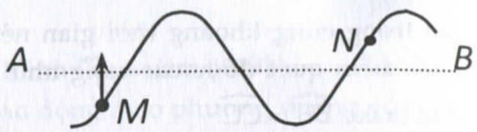
Câu 8: Một sóng truyền theo phương AB. Tại một thời điểm nào đó, hình dạng sóng được biểu diễn trên hình vẽ. Biết rằng điểm M đang đi lên vị trí cân bằng. Khi đó điểm N đang chuyển động như thế nào?

A. Đang đi lên

B. Đang nằm yên.

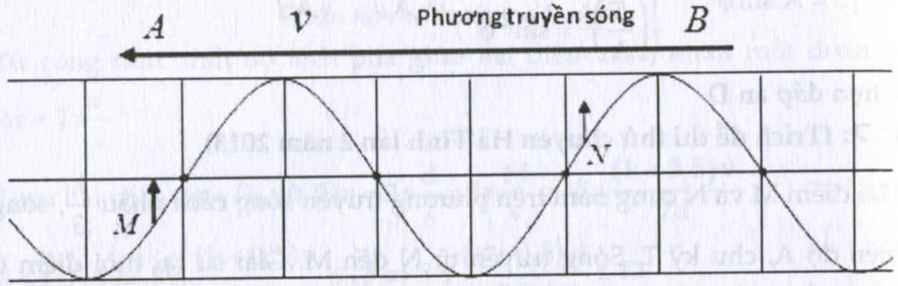
C. Không đủ điều kiện để xác định.

D. Đang đi xuống.



Phân tích và hướng dẫn giải

Khi giải bài này cần lưu ý chiều mà đề cho các điểm đang chuyển động để biết sóng truyền theo chiều nào (từ trái qua phải hay từ phải qua trái).



Theo bài ra thì điểm M đang đi lên về vị trí cân bằng và nhìn vào hình vẽ ta thấy để M đi lên thì sóng phải truyền từ phải qua trái (hay từ B sang A) từ đó cũng dễ dàng thấy được N cũng đang đi lên.

Chọn đáp án A

Câu 9 (Trích đề thi đại học 2013): Một nguồn phát sóng dao động điều hòa tạo ra sóng tròn đồng tâm O truyền trên mặt nước với bước sóng λ. Hai điểm M và N thuộc mặt nước, nằm trên hai phương truyền sóng mà các phần tử nước đang dao động. Biết OM = 8λ, ON = 12λ và OM vuông góc với ON. Trên đoạn MN, số điểm mà phần tử nước dao động ngược pha với dao động của nguồn O là

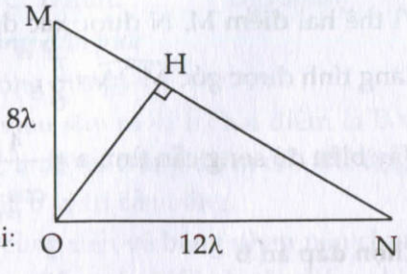
A. 5. B. 4. C. 6. D. 7.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: ΔMON vuông tại O.

Gọi H là chân đường cao hạ từ O.

Theo định lý về đường cao trong tam giác vuông ta có:



$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2} \Rightarrow OH = \frac{24\lambda}{\sqrt{13}}$$

Điểm dao động ngược pha với nguồn khi:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = (2k+1)\pi \Rightarrow d = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Ta có: MN = MH + HN

Thay vì tìm số điểm dao động ngược pha với nguồn trên đoạn MN ta sẽ tìm trên đoạn MH và HN, sau đó cộng lại là xong.

Số điểm dao động ngược pha trên đoạn MH: $OH \le d \le OM$

$$\Leftrightarrow \frac{24\lambda}{\sqrt{13}} \le \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \le 8\lambda \Rightarrow 6{,}16 \le k \le 7{,}5 \Rightarrow k = 7$$

Suy ra trên đoạn MH có 1 điểm dao động ngược pha với nguồn

Số điểm dao động ngược pha trên đoạn HN: $OH \le d \le ON$

$$\Leftrightarrow \frac{24\lambda}{\sqrt{13}} \le \left(k' + \frac{1}{2}\right)\lambda \le 12\lambda \Rightarrow 6{,}16 \le k' \le 11{,}5 \Rightarrow k' = 7;8;9;10;11$$

Suy ra trên đoạn HN có 5 điểm dao động ngược pha với nguồn

Vậy có tất cả 6 điểm dao động ngược pha với nguồn trên đoạn MN

Chọn đáp án C

Dạng 2: Viết phương trình sóng.

- Giả sử sóng tại nguồn O có phương trình là: $u_O = A\cos\omega t$
- Xét sóng tại M cách nguồn O một đoạn là x = OM.

Tính: $\lambda = vT = \frac{v}{f}$

- Phương trình sóng tại M do nguồn O truyền đến:

$$u_M = A\cos\left(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right) = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Nhận xét: Dao động tại M chậm pha hơn dao động tại O một lượng $2\pi\frac{x}{\lambda}$.

- Độ lệch pha của điểm M so với nguồn O là: $\Delta\varphi = 2\pi\frac{x}{\lambda}$ (1)
- Độ lệch pha của hai điểm M và N so với nguồn O là: $\Delta\varphi = 2\pi\frac{|x_2 - x_1|}{\lambda}$ (2)
- Hai sóng cùng pha: $\Delta\varphi = k2\pi \Leftrightarrow 2\pi\frac{x}{\lambda} = k2\pi \Rightarrow x = k\lambda$
- Hai sóng ngược pha: $\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Leftrightarrow 2\pi\frac{x}{\lambda} = (2k+1)\pi \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$
- Hai sóng vuông pha: $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 2\pi\frac{x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$

VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Một mũi nhọn S được gắn vào đầu một lá thép nằm ngang và chạm nhẹ vào mặt nước. Khi lá thép dao động với tần số f = 120Hz tạo ra trên mặt nước một sóng có biên độ 0,6cm. Biết khoảng cách giữa 9 gợn lồi liên tiếp là 4cm. Viết phương trình sóng của phần tử tại điểm M trên mặt nước cách S khoảng 12cm. Chọn gốc thời gian lúc mũi nhọn chạm vào mặt thoáng và đi xuống, chiều dương hướng lên.

A. $u_M = 0,8\cos\left(240\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$cm B. $u_M = 0,6\cos\left(240\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$cm

C. $u_M = 0,6\cos\left(180\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$cm D. $u_M = 0,6\cos\left(240\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $L = (n-1)\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{L}{n-1} = \frac{4}{9-1} = 0,5(\text{cm})$

Phương trình sóng tại nguồn S có dạng: $u_S = A\cos(\omega t + \varphi)$

Ta có: $\omega = 2\pi f = 2\pi.120 = 240\pi(\text{rad/s})$

Khi t = 0 thì $u_S = 0$ nên: $0 = A\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

Vì v < 0 suy ra $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Vậy tại nguồn S có phương trình: $u_S = 0,6\cos\left(240\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

Tại M, ta có: $u_M = 0,6\cos\left(240\pi t + \frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{SM}{\lambda}\right) = 0,6\cos\left(240\pi t + \frac{\pi}{2} - 2\pi.24\right)$

$\Rightarrow u_M = 0,6\cos\left(240\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

Chọn đáp án B

Ví dụ 2: Một mũi nhọn S được gắn vào đầu một lá thép nằm ngang và chạm nhẹ vào mặt nước. Khi lá thép dao động với tần số f = 50Hz, tạo ra trên mặt nước một sóng có biên độ 0,9cm. Biết khoảng cách giữa 13 gợn lồi liên tiếp là 36cm. Viết phương trình sóng của phần tử tại điểm M trên mặt nước cách S một khoảng 6cm. Chọn gốc thời gian lúc mũi nhọn chạm vào mặt thoáng và đi xuống, chiều dương hướng xuống.

A. $u_M = 0,9\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm). B. $u_M = 0,9\cos(200\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm).

C. $u_M = 0,9\sqrt{2}\cos(240\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm). D. $u_M = 0,9\sqrt{2}\cos(200\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

Phân tích và hướng dẫn giải

Khoảng cách giữa 13 gợn lồi liên tiếp nên suy ra có 12 bước sóng.

Ta có: $12\lambda = 36$ cm $\Rightarrow \lambda = \frac{36}{12} = 3$ cm.

Giả sử phương trình sóng tại nguồn S là: $u = A\cos(\omega t + \varphi)$.

Ta có $\omega = 2\pi f = 100\pi$ rad/s.

Chọn gốc thời gian lúc mũi nhọn chạm vào mặt thoáng và đi xuống nên khi t = 0 thì $x = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 = \cos(\pm\frac{\pi}{2})$; vì $v > 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$.

Vậy tại nguồn S ta có phương trình: $u = 0,9\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm).

Phương trình sóng tại M cách nguồn S một khoảng 12cm là:

$$u_M = 0,9\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi.SM}{\lambda}) = 0,9\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2} - 4\pi)$$

$= 0,9\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm). **Chọn đáp án A**

Ví dụ 3: Một sóng ngang có biểu thức truyền sóng trên phương x là: $u = 5\cos\left(120\pi t - \frac{\pi x}{4}\right)$cm, trong đó x tính bằng (cm), t tính bằng (s). Tỉ số giữa tốc độ truyền sóng và tốc độ cực đại của phần tử vật chất môi trường là:

A. $\frac{4}{5\pi}$ B. $0,08\pi$ C. 0.8 D. $\frac{5}{\pi}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Biểu thức tổng quát của sóng: $u = a\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda})$.

Biểu thức sóng mà đề cho: $u = 3\cos(100\pi t - x)$.

Đồng nhất các đại lượng trong hai phương trình, ta có:

Tần số góc: $\omega = 120\pi$ rad/s $\Rightarrow$ f = 60 Hz

$\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi x}{4} \Rightarrow \lambda = 8$cm

Vận tốc truyền sóng: $v = \lambda f = 8.60 = 480$ cm/s

Vận tốc dao động của phần tử vật chất của môi trường:

$$u' = -600\pi\sin(120\pi t - \frac{\pi x}{4})\text{ (cm/s)}$$

Tốc độ cực đại của phần tử vật chất của môi trường $u'_{max} = \omega a = 600\pi$ (cm/s)

Suy ra: $\frac{v}{u'_{max}} = \frac{480}{600\pi} = \frac{4}{5\pi}$

Chọn đáp án A

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Một sóng ngang truyền từ M đến O rồi đến N trên cùng một phương truyền sóng với vận tốc v = 18 m/s. Biết MN = 3 m và MO = ON. Phương trình sóng tại O là $u_0 = 5\cos(4\pi t)$ (cm). Viết phương trình sóng tại M và tại N.

A. $u_M = 5\cos(4\pi t + \frac{\pi}{3})$ (cm); $u_N = 5\cos(4\pi t - \frac{\pi}{3})$ (cm).

B. $u_M = 6\cos(4\pi t + \frac{\pi}{6})$ (cm); $u_N = 6\cos(4\pi t + -\frac{\pi}{3})$ (cm).

C. $u_M = 5\cos(4\pi t - \frac{\pi}{6})$ (cm) ; $u_N = 5\cos(4\pi t - \frac{\pi}{6})$ (cm).

D. $u_M = 6\cos(4\pi t + \frac{\pi}{3})$ (cm) ; $u_N = 6\cos(4\pi t - \frac{\pi}{3})$ (cm).

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $\lambda = vT = \frac{v.2\pi}{\omega} = 9$ m.

M ở trước O theo chiều truyền sóng nên M sớm pha hơn O.

Phương trình sóng tại M là:

$$u_M = 5\cos(4\pi t + \frac{2\pi.MO}{\lambda}) = 5\cos(4\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (cm)}.$$

N ở sau O theo chiều truyền sóng nên N trễ pha hơn O.

Phương trình sóng tại N là:

$$u_N = 5\cos(4\pi t - \frac{2\pi.ON}{\lambda}) = 5\cos(4\pi t - \frac{\pi}{3}) \text{ (cm)}.$$

Chọn đáp án A.

Câu 2: Một dao động lan truyền trong môi trường liên tục từ điểm M đến điểm N cách M một đoạn $\frac{\lambda}{3}$ (cm). Sóng truyền với biên độ A không đổi. Biết phương trình sóng tại M có dạng $u_M = 3\cos 2\pi t$ (u_M tính bằng cm, t tính bằng s). Vào thời điểm t_1 tốc độ dao động của phần tử M là 6π (cm/s) thì tốc độ dao động của phần tử N là

A. 3π (cm/s). B. 0,5π (cm/s). C. 4π(cm/s). D. 6π(cm/s).

Phân tích và hướng dẫn giải

Phương trình sóng tai N cách M một đoạn $\frac{\lambda}{3}$(cm) là:

$$u_N = 3\cos(2\pi t - \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{3}) = 3\cos(2\pi t - \frac{2\pi}{3}) \text{ cm}$$

Vận tốc dao động của phần tử M, N là:

$$v_M = u'_M = -6\pi\sin(2\pi t) \text{ (cm/s)};$$

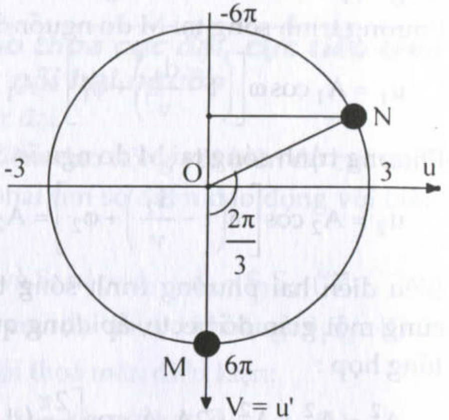
$$v_N = u'_N = -6\pi\sin(2\pi t - \frac{2\pi}{3})$$

$$= -6\pi(\sin 2\pi t.\cos\frac{2\pi}{3} - \cos 2\pi t \sin\frac{2\pi}{3}) = 3\pi\sin 2\pi t + 3\pi\sqrt{3}\cos 2\pi t \text{ (cm/s)}$$

Khi tốc độ của M: $|v_M| = 6\pi$(cm/s) $\Rightarrow |\sin(2\pi t)| = 1 \Rightarrow \cos 2\pi t = 0$

Khi đó tốc độ của N: $|v_N| = 3\pi|\sin(2\pi t)| = 3\pi$ (cm/s).

Chọn đáp án A



Bài toán này giải theo vòng tròn lượng giác sẽ nhanh hơn nhiều, sau đây là cách giải:

Theo bài ra: Vào thời điểm t_1 tốc độ dao động của phần tử M là 6π(cm/s)

$\Rightarrow V_M = u'_M = V_{M\max} = 6\pi cm/s$

Nên M được xác định như hình vẽ

Độ lệch pha giữa hai điểm M, N

$$\Delta\varphi_{MN} = 2\pi\frac{MN}{\lambda} = 2\pi\frac{\frac{\lambda}{3}}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}$$

Vì thế điểm N được xác định như hình vẽ.

$\Rightarrow V_N = u'_N = -3\pi cm/s$

Để bài hỏi tốc độ, nghĩa là hỏi về độ lớn nên $\Rightarrow |V_N| = 3\pi cm/s$

Chọn đáp án A

Câu 3: Đầu O của một sợi dây đàn hồi nằm ngang dao động điều hoà theo phương trình x = 3cos(4πt)cm. Sau 2s sóng truyền được 2m. Li độ của điểm M trên dây cách O đoạn 2,5m tại thời điểm 2s là:

A. $x_M = -3$cm. B. $x_M = 0$ C. $x_M = 1,5$cm. D. $x_M = 3$cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Vận tốc truyền sóng v = 2/2 = 1m/s

Tại thời điểm t = 2s sóng chưa truyền tới điểm M nên M vẫn đang đưng yên nên $x_M = 0$.

Chọn đáp án B

Chuyên đề 2

GIAO THOA SÓNG CƠ

A. LÝ THUYẾT

1. Lí thuyết về giao thoa sóng cơ đối với hai nguồn kết hợp bất kỳ

- Đối với hai nguồn sóng S_1, S_2:

$u_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$; $u_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ thì phương trình dao động tổng hợp của điểm M trong môi trường sóng truyền qua được xác định:

Phương trình sóng tại M do nguồn S_1 truyền tới là:

$$u_1 = A_1\cos\omega\left[\left(t - \frac{d_1}{v}\right) + \varphi_1\right] = A_1\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} + \varphi_1\right)$$

Phương trình sóng tại M do nguồn S_2 truyền tới là:

$$u_2 = A_2\cos\left[\omega\left(t - \frac{d_2}{v}\right) + \varphi_2\right] = A_2\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} + \varphi_2\right)$$

Biểu diễn hai phương trình sóng tại điểm M bằng hai vectơ quay trên cùng một giản đồ vectơ, áp dụng quy tắc hình bình hành để tính biên độ tổng hợp :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)\right]$$

$$\Rightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - (\Delta\varphi)\right]$$

Đặt $\Delta\varphi_M = \left[\frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - (\Delta\varphi)\right]$ (1)

$(1) \Rightarrow d_2 - d_1 = (\Delta\varphi_M + \Delta\varphi)\frac{\lambda}{2\pi}$ (2)

Giá trị của biên độ tổng hợp A phụ thuộc vào $\Delta\varphi_M$. Cụ thể:

+ $A_{max} = A_1 + A_2$ khi hai nguồn đồng pha $\Delta\varphi_M = 2k\pi$

+ $A_{min} = |A_1 - A_2|$ khi hai nguồn ngược pha $\Delta\varphi_M = (2k+1)\pi$

+ $A_{\perp} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ khi hai nguồn vuông pha $\Delta\varphi_M = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

2. Lí thuyết về giao thoa sóng cơ đối với hai nguồn kết hợp cùng biên độ

Giả sử phương trình tại hai nguồn là:

$u_1 = A\cos(2\pi ft + \varphi_1)$ và $u_2 = A\cos(2\pi ft + \varphi_2)$

+ Phương trình sóng tại M do hai sóng từ hai nguồn truyền tới:

$u_{1M} = A\cos\left(2\pi ft - 2\pi\frac{d_1}{\lambda} + \varphi_1\right)$ và $u_{2M} = A\cos\left(2\pi ft - 2\pi\frac{d_2}{\lambda} + \varphi_2\right)$

+ Phương trình giao thoa sóng tại M: $u_M = u_{1M} + u_{2M}$

$$u_M = 2A\cos\left[\pi\frac{d_1 - d_2}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right]\cos\left[2\pi ft - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]$$

+ Biên độ dao động tại M:

$$\boxed{A_M = 2A\left|\cos\left(\pi\frac{d_1 - d_2}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)\right|} \quad \text{với } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1: *Xác định số vân giao thoa cực đại, cực tiểu trên đoạn thẳng nối hai nguồn*

1. Cách xác định số vân giao thoa cực đại

- Số vân giao thoa cực đại bằng số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn nối hai nguồn S_1S_2. Vậy ta phải tìm số điểm dao động với biên độ cực đại thuộc S_1S_2.
- M nằm trên đoạn nối hai nguồn S_1 và S_2 nên: $d_2 + d_1 = S_1S_2$ (*)
- M là điểm dao động với biên độ cực đại thuộc khoảng S_1S_2. Khoảng cách từ M đến hai nguồn S_1, S_2 phải thoả mãn điều kiện:

a. Nếu hai nguồn đồng pha thì: $d_2 - d_1 = k\lambda$, với $k \in Z$ (1)

Từ (*) và (1) Ta có hệ: $\begin{cases} d_2 + d_1 = S_1S_2 \\ d_2 - d_1 = k\lambda \end{cases}$ và điều kiện $0 < d_2 < S_1S_2$.

Cộng vế với vế của hai phương trình ta được: $d_2 = k\frac{\lambda}{2} + \frac{S_1S_2}{2}$

Mà $0 < d_2 < S_1S_2 \Rightarrow 0 < k\frac{\lambda}{2} + \frac{S_1S_2}{2} < S_1S_2 \Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda}$ (I)

Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu vân giao thoa cực đại.

b. Nếu hai nguồn ngược pha thì: $d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ với $k \in Z$ (2)

Tương tự như trên, kết hợp (2) và (*) ta có hệ: $\begin{cases} d_2 + d_1 = S_1S_2 \\ d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \end{cases}$ và điều kiện $0 < d_2 < S_1S_2$.

Cộng vế với vế của hai phương trình ta được: $d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{S_1S_2}{2}$

Mà $0 < d_2 < S_1S_2 \Rightarrow 0 < \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{S_1S_2}{2} < S_1S_2$

$\Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2}$ (II)

Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu vân giao thoa cực đại.

c. **Nếu hai nguồn vuông pha thì:** $d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda$ với $k \in Z$ (3)

Tương tự như trên, kết hợp (3) và (*) ta có hệ: $\begin{cases} d_2 + d_1 = S_1S_2 \\ d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda \end{cases}$ và

điều kiện $0 < d_2 < S_1S_2$.

Cộng vế với vế của hai phương trình ta được: $d_2 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{S_1S_2}{2}$

Mà $0 < d_2 < S_1S_2 \Rightarrow 0 < \left(k + \frac{1}{4}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{S_1S_2}{2} < S_1S_2$

$\Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{4} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{4}$ (III)

Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu vân giao thoa cực đại.

d. **Nếu hai nguồn bất kì thì:** $d_2 - d_1 = (\Delta\varphi_M + \Delta\varphi)\frac{\lambda}{2\pi}$

Với $\Delta\varphi_M = \varphi_{1M} - \varphi_{2M}$ là độ lệch pha của hai sóng từ hai nguồn đến M. M dao động với biên độ cực đại khi $\Delta\varphi_M = k2\pi$

$\Rightarrow d_2 - d_1 = (k2\pi + \Delta\varphi)\frac{\lambda}{2\pi} = \left(k + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)\lambda$ (4)

Tương tự như trên, kết hợp (4) và (*) ta có hệ : $\begin{cases} d_2 + d_1 = S_1S_2 \\ d_2 - d_1 = \left(k + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)\lambda \end{cases}$ và

điều kiện $0 < d_2 < S_1S_2$.

Cộng vế với vế của hai phương trình ta được: $d_2 = \left(k + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{S_1S_2}{2}$

Mà $0 < d_2 < S_1S_2 \Rightarrow 0 < \left(k + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{S_1S_2}{2} < S_1S_2$

$\Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$ (IV)

Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu vân giao thoa cực đại.

Chú ý: *Khi làm trắc nghiệm ta quan tâm tới công thức* $-\frac{S_1S_2}{\lambda} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda}$ *vừa chứng minh được ở trên để từ đó ta suy ra các trường hợp còn lại nhanh chóng và cực kỳ đơn giản. Cách làm như sau:*

Nếu hai nguồn đồng pha thì:

$d_2 - d_1 = k\lambda$ với $k \in Z \Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda}$ (I)

Nếu hai nguồn ngược pha thì:

$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ với $k \in Z$. Chỉ cần thay $k \to k + \frac{1}{2}$

$\Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} < k + \frac{1}{2} < \frac{S_1S_2}{\lambda} \Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2}$ (II)

Nếu hai nguồn vuông pha thì:

$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda$ với $k \in Z$. Chỉ cần thay $k \to k + \frac{1}{4}$

$\Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} < k + \frac{1}{4} < \frac{S_1S_2}{\lambda} \Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{4} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{4}$ (III)

Nếu hai nguồn bất kỳ thì:

$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)\lambda$ với $k \in Z$. Chỉ cần thay $k \to k + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$

$\Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} < k + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} < \frac{S_1S_2}{\lambda} \Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$ (IV)

Nói chung với cách này chỉ cần thay giá trị k là ta có ngay công thức cần tìm.

2. Cách xác định số vân giao thoa cực tiểu

- Số vân giao thoa cực tiểu bằng số điểm giao động với biên độ cực đại trên đoạn nối hai nguồn S_1S_2. Vậy ta phải tìm số điểm dao động với biên độ cực tiểu thuộc S_1S_2.
- M nằm trên đoạn nối hai nguồn S_1 và S_2 nên: $d_2 + d_1 = S_1S_2$ (*′)
- M là điểm dao động với biên độ cực tiểu thuộc khoảng S_1S_2. Khoảng cách từ M đến hai nguồn S_1, S_2 phải thoả mãn điều kiện:

a. **Nếu hai nguồn đồng pha thì:** $d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ với $k \in Z$ (1′)

Kết hợp (*′) và (1′) ta có hệ: $\begin{cases} d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \\ d_2 + d_1 = S_1S_2 \end{cases}$

và điều kiện $0 < d_2 < S_1S_2$

Cộng vế với vế của hai phương trình ta được: $d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{S_1S_2}{2}$

Mà $0 < d_2 < S_1S_2 \Rightarrow 0 < \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{S_1S_2}{2} < S_1S_2$

$\Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2}$ (I′)

Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu vân giao thoa cực tiểu.

b. Nếu hai nguồn ngược pha thì: $d_2 - d_1 = k\lambda$ với $k \in Z$ (2′)

Tương tự như trên, kết hợp (2′) và (*′) ta có hệ: $\begin{cases} d_2 + d_1 = S_1S_2 \\ d_2 - d_1 = k\lambda \end{cases}$

Cộng vế với vế của hai phương trình ta được: $d_2 = k\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{S_1S_2}{2}$

Mà $0 < d_2 < S_1S_2 \Rightarrow 0 < k\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{S_1S_2}{2} < S_1S_2 \Rightarrow -\dfrac{S_1S_2}{\lambda} < k < \dfrac{S_1S_2}{\lambda}$ (II′)

Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu vân giao thoa cực tiểu.

c. Nếu hai nguồn vuông pha thì: $d_2 - d_1 = \left(k - \dfrac{1}{4}\right)\lambda$ với $k \in Z$ (3′)

Tương tự như trên, kết hợp (3′) và (*′) ta có hệ: $\begin{cases} d_2 + d_1 = S_1S_2 \\ d_2 - d_1 = \left(k - \dfrac{1}{4}\right)\lambda \end{cases}$

Cộng vế với vế của hai phương trình ta được: $d_2 = \left(k - \dfrac{1}{4}\right)\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{S_1S_2}{2}$

Mà $0 < d_2 < S_1S_2 \Rightarrow 0 < \left(k + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{S_1S_2}{2} < S_1S_2$

$\Rightarrow -\dfrac{S_1S_2}{\lambda} + \dfrac{1}{4} < k < \dfrac{S_1S_2}{\lambda} + \dfrac{1}{4}$ (III′)

Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu vân giao thoa cực tiểu.

và điều kiện $0 < d_2 < S_1S_2$.

d. Nếu hai nguồn bất kì thì: $d_2 - d_1 = (\Delta\varphi_M + \Delta\varphi)\dfrac{\lambda}{2\pi}$

Với $\Delta\varphi_M = \varphi_{1M} - \varphi_{2M}$ là độ lệch pha của hai sóng từ hai nguồn đến M.

M dao động với biên độ cực tiểu khi $\Delta\varphi_M = (2k+1)\pi$

$\Rightarrow d_2 - d_1 = ((2k+1)\pi + \Delta\varphi)\dfrac{\lambda}{2\pi} = \left(k + \dfrac{1}{2} + \dfrac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)\lambda$ (4′)

Tương tự như trên, kết hợp (4′) và (*′) ta có hệ: $\begin{cases} d_2 + d_1 = S_1S_2 \\ d_2 - d_1 = \left(k + \dfrac{1}{2} + \dfrac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)\lambda \end{cases}$

Cộng vế với vế của hai phương trình ta được: $d_2 = \left(k + \dfrac{1}{2} + \dfrac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{S_1S_2}{2}$

Mà $0 < d_2 < S_1S_2 \Rightarrow 0 < \left(k + \dfrac{1}{2} + \dfrac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{S_1S_2}{2} < S_1S_2$

$\Rightarrow -\dfrac{S_1S_2}{\lambda} - \dfrac{\Delta\varphi}{2\pi} - \dfrac{1}{2} < k < \dfrac{S_1S_2}{\lambda} - \dfrac{\Delta\varphi}{2\pi} - \dfrac{1}{2}$ (IV′)

Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu vân giao thoa cực tiểu.

VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Trong thí nghiệm giao thoa sóng nước, hai nguồn S_1, S_2 giống hệt nhau dao động với phương trình $u_1 = u_2 = A\cos 20\pi t$. Khoảng cách giữa hai nguồn $S_1S_2 = 20\text{cm}$. Tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 40 cm/s. Số điểm giao động với biên độ cực đại trên khoảng S_1S_2 là

A. 5.   B. 3.   C. 7.   D. 9.

Phân tích và hướng dẫn giải

Đầu bài đã cho 2 nguồn đồng pha nên ta sử dụng cách xác định số điểm dao động với biên độ cực đại đối với 2 nguồn đồng pha như ở trên.

Bước sóng: $\lambda = vT = \dfrac{2\pi v}{\omega} = 4\text{cm}$

M nằm trên đoạn nối hai nguồn S_1 và S_2 nên: $d_2 + d_1 = S_1S_2$ (1)

M là điểm dao động với biên độ cực đại thuộc khoảng S_1S_2. Khoảng cách từ M đến hai nguồn S_1, S_2 phải thoả mãn điều kiện:

Vì hai nguồn đồng pha nên: $d_2 - d_1 = k\lambda$ với $k \in Z$ (2)

Từ (1) và (2) Ta có hệ: $\begin{cases} d_2 + d_1 = S_1S_2 \\ d_2 - d_1 = k\lambda \end{cases}$ kết hợp với điều kiện $0 < d_2 < S_1S_2$.

Cộng vế với vế của hai phương trình ta được: $d_2 = k\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{S_1S_2}{2}$

Mà $0 < d_2 < S_1S_2 \Rightarrow 0 < k\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{S_1S_2}{2} < S_1S_2 \Rightarrow -\dfrac{S_1S_2}{\lambda} < k < \dfrac{S_1S_2}{\lambda}$

$\Rightarrow -\dfrac{20}{4} < k < \dfrac{20}{4} \Rightarrow -5 < k < 5 \Rightarrow k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4$

Suy ra số vân giao thoa cực đại bằng 9 nên số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn S_1S_2 là 9.

Vậy chọn đáp án D

Cách giải trên là tổng quát nhất, tuy nhiên cách trên mất khá nhiều thời gian mà làm trắc nghiệm nên các bạn nên chốt lại công thức cuối và nhớ sau đó suy luận qua lại với nhau để có kết quả nhanh hơn.

Vì hai nguồn cùng pha nên ta có số điểm dao động với biên độ cực đại được tính theo công thức :

$-\dfrac{S_1S_2}{\lambda} < k < \dfrac{S_1S_2}{\lambda} \Rightarrow -\dfrac{20}{4} < k < \dfrac{20}{4} \Rightarrow -5 < k < 5 \Rightarrow k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4$

Vậy có 9 giá trị k nên có 9 điểm dao động với biên độ cực đại.

Ví dụ 2: Trên mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng cùng phương dao động S_1, S_2 với các phương trình lần lượt là $u_1 = A\cos 40\pi t(cm)$ và $u_2 = A\cos\left(40\pi t + \pi\right)$. Xác định số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn S_1S_2 Biết rằng $S_1S_2 = 10cm$, bước sóng $\lambda = 4cm$.

A. 8. B. 6. C. 4. D. 2.

Phân tích và hướng dẫn giải

- M nằm trên đoạn nối hai nguồn S₁ và S₂ nên: $d_2 + d_1 = S_1S_2$ (1)
- M là điểm dao động với biên độ cực đại thuộc khoảng S_1S_2.

Khoảng cách từ M đến hai nguồn S_1, S_2 phải thoả mãn điều kiện:

Vì hai nguồn ngược pha nên: $d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ với $k \in Z$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ : $\begin{cases} d_2 + d_1 = S_1S_2 \\ d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \end{cases}$ kết hợp với điều kiện $0 < d_2 < S_1S_2$.

Cộng vế với vế của hai phương trình ta được: $d_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{4} + \frac{S_1S_2}{2}$

Mà $0 < d_2 < S_1S_2 \Rightarrow 0 < (2k+1)\frac{\lambda}{4} + \frac{S_1S_2}{2} < S_1S_2 \Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2}$

$\Rightarrow -3 < k < 2 \Rightarrow k = -2, -1, 0, 1 \Rightarrow$ có 4 vân giao thoa cực đại. Suy ra có 4 điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn S_1S_2.

Chọn đáp án C

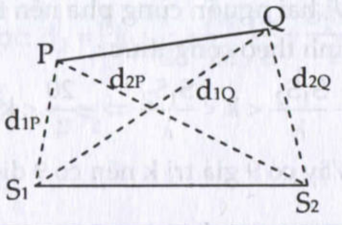
Giải nhanh

Vì hai nguồn dao động ngược pha nên số điểm dao động với biên độ cực đại trên S_1S_2 *được xác định theo công thức:* $-\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2}$

Thay số ta có ngay đáp án C

Dạng 2: *Xác định số điểm dao động với biên độ cực đại, cực tiểu trên đường nối hai điểm P, Q bất kì*

- Hai điểm P,Q nằm cùng một phía so với S₁S₂.
- Ta tính $\Delta d_P = d_{2P} - d_{1P}$ (hiệu khoảng cách từ hai nguồn đến điểm P), $\Delta d_Q = d_{2Q} - d_{1Q}$ (hiệu khoảng cách từ hai nguồn đến điểm Q).



- So sánh Δd_P và Δd_Q.

Giả sử $\Delta d_P < \Delta d_Q$ thì: $\Delta d_P \le d_2 - d_1 \le \Delta d_Q$ (*)

(với d₂ – d₁ là hiệu khoảng cách từ điểm 2 nguồn đến điểm M thuộc PQ)

- Để M thuộc PQ dao động với biên độ cực đại thì:

* **Nếu hai nguồn đồng pha:** $d_2 - d_1 = k\lambda$ với $k \in Z$ (1)

Kết hợp (*) và (1): $\Rightarrow \Delta d_P \le k\lambda \le \Delta d_Q \Rightarrow \frac{\Delta d_P}{\lambda} \le k \le \frac{\Delta d_Q}{\lambda}$

Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu điểm dao động với biên độ cực đại thuộc đoạn PQ.

* **Nếu hai nguồn ngược pha:**

$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ với $k \in Z$. Chỉ cần thay $k \to k + \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta d_P}{\lambda} < k + \frac{1}{2} < \frac{\Delta d_Q}{\lambda} \Rightarrow \frac{\Delta d_P}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{\Delta d_Q}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad \text{(II)}$$

* **Nếu hai nguồn vuông pha:**

$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda$ với $k \in Z$. Chỉ cần thay $k \to k + \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta d_P}{\lambda} < k + \frac{1}{4} < \frac{\Delta d_Q}{\lambda} \Rightarrow \frac{\Delta d_P}{\lambda} - \frac{1}{4} < k < \frac{\Delta d_Q}{\lambda} - \frac{1}{4} \quad \text{(III)}$$

* **Nếu hai nguồn bất kì:**

$d_2 - d_1 = (\Delta\varphi_M + \Delta\varphi)\frac{\lambda}{2\pi}$ với $\Delta\varphi_M = 2k\pi$

$\Rightarrow d_2 - d_1 = \left(k + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)\lambda$ với $k \in Z$. Chỉ cần thay $k \to k + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta d_P}{\lambda} < k + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} < \frac{\Delta d_Q}{\lambda} \Rightarrow \frac{\Delta d_P}{\lambda} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi} < k < \frac{\Delta d_Q}{\lambda} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \quad \text{(IV)}$$

Chú ý:

- *Việc tìm số điểm dao động với biên độ cực tiểu thuộc PQ tương tự như tìm số điểm dao động với biên độ cực đại nhưng cần áp dụng điều kiện để điểm M dao động với biên độ cực tiểu ứng với 2 nguồn đầu bài cho.*
- *P và Q có thể nằm trên đoạn S₁S₂ nhưng đoạn PQ không trùng với đoạn S₁S₂.*
- *Nếu 2 điểm P, Q nằm khác phía so với S₁S₂, ta cần tìm giao điểm I của PQ với S₁S₂. Sau đó tìm số điểm dao động với biên độ cực đại, cực tiểu trên đoạn PI và QI.*

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Ở mặt thoáng của một chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp A và B cách nhau 20cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình $u_A = 2\cos 40\pi t$ và $u_B = 2\cos(40\pi t + \pi)$ (u_A và u_B tính bằng mm, t tính bằng s). Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30 cm/s. Xét hình vuông APQB thuộc mặt thoáng chất lỏng. Số dao động với biên độ cực đại nằm trên đoạn PQ là

A. 12. B. 18 C. 20 D. 17.

Phân tích và hướng dẫn giải

Từ phương trình dao động của hai nguồn ta thấy hai nguồn dao động với pha khác nhau (ngược pha). Vì vậy, chúng ta cần phải giải bài toán tìm số dao động cực đại giữa hai điểm P, Q với hai nguồn dao động ngược pha nhau.

Tần số: f = 20 Hz;

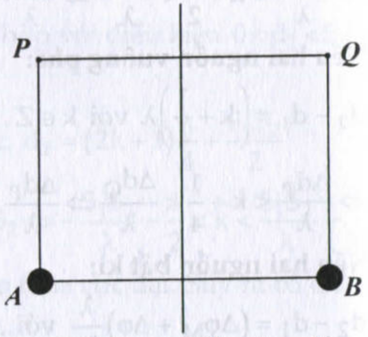
Bước sóng: $\lambda = \frac{\lambda}{f} = 1,5\text{cm}$.

Ta tính:

$\Delta d_P = AP - BP = 20\left(1 - \sqrt{2}\right)$

$\Delta d_Q = AQ - BQ = 20\left(\sqrt{2} - 1\right)$

So sánh, ta thấy $\Delta d_P < \Delta d_Q$ (*)



Hai nguồn A và B dao động ngược pha nhau nên những điểm dao động với biên độ cực đại có hiệu đường đi của hai sóng từ hai nguồn tới nó:

$$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad (1)$$

Từ (*) và (1) $\Rightarrow \Delta d_P \le \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \le \Delta d_Q \Rightarrow \frac{\Delta d_P}{\lambda} - \frac{1}{2} \le k \le \frac{\Delta d_Q}{\lambda} - \frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow \frac{20\left(1 - \sqrt{2}\right)}{1,5} - \frac{1}{2} \le k \le \frac{20\left(\sqrt{2} - 1\right)}{1,5} - \frac{1}{2} \Rightarrow -6,02 \le k \le 5,02$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_{min} = -6 \\ k_{max} = 5 \end{cases} \Rightarrow k = k_{max} - k_{min} + 1 = 5 - (-6) + 1 = 12$$

Hay ta có thể đếm như sau (cách này mất nhiều thời gian hơn)

$\Rightarrow k = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5.$

Có 12 giá trị của k nên có 12 điểm giao động với biên độ cực đại trên đoạn PQ.

Chọn đáp án A

Ta sẽ giải bài toán trên theo hai nguồn bất kỳ để thấy được cái nhìn tổng quát cho dạng toán này như sau:

Theo bài ra: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi - 0 = \pi$

Tìm số điểm dao động với biên độ cực đại nên: $\Delta\varphi_M = k2\pi$

Vì thế ta có hiệu đường đi của hai nguồn tới M thuộc đoạn PQ là:

$$\Rightarrow d_2 - d_1 = \left(\Delta\varphi_M + \Delta\varphi\right)\frac{\lambda}{2\pi} = (2k\pi + \pi)\frac{\lambda}{2\pi} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Tính cho hai điểm P,Q khác hai điểm nguồn nên trong công thức có dấu " = "

$$AP - BP \le d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \le AQ - BQ$$

$$\Leftrightarrow \frac{AP - BP}{\lambda} - \frac{1}{2} \le k \le \frac{AQ - BQ}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{20 - 20\sqrt{2}}{1,5} - \frac{1}{2} \le k \le \frac{20\sqrt{2} - 20}{1,5} - \frac{1}{2}$$

$$-6,02 \le k \le 5,02 \Rightarrow k = 5 - (-6) + 1 = 12$$

Vậy đáp án vẫn là A

Nhận xét: *với cách giải trên ta không cần quan tâm gì đến hai nguồn có pha dao động thế nào và tính cho hai điểm nào. Chú ý là khi tính có các điểm là nguồn thì không được sử dụng dấu = để lấy nghiệm, cách giải trên là tổng quát nhất và nhanh nhất vì thế chỉ yêu cầu các bạn một điều là hãy nhớ thật chắc công thức* $d_2 - d_1 = \left(\Delta\varphi_M + \Delta\varphi\right)\frac{\lambda}{2\pi}$ *. Từ công thức này ta có thể xác định được tại một điểm nào đó là sóng dao động với biên độ cực đại hai cực tiểu. Ta sẽ làm ví dụ sau để làm rõ nhận định trên*

Ví dụ 2: Trên mặt nước có hai nguồn phát sóng kết hợp A và B, dao động theo các phương trình lần lượt là: $u_A = a_1\cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$ và $u_B = a_2\cos(20\pi t)\text{cm}$. Tốc độ truyền sóng của các nguồn trên mặt nước là 0,4 (m/s). Hai điểm M, N thuộc hệ vân giao thoa có hiệu khoảng cách đến hai nguồn là AM – AN = 5 cm, BM – BN = 7 cm. Hỏi các điểm M, N nằm trên đường dao động cực đại hay cực tiểu?

A. M, N thuộc cực đại B. M, N thuộc cực tiểu

C. M cực đại, N cực tiểu D. M cực tiểu, N cực đại

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có:

Bước sóng $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{25} = 4(\text{cm})$.

Độ lệch pha giữa hai nguồn: $\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = \frac{\pi}{2}$

Áp dụng công thức: $d_2 - d_1 = (\Delta\varphi_M + \Delta\varphi)\dfrac{\lambda}{2\pi} \Rightarrow \Delta\varphi_M = \dfrac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) - \Delta\varphi$

Độ lệch pha từ hai nguồn đến M là: $\Rightarrow \Delta\varphi_M = \dfrac{2\pi}{4}.5 - \dfrac{\pi}{2} = 2\pi = 2k\pi \Rightarrow$ Điểm M thuộc đường dao động cực đại

Độ lệch pha từ hai nguồn đến N là: $\Rightarrow \Delta\varphi_N = \dfrac{2\pi}{4}.7 - \dfrac{\pi}{2} = 3\pi = (2k+1)\pi$

$\Rightarrow$ Điểm N thuộc đường dao động cực tiểu

Chọn đáp án C

Kết luận: *qua các ví dụ trên ta đã quen được với bài toán xuôi và ngược của dạng toán này.*

Dạng 3: *Xác định số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn nối hai nguồn và đồng pha hoặc ngược pha với hai nguồn*

Đối với hai nguồn sóng S_1, S_2 đồng pha $u_1 = u_2 = A\cos\omega t$ thì phương trình dao động tổng hợp của điểm M trong môi trường sóng truyền qua được xác định:

Phương trình sóng tại M do nguồn S₁, S₂ truyền tới là:

$$u_1 = A\cos\omega\left(t - \frac{d_1}{v}\right) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$$

$$u_2 = A\cos\omega\left(t - \frac{d_2}{v}\right) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)$$

Phương trình dao động tại M là tổng hợp của hai dao động trên : $u = u_1 + u_2$

$$\Rightarrow u_M = 2A\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\cos\left(\omega t - \frac{\pi(d_2 + d_1)}{\lambda}\right)$$

Vì M thuộc đường nối hai nguồn nên $d_1 + d_2 = S_1S_2$

$$\Rightarrow u_M = 2A\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\cos\left(\omega t - \frac{\pi(S_1S_2)}{\lambda}\right)$$

* **Để M dao động với biên độ cực đại và đồng pha với hai nguồn:**

Nếu: $\dfrac{\pi(S_1S_2)}{\lambda} = 2k\pi$ thì $\cos\dfrac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = 1 \Rightarrow d_2 - d_1 = 2k\lambda$, kết hợp với điều kiện $d_2 + d_1 = S_1S_2$ để tìm k. Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu điểm dao động cực đại và đồng pha với hai nguồn.

Nếu: $\dfrac{\pi(S_1S_2)}{\lambda} = (2k+1)\pi$ thì $\cos\dfrac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = -1$ $\Rightarrow d_2 - d_1 = (2k+1)\lambda$ kết hợp với điều kiện $d_2 + d_1 = S_1S_2$ để tìm k. Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu điểm dao động cực đại và đồng pha với hai nguồn.

VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Hai nguồn sóng kết hợp trên mặt nước cách nhau một đoạn $S_1S_2 = 10\lambda$ có phương trình sóng $u = A\cos\omega t$ (cm). Trên đoạn S₁S₂, số điểm có biên độ cực đại và ngược pha với nguồn là

A. 8. B. 9 C. 17. D. 16.

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi M là điểm dao động với biên độ cực đại và ngược pha với nguồn trên đoạn S₁S₂.

Phương trình dao động tại M là

$$u_M = 2A\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\cos\left(\omega t - \frac{\pi(d_2 + d_1)}{\lambda}\right)$$

Vì M thuộc đường nối hai nguồn nên $d_1 + d_2 = S_1S_2 = 10\lambda$

$$\Rightarrow u_M = 2\cos\left(\pi\frac{d - d}{\lambda}\right)\cos(20\pi t - 10\pi)$$

Ta có: $10\pi \in k2\pi \Rightarrow$ Để sóng tại M cùng pha với nguồn thì $\cos\left(\pi\dfrac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) = 1$

$$\Rightarrow \pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = k2\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = 2k\lambda$$

Kết hợp với điều kiện $d_2 + d_1 = S_1S_2$ ta có hệ:

$$\begin{cases} d_2 - d_1 = 2k\lambda \\ d_2 + d_1 = S_1S_2 \end{cases} \Rightarrow d_2 = k\lambda + \frac{S_1S_2}{2} \text{ mà } 0 < d_2 < S_1S_2$$

$$\Rightarrow 0 < k\lambda + \frac{S_1S_2}{2} < S_1S_2 \Rightarrow -\frac{S_1S_2}{2\lambda} < k < \frac{S_1S_2}{2\lambda}$$

$$\Rightarrow -\frac{10\lambda}{2\lambda} < k < \frac{10\lambda}{2\lambda} \Rightarrow -5 < k < 5 \Rightarrow k = 4 - (-4) + 1 = 9$$

Hoặc $k = 0; \pm1, \pm2; \pm3; \pm4$. Có 9 giá trị

Chọn đáp án B.

Ví dụ 2: Hai nguồn sóng kết hợp trên mặt nước cách nhau một đoạn $S_1S_2 = 9\lambda$ có phương trình sóng $u = A\cos\omega t$ (cm). Trên đoạn S₁S₂, số điểm có biên độ cực đại và ngược pha với nguồn là

A. 8. B. 9 C. 17. D. 16.

Phân tích và hướng dẫn giải

Phương trình dao động tại M là

$$u_M = 2A\cos\frac{\pi(d_2-d_1)}{\lambda}\cos\left(\omega t - \frac{\pi(d_2+d_1)}{\lambda}\right)$$

Vì M thuộc đường nối hai nguồn nên $d_1 + d_2 = S_1S_2 = 9\lambda$

$\Rightarrow u_M = 2\cos(\pi\frac{d_2-d_1}{\lambda})\cos(20\pi t - 9\pi)$

Ta có: $9\pi \in (2k+1)\pi \Rightarrow$ Để sóng tại M dao động với biên độ cực đại và ngược pha với nguồn thì $\cos\left(\pi\frac{d_2-d_1}{\lambda}\right) = 1$

$\Rightarrow \pi\frac{d_2-d_1}{\lambda} = k2\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = 2k\lambda$

Kết hợp với điều kiện $d_2 + d_1 = S_1S_2$ ta có hệ:

$$\begin{cases} d_2 - d_1 = 2k\lambda \\ d_2 + d_1 = S_1S_2 \end{cases} \Rightarrow d_2 = k\lambda + \frac{S_1S_2}{2} \text{ mà } 0 < d_2 < S_1S_2$$

$$\Rightarrow 0 < k\lambda + \frac{S_1S_2}{2} < S_1S_2 \Rightarrow -\frac{S_1S_2}{2\lambda} < k < \frac{S_1S_2}{2\lambda}$$

$$\Rightarrow -\frac{9\lambda}{2\lambda} < k < \frac{9\lambda}{2\lambda} \Rightarrow -4{,}5 < k < 4{,}5 \Rightarrow k = 4 - (-4) + 1 = 9$$

Hoặc $k = 0; \pm1, \pm2; \pm3; \pm4$. Có 9 giá trị.

Chọn đáp án B

Dạng 4: *Dạng toán về đường trung trực của đoạn nối hai nguồn đồng pha*

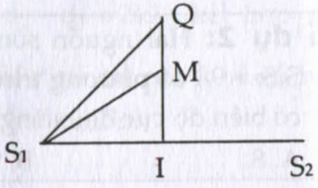
- Đường trung trực của đoạn nối hai nguồn đồng pha là một vân giao thoa cực đại.
- Phương trình sóng của một điểm M thuộc đường trung trực có dạng:

$$u_M = 2A\cos\frac{\pi(d_2-d_1)}{\lambda}\cos\left(\omega t - \frac{\pi(d_2+d_1)}{\lambda}\right)$$

Do M thuộc đường trung trực nên $d_2 = d_1 = d$

$$u_M = 2A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

M dao động đồng pha với hai nguồn:



* Để M thuộc đường trung trực dao động đồng pha với 2 nguồn: $\frac{2\pi d}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow d = k\lambda$

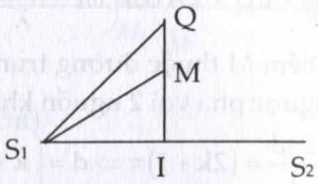
* Để M thuộc đường trung trực dao động đồng pha với 2 nguồn và M gần trung điểm của đường nối hai nguồn nhất thì: $d = k\lambda \ge S_1I = \frac{S_1S_2}{2} \Rightarrow k \ge \frac{S_1S_2}{2\lambda}$, k nguyên. Lấy giá trị nhỏ nhất của k thay vào $d = k\lambda$ để xác định vị trí điểm M gần I nhất.

* Số điểm dao động đồng pha với nguồn trên đoạn IQ cho trước:

$$\frac{S_1S_2}{2} \le d \le S_1Q \Rightarrow \frac{S_1S_2}{2} \le k\lambda \le S_1Q \Rightarrow \frac{S_1S_2}{2\lambda} \le k \le \frac{\sqrt{S_1I^2 + IQ^2}}{\lambda}$$

$\Rightarrow$ Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu điểm dao động đồng pha với nguồn trên đoạn IQ.

M dao động ngược pha với hai nguồn:



* Để M thuộc đường trung trực dao động ngược pha với 2nguồn:

$$\frac{2\pi d}{\lambda} = (2k+1)\pi \Rightarrow d = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

* Để M thuộc đường trung trực dao động ngược pha với 2 nguồn và M gần trung điểm của đường nối hai nguồn nhất thì :

$$d = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \ge S_1I = \frac{S_1S_2}{2} \Rightarrow k \ge \frac{S_1S_2}{2\lambda} - \frac{1}{2}, \text{ k nguyên.}$$

Lấy giá trị nhỏ nhất của k thay vào $d = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ để xác định vị trí điểm M gần I nhất.

* Số điểm dao động ngược pha với nguồn trên đoạn IQ cho trước:

$$\frac{S_1S_2}{2} \le d \le S_1Q \Rightarrow \frac{S_1S_2}{2} \le \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \le S_1Q$$

$$\Rightarrow \frac{S_1S_2}{2\lambda} - \frac{1}{2} \le k \le \frac{\sqrt{S_1I^2 + IQ^2}}{\lambda} - \frac{1}{2} \Rightarrow$$

Có bao nhiêu giá trị của k sẽ có bấy nhiêu điểm dao động đồng pha với nguồn trên đoạn IQ.

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Trên mặt nước có 2 nguồn sóng giống nhau A và B cách nhau 12cm đang dao động vuông góc với mặt nước tạo ra sóng có bước sóng 1,6 cm. Điểm C cách đều 2 nguồn và cách trung điểm O của AB một khoảng 8 cm. số điểm dao động ngược pha với nguồn trên đoạn CO là:

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

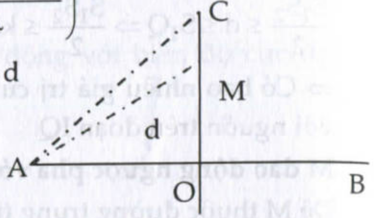
Phân tích và hướng dẫn giải

Do hai nguồn dao động cùng pha (2 nguồn giống nhau) nên để đơn giản ta cho pha ban đầu của chúng bằng 0.

Phương trình của hai nguồn: $u_A = u_B = a\cos\omega t$ (cm)

Phương trình sóng của một điểm M thuộc đường trung trực có dạng:

$$u_M = 2A\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\cos\left(\omega t - \frac{\pi(d_2 + d_1)}{\lambda}\right)$$



Do M thuộc đường trung trực nên $d_2 = d_1 = d$

nên: $u_M = 2A\cos\left(\omega t - \dfrac{2\pi d}{\lambda}\right)$

Điểm M thuộc đường trung trực dao động ngược pha với 2 nguồn khi:

$$\frac{2\pi d}{\lambda} = (2k+1)\pi \Rightarrow d = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Số điểm dao động ngược pha với nguồn trên đoạn CO:

$$\frac{AB}{2} \le d \le AC \Rightarrow \frac{AB}{2} \le \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \le AC \Rightarrow \frac{AB}{2\lambda} - \frac{1}{2} \le k \le \frac{\sqrt{AO^2 + OC^2}}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{2.1,6} - \frac{1}{2} \le k \le \frac{\sqrt{6^2 + 8^2}}{1,6} - \frac{1}{2} \Rightarrow 3,25 \le k \le 5,75 \Rightarrow k = 4;5$$

Hay k chỉ nhận hai giá trị $k = 4$ và $k = 5$.

Vậy trên đoạn CO có 2 điểm dao dộng ngược pha với nguồn.

Chọn đáp án A

Nhận xét: *Cách trình bày trên là để các bạn nắm rõ phương pháp giải dạng toán này còn khi làm trắc nghiệm sẽ làm nhanh như sau:*

Điểm M thuộc đường trung trực dao động ngược pha với 2 nguồn khi:

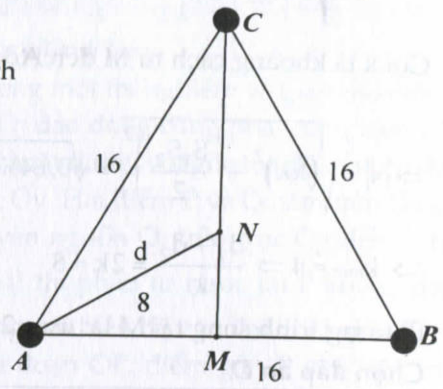
$$\begin{cases} d = \left(k + \dfrac{1}{2}\right)\lambda \\ AO \le d \le AC \end{cases} \Rightarrow \frac{AO}{\lambda} - \frac{1}{2} \le k \le \frac{\sqrt{AO^2 + OC^2}}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

Thay số là có ngay đáp án.

Ví dụ 2: Ba điểm A,B,C trên mặt nước là ba đỉnh của tam giac đều có cạnh 16cm trong đó A và B là hai nguồn phát sóng có phương trình $u_1 = u_2 = 2\cos(20\pi t)$(cm) sóng truyền trên mặt nước không suy giảm và có vận tốc 20 (cm/s). M trung điểm của AB. Số điểm dao động cùng pha với điểm C trên đoạn MC là:

A. 5 B. 4 C. 2 D. 3

Phân tích và hướng dẫn giải



Bước sóng: $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{20}{10} = 2$(cm)

Gọi N là điểm nằm trên đoạn MC cách A và B một khoảng d với

$\dfrac{AB}{2} = 8$(cm) $\le d < AC = 16$(cm).

Phương trình sóng tổng hợp tại N:

$$u_N = 4\cos\left(20\pi t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) = 4\cos(20\pi t - \pi d)\text{(cm)}$$

Phương trình sóng tổng hợp tại C:

$$u_C = 4\cos\left(20\pi t - \frac{2\pi AC}{\lambda}\right) = 4\cos(20\pi t - 16\pi)\text{(cm)}$$

Điểm N dao động cùng pha với C:

$\Rightarrow \pi d - 16\pi = k2\pi \Rightarrow d = 16 + 2k\text{(cm)} \Rightarrow 8 \le 16 + 2k < 16$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4 \le k < 0 \\ k \in Z \end{cases} \Rightarrow k = -4, -3, -2, -1$$

$\Rightarrow$ Có 4 điểm dao động cùng pha với C.

Chọn đáp án B

Nhận xét : *Với bài toán trên cách giải tìm phương trình của hai điểm đề yêu cầu và sau đó tìm độ lệch pha của hai điểm đó mà đề yêu cầu là cùng pha, ngược pha, vuông pha... cuối cùng kết hợp với tính chất của tam giác mà tìm đáp án chính xác.*

Ví dụ 3: Hai nguồn S_1, S_2 cách nhau 6cm, phát ra hai sóng có phương trình $u_1 = u_2 = a\cos 200\pi t$. Sóng sinh ra truyền với tốc độ 0,8 m/s. Điểm M trên mặt chất lỏng cách đều và dao động cùng pha với S_1,S_2 và gần S_1S_2 nhất có phương trình là

A. $u_M = 2a\cos(200\pi t - 12\pi)$

B. $u_M = 2\sqrt{2}\,a\cos(200\pi t - 8\pi)$

C. $u_M = \sqrt{2}a\cos(200\pi t - 8\pi)$

D. $u_M = 2a\cos(200\pi t - 8\pi)$

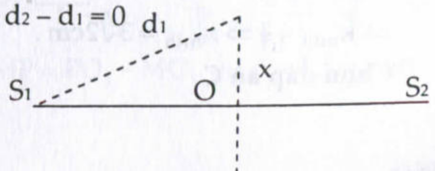
Phân tích và hướng dẫn giải

Phương trình sóng tổng quát tổng hợp tại M là:

$$u_M = 2a\cos\left(\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right)\cos\left(20\pi t - \pi\frac{d_2 + d_1}{\lambda}\right)$$

Với M cách đều S_1, S_2 nên $d_1 = d_2$. Khi đó $d_2 - d_1 = 0$

$\Rightarrow \cos\left(\pi\dfrac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) = 1 \rightarrow A = 2a$



Để M dao động cùng pha với S_1, S_2 thì:

$$\pi\frac{d_1+d_2}{\lambda}=k2\pi\Rightarrow\frac{d_1+d_2}{\lambda}=2k\Rightarrow d_1=d_2=k\lambda$$

Gọi x là khoảng cách từ M đến AB: $d_1=d_2=\sqrt{x^2+\left(\frac{S_1S_2}{2}\right)^2}=k\lambda$

$$\Rightarrow|x|=\sqrt{(k\lambda)^2-\left(\frac{S_1S_2}{2}\right)^2}=\sqrt{0,64k^2-9}\ge0\Rightarrow0,64k^2-9\ge0\Leftrightarrow k\ge3,75$$

$$\Rightarrow k_{min}=4\Rightarrow\frac{d_1+d_2}{\lambda}=2k=8$$

Phương trình sóng tại M là: $u_M=2a\cos(200\pi t-8\pi)$ cm

Chọn đáp án D

Ví dụ 4: Trên mặt nước có hai nguồn kết hợp S_1, S_2 cách nhau $6\sqrt{2}$ cm dao động theo phương trình $u=a\cos20\pi t$. Biết tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 0,4 m/s và biên độ sóng không đổi trong quá trình truyền. Điểm gần nhất ngược pha với các nguồn nằm trên đường trung trực của S_1S_2 cách S_1S_2 một đoạn:

A. 6 cm. B. 2 cm. C. $3\sqrt{2}$ cm D. 18 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

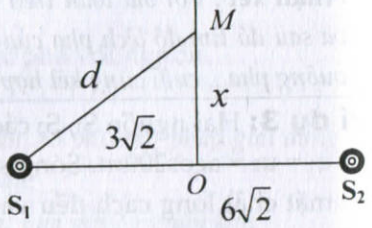
Bước sóng: $\lambda=\frac{v}{f}=\frac{40}{10}=4(\text{cm})$

Phương trình sóng tổng hợp tại M là:

$$u_M=2a\cos\left(\pi\frac{d_2-d_1}{\lambda}\right)\cos\left(20\pi t-\pi\frac{d_2+d_1}{\lambda}\right)$$

Để M dao động ngược pha với S_1, S_2 thì:

$$\pi\frac{d_2+d_1}{\lambda}=(2k+1)\pi\Rightarrow d_2+d_1=(2k+1)\lambda$$



Với $d_1=d_2$ ta có: $d_2=d_1=d=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$

Gọi x là khoảng cách từ M đến S_1S_2:

$$\Rightarrow d=\sqrt{x^2+\left(\frac{S_1S_2}{2}\right)^2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}\Rightarrow|x|=\sqrt{\left[(2k+1)\frac{\lambda}{2}\right]^2-\left[\frac{S_1S_2}{2}\right]^2}$$

$$\Rightarrow|x|=\sqrt{4(2k+1)^2-18}\ge0\Rightarrow4(2k+1)^2\ge18\Rightarrow k\ge0,56$$

$$\Rightarrow k_{min}=1\Rightarrow x_{min}=3\sqrt{2}\text{cm}.$$

Chọn đáp án C

Khi làm trắc nghiệm ta làm nhanh như sau:

M dao động ngược pha với nguồn nên $AM=d=\left(k+\frac{1}{2}\right)\lambda=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$

Từ đó áp dụng các bước ở dưới sẽ có đáp án nhanh hơn

Ví dụ 5 (Trích đề thi đại học 2013): Trong một thí nghiệm về giao thoa sóng nước, hai nguồn sóng kết hợp O_1 và O_2 dao động cùng pha, cùng biên độ. Chọn hệ tọa độ vuông góc Oxy (thuộc mặt nước) với gốc tọa độ là vị trí đặt nguồn O_1 còn nguồn O_2 nằm trên trục Oy. Hai điểm P và Q nằm trên Ox có OP = 4,5 cm và OQ = 8cm. Dịch chuyển nguồn O_2 trên trục Oy đến vị trí sao cho góc $\widehat{PO_2Q}$ có giá trị lớn nhất thì phần tử nước tại P không dao động còn phần tử nước tại Q dao động với biên độ cực đại. Biết giữa P và Q không còn cực đại nào khác. Trên đoạn OP, điểm gần P nhất mà các phần tử nước dao động với biên độ cực đại cách P một đoạn là

A. 1,1 cm. B. 3,4 cm. C. 2,5 cm. D. 2,0 cm.

Hướng dẫn giải

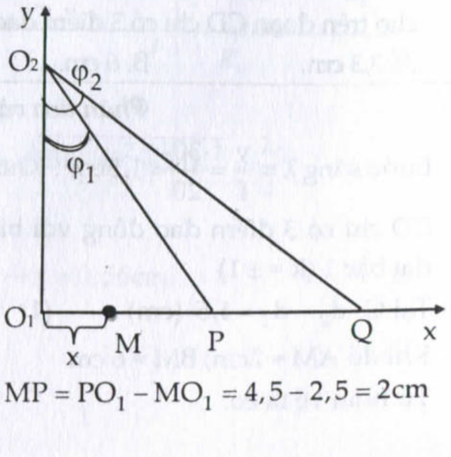
Đặt $O_1O_2=a\Rightarrow\tan\widehat{PO_2Q}=\tan(\varphi_2-\varphi_1)=\frac{\tan\varphi_2-\tan\varphi_1}{1+\tan\varphi_2\tan\varphi_1}$

$$\Leftrightarrow\tan\widehat{PO_2Q}=\frac{\frac{8}{a}-\frac{4,5}{a}}{1+\frac{8}{a}.\frac{4,5}{a}}=\frac{3,5}{a+\frac{36}{a}}\le\frac{3,5}{2\sqrt{a.\frac{36}{a}}}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a=\frac{36}{a}\Rightarrow a=6\text{cm}$

Theo bài ra: $PO_1=4,5\text{cm}\Rightarrow PO_2=\sqrt{(O_1O_2)^2+(PO_1)^2}=\sqrt{6^2+4,5^2}=7,5\text{cm}$

$$QO_1=8\text{cm}\Rightarrow QO_2=\sqrt{(O_1O_2)^2+(QO_1)^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10\text{cm}$$



P dao động với biên độ cực tiểu,

Q dao động với biên độ cực đại nên:

$$\begin{cases}PO_2-PO_1=\left(k+\frac{1}{2}\right)\lambda=3\\QO_2-QO_1=k\lambda=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\lambda=2\text{cm}\\k=1\end{cases}$$

Gọi M là điểm gần P nhất dao động với biên độ cực đại, khi đó M phải nằm trên cực đại thứ 2 vậy k = 2:

$$MO_2-MO_1=k\lambda$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{36+x^2}-x=2.2=4\Rightarrow x=2,5\text{cm}\Rightarrow MP=PO_1-MO_1=4,5-2,5=2\text{cm}$$

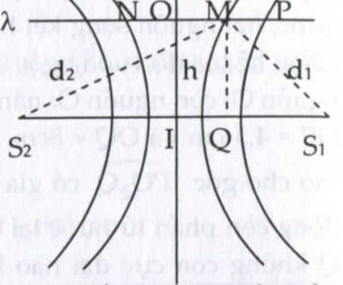
Chọn đáp án D

Dạng 5: *Dạng toán về đường thẳng kẻ song song với đường nối 2 nguồn đồng pha*

- Kẻ đường thẳng song song với S₁S₂ và cách S₁S₂ một đoạn h

* Điểm M gần điểm O nhất dao động với biên độ cực đại

- M dao động với biên độ cực đại: $d_2 - d_1 = k\lambda$
- M dao động với biên độ cực đại gần O nhất khi k = 1: $d_2 - d_1 = \lambda$ (1)



Từ hình vẽ ta có

$d_2^2 = S_2Q^2 + MQ^2 = (S_2I + OM)^2 + h^2$ (2)

$d_1^2 = S_1Q^2 + MQ^2 = (S_1I - OM)^2 + h^2$ (3)

Giải hệ 3 phương trình để tìm OM bằng cách: lấy (3) – (2) tìm được d₂ – d₁. Sau đó kết hợp với (1) để tìm d₂. Thay d₂ vào (2) để tìm OM.

* Điểm M xa điểm O nhất dao động với biên độ cực đại

- Để tìm điểm M xa điểm O nhất dao động với biên độ cực đại, chúng ta phải xác định được số vân giao thoa cực đại, tức là xác định các giá trị của k. Sau đó lấy giá trị lớn nhất của k thay vào biểu thức điều kiện: $d_2 - d_1 = k\lambda$ và làm tương tự như trên để tìm OM.

* *Chú ý: Việc tìm điểm M dao động với biên độ cực tiểu gần O nhất và xa O nhất tương tự như việc tìm điểm M dao động với biên độ cực đại ở trên.*

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Tại hai điểm A và B trên mặt nước cách nhau 8 cm có hai nguồn kết hợp dao động với phương trình: $u_1 = u_2 = a\cos 40\pi t$ (cm), tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 30cm/s. Xét đoạn thẳng CD = 4cm trên mặt nước có chung đường trung trực với AB. Khoảng cách lớn nhất từ CD đến AB sao cho trên đoạn CD chỉ có 3 điểm dao dộng với biên độ cực đại là:

A. 3,3 cm. B. 6 cm. C. 8,9 cm. D. 9,7 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

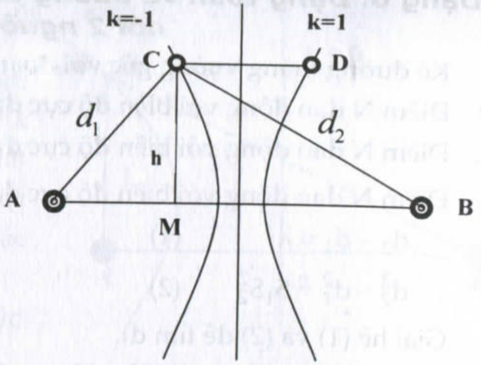
Bước sóng $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{30}{20} = 1,5$cm . Khoảng cách lớn nhất từ CD đến AB mà trên CD chỉ có 3 điểm dao đông với biên độ cực đại, C và D thuộc các vân cực đại bậc 1 (k = ± 1)

Tại C: $d_2 - d_1 = 1,5$ (cm) (1)

Khi đó AM = 2cm; BM = 6 cm

Từ hình vẽ ta có:

$$\begin{cases} d_1^2 = AM^2 + MC^2 = 4 + h^2 \\ d_2^2 = BM^2 + MC^2 = 36 + h^2 \end{cases}$$



$\Rightarrow d_2^2 - d_1^2 = 32$

$\Leftrightarrow (d_2 + d_1)(d_2 - d_1) = 32$

$\Rightarrow d_2 + d_1 = \frac{32}{d_2 - d_1} = \frac{32}{1,5} = \frac{64}{3}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ:

$$\begin{cases} d_2 - d_1 = 1,5 \\ d_2 + d_1 = \frac{64}{3} \end{cases} \Rightarrow d_1 = \frac{\frac{64}{3} - 1,5}{2} = 9,92$$

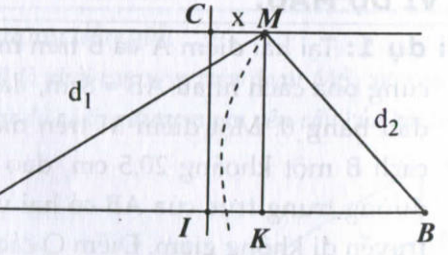
$\Rightarrow h = \sqrt{d_1^2 - 2^2} = \sqrt{9,92^2 - 4} = 9,7$cm .

Chọn đáp án D

Ví dụ 2: Trong thí nghiệm giao thoa trên mặt nước, hai nguồn sóng kết hợp A và B dao động cùng pha, cùng tần số, cách nhau AB = 8cm tạo ra hai sóng kết hợp có bước sóng λ = 2cm. Trên đường thẳng (Δ) song song với AB và cách AB một khoảng là 2cm, khoảng cách ngắn nhất từ giao điểm C của (Δ) với đường trung trực của AB đến điểm M dao động với biên độ cực tiểu là

A. 0,43 cm. B. 0,5 cm. C. 0,56 cm. D. 0,64 cm.

Phân tích và hướng dẫn giải



M dao động cực tiểu gần C nhất nên M thuộc cực tiểu k = 0

Lúc đó: $d_1 - d_2 = (k + \frac{1}{2})\lambda = \frac{1}{2}\lambda$ (1)

Gọi x là khoảng cách từ M đến C:

$d_1 = \sqrt{(AI + x)^2 + MK^2}$

$d_2 = \sqrt{(BI - x)^2 + MK^2}$

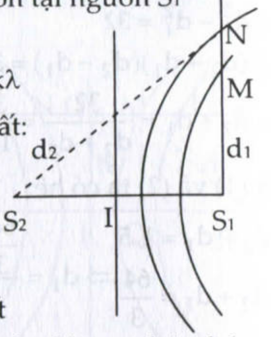
Thay vào (1): $d_1 - d_2 = \sqrt{(AI + x)^2 + MK^2} - \sqrt{(BI - x)^2 + MK^2} = \frac{\lambda}{2}$

Thay số vào giải phương trình:

$d_1 - d_2 = \sqrt{(4 + x)^2 + 2^2} - \sqrt{(4 - x)^2 + 2} = 1 \to x = 0,56$cm

Chọn đáp án C

Dạng 6: *Dạng toán về đường thẳng kẻ vuông góc với đường nối 2 nguồn đồng pha*



- Kẻ đường thẳng vuông góc với đoạn nối hai nguồn tại nguồn S₁

* Điểm N dao động với biên độ cực đại xa S₁ nhất

- Điểm N dao động với biên độ cực đại: $d_2 - d_1 = k\lambda$
- Điểm N dao động với biên độ cực đại và xa S₁ nhất:

$$d_2 - d_1 = \lambda \qquad (1)$$

$$d_2^2 - d_1^2 = S_1S_2^2 \qquad (2)$$

Giải hệ (1) và (2) để tìm d₁.

* Điểm M dao động với biên độ cực đại gần S₁ nhất

- Để tìm điểm M gần điểm S₁ nhất dao động với biên độ cực đại, chúng ta phải xác định được số vân giao thoa cực đại, tức là xác định các giá trị của k. Sau đó lấy giá trị lớn nhất của k thay vào biểu thức điều kiện: $d_2 - d_1 = k\lambda$ và làm tương tự như trên để tìm d₁.

* *Chú ý:*

- *Việc tìm điểm M dao động với biên độ cực tiểu gần S₁ nhất và xa S₁ nhất tương tự như việc tìm điểm M dao động với biên độ cực đại ở trên.*
- *Đối với đường thẳng kẻ vuông góc với đoạn nối hai nguồn nhưng cắt hai nguồn tại điểm khác điểm S₁ hoặc S₂, chúng ta phải xác định được đường thẳng đó cắt những vân giao thoa cực đại cực tiểu nào, sau đó làm tương tự như ở trên.*

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Tại hai điểm A và B trên mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng cơ cùng pha cách nhau AB = 8cm, dao động với tần số f = 20Hz và pha ban đầu bằng 0. Một điểm M trên mặt nước, cách A một khoảng 25 cm và cách B một khoảng 20,5 cm, dao động với biên độ cực đại. Giữa M và đường trung trực của AB có hai vân giao thoa cực đại. Coi biên độ sóng truyền đi không giảm. Điểm Q cách A khoảng L thỏa mãn AQ ⊥ AB. Tính giá trị cực đại của L để điểm Q dao động với biên độ cực đại.

A. 20,6cm B. 20,1cm C. 10,6cm D. 16cm

Phân tích và hướng dẫn giải

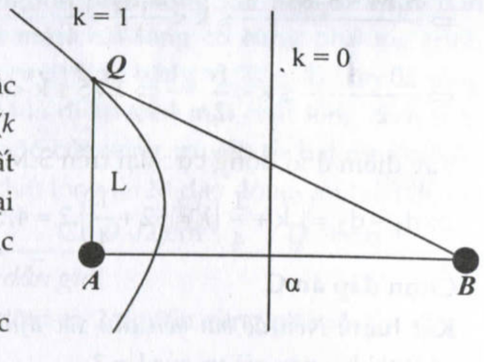
Theo bài ra: Giữa M và đường trung trực của AB có hai vân giao thoa cực đại mà M dao động với biên độ cực đại nên M là cực đại thứ 3.

$$AM - BM = k\lambda = 3\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{AM - BM}{3} = \frac{25 - 20{,}5}{3} = 1{,}5\text{cm}$$

Điều kiện để tại Q có cực đại giao thoa là hiệu đường đi từ Q đến hai nguồn sóng phải bằng số nguyên lần bước sóng:

$$BQ - AQ = \sqrt{L^2 + a^2} - L = k\lambda\,;$$

$k = 1, 2, 3...$ và a = AB



Khi L càng lớn đường AQ cắt các cực đại giao thoa có bậc càng nhỏ (*k* càng bé), vậy ứng với giá trị lớn nhất của L để tại Q có cực đại nghĩa là tại Q đường AQ cắt đường cực đại bậc 1 (*k* = 1).

Thay các giá trị đã cho vào biểu thức trên ta nhận được:

$$\sqrt{L_{max}^2 + 64} - L_{max} = 1{,}5 \Rightarrow L_{max} = 20{,}6(\text{cm})$$

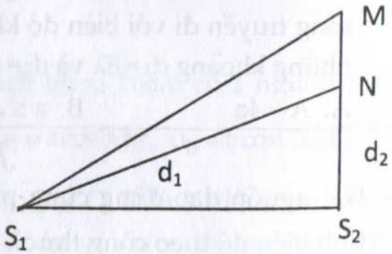
Chọn đáp án A

Ví dụ 2: Có hai nguồn dao động kết hợp S₁ và S₂ trên mặt nước cách nhau 8cm có phương trình dao động lần lượt là $u_{s1} = 2\cos(10\pi t - \frac{\pi}{4})$ (mm) và $u_{s2} = 2\cos(10\pi t + \frac{\pi}{4})$ (mm). Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 10cm/s. Xem biên độ của sóng không đổi trong quá trình truyền đi. Điểm M trên mặt nước cách S₁ khoảng S₁M = 10cm và S₂ khoảng S₂M = 6cm. Điểm dao động cực đại trên S₂M xa S₂ nhất là

A. 3,07cm. B. 2,33cm. C. 4,86cm. D. 6cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Với bài toán này việc làm quan trọng nhất là phải tìm xem trên đoạn MS₂ xem có bao nhiêu điểm dao động với biên độ cực đại từ đó sẽ tìm được ngay yêu cầu của bài toán.



Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10}{5} = 2\text{cm}$

$S_1M^2 = S_1S_2{}^2 + S_2M^2 \Rightarrow \Delta S_1S_2M \perp$ tại S_2

Theo bài ra: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$

N dao động cực đại khi: $\Delta\varphi_N = k2\pi$

Áp dụng công thức:

$$d_1 - d_2 = (\Delta\varphi_N + \Delta\varphi)\frac{\lambda}{2\pi} \Rightarrow d_1 - d_2 = \left(k2\pi + \frac{\pi}{2}\right)\frac{\lambda}{2\pi} = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda$$

Tính cho hai điểm M, S₂ nên: $S_1M - S_2M \le d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda < S_1S_2 - S_2S_2$

$$\Rightarrow \frac{S_1M - S_2M}{\lambda} - \frac{1}{4} \le k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10-6}{2} - \frac{1}{4} \le k < \frac{8}{2} - \frac{1}{4} \Rightarrow 1{,}75 \le k < 3{,}75 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 3 \end{cases}$$

Vậy điểm dao động cực đại trên S_2M xa S_2 nhất ứng với $k = 2$

$$\Rightarrow d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda = \left(2 + \frac{1}{4}\right).2 = 4{,}5 \Leftrightarrow \sqrt{d_2^2 + 8^2} - d_2 = 4{,}5 \Rightarrow d_2 = 4{,}86\text{cm}$$

Chọn đáp án C

Kết luận: *Nếu đề bài yêu cầu xác định điểm dao động cực đại trên S_2M gần S_2 nhất thì lúc này giá trị của $k = 3$*

$$\Rightarrow d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda = \left(3 + \frac{1}{4}\right).2 = 6{,}5 \Leftrightarrow \sqrt{d_2^2 + 8^2} - d_2 = 6{,}5 \Rightarrow d_2 = 1{,}67\text{cm}$$

Nếu đề bài yêu cầu xác định điểm dao động cực tiểu trên S_2M gần hay xa S_2 nhất thì làm tương tự thôi.

Dạng 7: *Dạng toán về xác định biên độ dao động*

+ Nếu hai nguồn khác biên độ :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)\right]$$

+ Nếu hai nguồn cùng biên độ:

$$A_M = 2A\left|\cos\left(\pi\frac{d_1 - d_2}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)\right| \quad \text{với } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Trên mặt một chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp cùng pha có biên độ a và 3a dao động vuông góc với mặt thoáng chất lỏng. Nếu cho rằng sóng truyền đi với biên độ không thay đổi thì tại một điểm cách hai nguồn những khoảng $d_1 = 8\lambda$ và $d_2 = 6\lambda$ sẽ có biên độ dao động A là bao nhiêu?

A. $A = 4a$ B. $a \le A \le 3a$ C. $A = 2A$ D. $A = 3A$

Hướng dẫn giải

Hai nguồn dao động cùng pha $(\varphi_2 - \varphi_1 = 0)$ nhưng khác biên độ vì thế ta tính biên độ theo công thức:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)\right]$$

$$= a^2 + 9a^2 + 2.a.3a.\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(8\lambda - 6\lambda) - 0\right] = 16a^2 \Rightarrow A = 4a$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 2: Tại mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng kết hợp S_1 và S_2 dao động theo phương vuông góc với mặt chất lỏng có cùng phương trình $u = 9\cos 20\pi t$ (trong đó u tính bằng cm, t tính bằng s). Tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 40cm/s. Gọi M là điểm trên mặt chất lỏng cách S_1, S_2 lần lượt là 19cm và 12cm. Coi biên độ của sóng truyền từ hai nguồn trên đến điểm M là không đổi. Phần tử chất lỏng tại M dao động với biên độ là

A. 12 cm B. 18 cm C. $9\sqrt{2}$ cm D. 9 cm

Hướng dẫn giải

Hai nguồn cùng phương trình: $2\cos 40\pi t \Rightarrow$ 2 nguồn cùng pha $\Rightarrow \Delta\varphi = 0$

Tần số sóng: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10\text{Hz}$

Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{40}{10} = 4\text{cm}$

$d_1 = 19\text{cm}$, $d_2 = 12\text{cm}$

Do hai nguồn dao động cùng biên độ nên biên độ dao động tại M:

$$A_M = 2a\left|\cos\left(\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\right| = 2.9\left|\cos\left(\pi\frac{19-12}{4} - 0\right)\right| = 9\sqrt{2}\text{cm}$$

Chọn đáp án C

Tất nhiên ta cũng tính được theo công thức của hai nguồn khác biên độ:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)\right]$$

$$= 9^2 + 9^2 + 2.9.9.\cos\left[\frac{2\pi}{4}(19 - 12) - 0\right]$$

$$= 9^2 + 9^2 + 2.9.9.\cos\left(\frac{7\pi}{2}\right) = 9^2 + 9^2 \Rightarrow A = 9\sqrt{2}\text{cm}$$

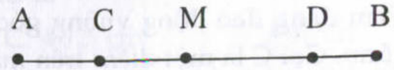
🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Tại 2 điểm A,B trên mặt chất lỏng cách nhau 16cm có 2 nguồn phát sóng kết hợp dao động theo phương trình $u_1 = a\cos 30\pi t$, $u_b = b\cos\left(30\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 30cm/s. Gọi C, D là 2 điểm trên đoạn AB sao cho AC = DB = 2cm. Số điểm dao động với biên độ cực tiểu trên đoạn CD là:

A.12 B. 11 C. 10 D. 13

Phân tích và hướng dẫn giải

Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{30}{15} = 2\text{cm}$



Độ lệch pha giữa hai nguồn: $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

Áp dụng công thức: $(d_1 - d_2) = (\Delta\varphi_M - \Delta\varphi)\frac{\lambda}{2\pi}$

Vì M nằm trên đường cực tiểu nên: $\Delta\varphi_M = (2k+1)\pi$

$$\Rightarrow (d_1 - d_2) = \left((2k+1)\pi + \frac{\pi}{2}\right)\frac{2}{2\pi} = 2k + \frac{3}{2}$$

Số điểm cực đại trên đoạn CD thỏa mãn:

$\Leftrightarrow AC - BC \le d_1 - d_2 \le AD - BD$

$$\Leftrightarrow 2 - 14 \le 2k + \frac{3}{2} \le 14 - 2 \Rightarrow -6,75 \le k \le 5,25 \Rightarrow k = -6; \pm5; \pm4; \pm3; \pm2; \pm1; 0$$

Chọn đáp án A

Câu 2: Ở mặt chất lỏng có hai nguồn sóng A, B cách nhau 19 cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình là $u_A = u_B = a\cos 20\pi t$ (với t tính bằng s). Tốc độ truyền sóng của mặt chất lỏng là 40 cm/s. Gọi M là điểm ở mặt chất lỏng gần A nhất sao cho phần tử chất lỏng tại M dao động với biên độ cực đại và cùng pha với nguồn A . Khoảng cách AM là

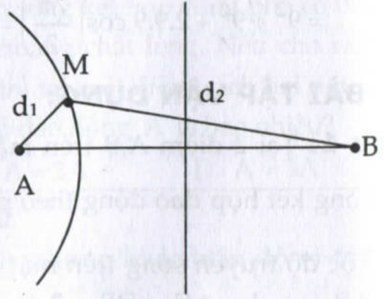
A. 5 cm. B. 2 cm. C. 4 cm. D. $2\sqrt{2}$ cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{40}{10} = 4\text{cm}$

Xét điểm M: có $AM = d_1$; $BM = d_2$

Phương trình sóng tại M: $u_M = 2a\cos\left(\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\right)\cos\left(20\pi t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda}\right)$



Điểm M dao động với biên độ cực đại, cùng pha với nguồn A khi:

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\right) = 1 \\ \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} = k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_2 - d_1 = 2l\lambda \\ d_2 + d_1 = 2k\lambda \end{cases}$$

$\Rightarrow d_1 = |k - l|\lambda$

Từ biểu thức thu được ở trên suy ra điểm M gần A nhất ứng với $|k - l| = 1$

$\Rightarrow d_{min} = 1\lambda = 4\text{cm}$

Chọn đáp án C

Câu 3: Trên mặt nước có hai nguồn giống nhau A, B cách nhau một đoạn 12cm đang dao động vuông góc với mặt nước tạo ra sóng với bước sóng 1,6cm. Gọi C là một điểm trên mặt nước cách đều hai nguồn và cách trung điểm O của đoạn AB một khoảng 8cm. Hỏi trên đoạn CO, số điểm dao động cùng pha với nguồn là:

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

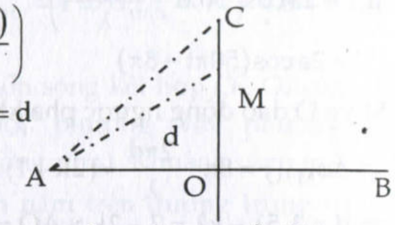
Phân tích và hướng dẫn giải

Do hai nguồn dao động cùng pha (hai nguồn giống nhau) nên để đơn giản ta cho pha ban đầu của chúng bằng 0.

Phương trình của hai nguồn: $u_A = u_B = a\cos\omega t$ (cm)

Phương trình sóng của một điểm M thuộc đường trung trực có dạng:

$$u_M = 2A\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\cos\left(\omega t - \frac{\pi(d_2 + d_1)}{\lambda}\right)$$



Vì M thuộc đường trung trực nên $d_2 = d_1 = d$

nên: $u_M = 2A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$

Điểm M thuộc đường trung trực dao động cùng pha với 2 nguồn khi:

$$\frac{2\pi d}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow d = k\lambda$$

Số điểm dao động ngược pha với nguồn trên đoạn CO:

$$\frac{AB}{2} \le d \le AC \Rightarrow \frac{AB}{2} \le k\lambda \le AC \Rightarrow \frac{AB}{2\lambda} \le k \le \frac{\sqrt{AO^2 + OC^2}}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{2.1,6} \le k \le \frac{\sqrt{6^2 + 8^2}}{1,6} \Rightarrow 3,75 \le k \le 6,25 \Rightarrow k = 4; 5; 6 \text{ (do k nguyên)}$$

Vậy trên đoạn CO có 3 điểm dao động cùng pha với nguồn.

Chọn đáp án B

Nhận xét: *Khi làm trắc nghiệm sẽ làm nhanh như sau:*

Điểm M thuộc đường trung trực dao động cùng pha với 2 nguồn khi:

$$\begin{cases} d = k\lambda \\ AO \le d \le AC \end{cases} \Rightarrow \frac{AO}{\lambda} \le d \le \frac{\sqrt{AO^2 + OC^2}}{\lambda}$$

Thay số là có ngay đáp án.

Câu 4: Ở mặt chất lỏng có hai nguồn sóng A, B cách nhau 16 cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình là $u_A = u_B = a\cos 50\pi t$ (với t tính bằng s). Tốc độ truyền sóng ở mặt chất lỏng là 50 cm/s. Gọi O là trung điểm của AB, điểm M ở mặt chất lỏng nằm trên đường trung trực của AB và gần O nhất sao cho phần tử chất lỏng tại M dao động ngược pha với phần tử chất lỏng tại O. Khoảng cách MO là

A. $\sqrt{17}$ cm. B. 4 cm. C. $4\sqrt{2}$ cm D. $6\sqrt{2}$ cm

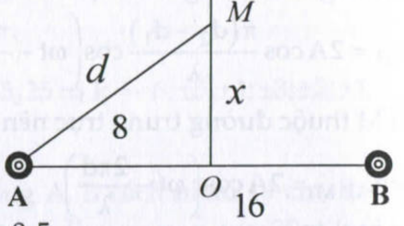
Phân tích và hướng dẫn giải

Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{2\pi.50}{50\pi} = 2cm$

Vì M và O nằm trên đường trung trực của hai nguồn nên

Phương trình sóng tại một M là: $u_M = 2a\cos\left(50\pi t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$

Phương trình sóng tại một O là:



$$u_O = 2a\cos\left(50\pi t - \frac{2\pi.OA}{\lambda}\right)$$

$$= 2a\cos(50\pi t - 8\pi)$$

M và O dao động ngược pha khi:

$\Rightarrow \Delta\varphi_{M/O} = 8\pi - \frac{2\pi d}{\lambda} = (2k+1)\pi$

$\Rightarrow d = 3,5\lambda - k\lambda = 7 - 2k > AO = 8 \Rightarrow k < -0,5$

Vậy: $d_{min} \Leftrightarrow k_{max} = -1 \Rightarrow d_{min} = 9 \Rightarrow OM_{min} = \sqrt{d_{min}^2 - OA^2} = \sqrt{17}cm$

Chọn đáp án A

Câu 5: Hai nguồn kết hợp S₁,S₂ cách nhau một khoảng 50mm trên mặt nước phát ra hai sóng kết hợp có phương trình $u_1 = u_2 = 2\cos 200\pi t(mm)$. Vận tốc truyền sóng trên mặt nước là 0,8 m/s. Điểm gần nhất dao động cùng pha với nguồn trên đường trung trực của S₁S₂ cách nguồn S₁ bao nhiêu:

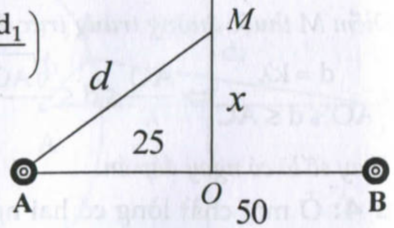
A. 16mm B. 32mm C. 8mm D. 24mm

Phân tích và hướng dẫn giải

Giải 1:

Phương trình sóng tổng quát tổng hợp tại M là:

$$u_M = 2a\cos\left(\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right)\cos\left(200\pi t - \pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right)$$



Với M cách đều S₁, S₂ nên d₁ = d₂.

Khi đó d₂ – d₁ = 0

$\Rightarrow \cos\left(\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) = 1 \Rightarrow A = 2a$

Để M dao động cùng pha với S₁, S₂ thì:

$\pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda} = k2\pi \Rightarrow \frac{d_1 + d_2}{\lambda} = 2k \Rightarrow d_1 = d_2 = d = k\lambda$

Gọi x là khoảng cách từ M đến S₁ và S₂:

$$d_1 = d_2 = d = \sqrt{x^2 + \left(\frac{S_1S_2}{2}\right)^2} = k\lambda$$

$\Rightarrow |x| = \sqrt{(k\lambda)^2 - \left(\frac{S_1S_2}{2}\right)^2} = \sqrt{0,64k^2 - 6,25} \geq 0$

$\Rightarrow 0,64k^2 - 6,25 \geq 0 \Rightarrow k \geq 3,125 \Rightarrow k_{min} = 4 \Rightarrow d = 4\lambda = 32$ mm.

Chọn đáp án B.

Giải nhanh bài này như sau:

Điểm M dao động cùng pha với nguồn S₁ nên phải cách S₁ một đoạn d = kλ

Nhìn từ hình vẽ ta thấy:

$d = k\lambda \geq S_1O \Rightarrow 8k \geq 25 \Rightarrow k \geq 3,125 \Rightarrow k_{min} = 4 \Rightarrow d_{min} = 4\lambda = 4.8 = 32mm$

Chọn B

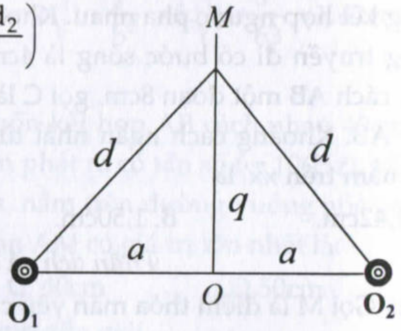
Câu 6: Trên mặt một chất lỏng, có hai nguồn sóng kết hợp O₁, O₂ cách nhau l = 24cm, dao động theo cùng một phương với phương trình $u_{o1} = u_{o2} = A\cos\omega t$ (t tính bằng s A tính bằng mm). Khoảng cách ngắn nhất từ trung điểm O của O₁O₂ đến các điểm nằm trên đường trung trực của O₁O₂ dao động cùng pha với O bằng q = 9cm. Số điểm dao động với biên độ bằng O trên đoạn O₁O₂ là:

A. 18 B. 16 C. 20 D. 14

Phân tích và hướng dẫn giải

Phương trình dao động tại một điểm khi có giao thoa:

$$u = 2A\cos\left(\pi\frac{d_1 - d_2}{\lambda}\right)\cos\left(\omega t - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right)$$



Phương trình dao động tại O:

$u = 2A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi a}{\lambda}\right)$ (với $l = 2a$)

Phương trình dao động tại M:

$u = 2A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$

Độ lệch pha của M so với O: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d - a)$

M dao động cùng pha với O nên: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d - a) = 2k\pi \Rightarrow d - a = k\lambda$

Điểm M gần O nhất thì: k = 1

$\Rightarrow \lambda = d - a = \sqrt{a^2 + q^2} - a = \sqrt{12^2 + 9^2} - 12 = 3cm$

Số cực đại trên O₁O₂:

$-\frac{l}{\lambda} \leq k \leq \frac{l}{\lambda} \Rightarrow -8 \leq k \leq 8$: $k = \pm 8; \pm 7; \pm 6; \pm 5; \pm 4; \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0$

Có 17 cực đại trên O₁O₂ (kể cả O), vậy có 16 điểm dao động với biên độ bằng O

Chọn đáp án B

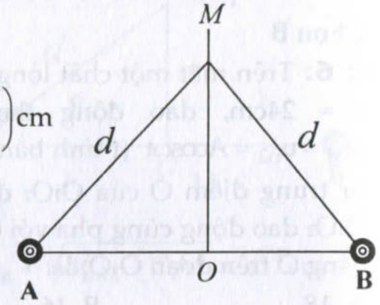
Câu 7: Hai nguồn sóng kết hợp, đặt tại A và B cách nhau 20cm dao động theo phương trình u = acos(ωt) trên mặt nước, coi biên độ không đổi, bước sóng $\lambda = 3$cm. Gọi O là trung điểm của AB. Một điểm nằm trên đường trung trực AB, dao động cùng pha với các nguồn A và B, cách A hoặc B một đoạn nhỏ nhất là

A.12cm B.10cm C.13.5cm D.15cm

Phân tích và hướng dẫn giải

Biểu thức sóng tại A, B là: u = acosωt

Xét điểm M trên trung trực của AB:



AM = BM = d (cm) ≥ 10 cm

Biểu thức sóng tại M: $u_M = 2a\cos\left(\omega t - \dfrac{2\pi d}{\lambda}\right)$cm

Điểm M dao động cùng pha với nguồn khi

$\dfrac{2\pi d}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow d = k\lambda = 3k \geq 10 \Rightarrow k \geq 3{,}33$

$\Rightarrow k_{min} = 4 \Rightarrow d_{min} = 4\lambda = 4.3 = 12$cm

Chọn đáp án A

Câu 8: Trong thí nghiệm giao thoa trên mặt chất lỏng với 2 nguồn A, B phát sóng kết hợp ngược pha nhau. Khoảng cách giữa 2 nguồn là AB = 16cm. Hai sóng truyền đi có bước sóng là 4cm. Trên đường thẳng xx' song song với AB, cách AB một đoạn 8cm, gọi C là giao điểm của xx' với đường trung trực của AB. Khoảng cách ngắn nhất từ C đến điểm dao động với biên độ cực đại nằm trên xx' là

A. 1,42cm. B. 1,50cm. C. 2,15cm. D. 2,25cm

Phân tích và hướng dẫn giải

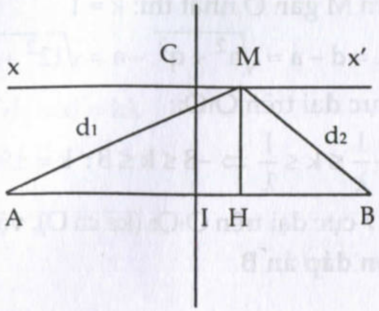
Cách 1: Gọi M là điểm thỏa mãn yêu cầu và đặt CM = x,

Khoảng cách ngắn nhất từ C đến điểm dao động với biên độ cực tiểu nằm trên xx′ thì M thuộc cực tiểu thứ nhất k = 0

$$d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \Leftrightarrow \sqrt{8^2 + (8+x)^2} - \sqrt{8^2 + (8-x)^2} = 2 \Leftrightarrow x = 1{,}42\text{cm}$$

Cách 2

Xét điểm M:



AM = d_1; BM = d_2; x = CM = IH

Điểm M dao động với biên độ cực tiểu

Khi: $d_1 - d_2 = (k + 0{,}5)\,\lambda$

Điểm M gần C nhất khi k = 0

$d_1 - d_2 = 0{,}5\lambda = 2$ (cm) (*)

$d_1^2 = (8 + x)^2 + 8^2$; $d_2^2 = (8 - x)^2 + 8^2$

$\Rightarrow d_1^2 - d_2^2 = 32x \Rightarrow d_1 + d_2 = 16x$ (**)

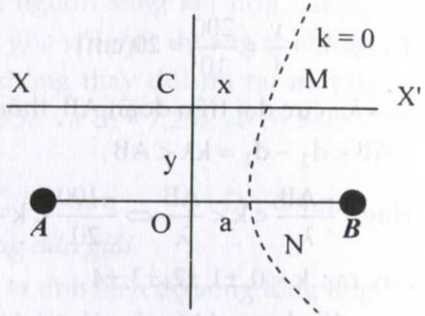
Từ (*) và (**) $\Rightarrow d_1 = 8x + 1$

$d_1^2 = (8 + x)^2 + 8^2 = (8x + 1)^2 \Rightarrow 63x^2 = 128 \Rightarrow x = 1{,}42$ cm.

Chọn D

Cách 3

Bạn có thể giải theo phương trình hypecbol như sau: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$



Trong đó N là đỉnh hypecbol với đường cực tiểu gần trung trực nhất kết hợp với hai nguồn cùng pha nên $ON = a = \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{4}{4} = 1$cm với c là tiêu điểm và $c = OB = OA = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{16}{2} = 8$cm

Ta có: $b^2 = c^2 - a^2 = 8^2 - 1^2 = 63$

Theo bài ra thì khoảng cách giữa xx′ với AB là y = 8cm

Vì thế từ phương trình: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow x = a\sqrt{1 + \dfrac{y^2}{b^2}} = 1.\sqrt{1 + \dfrac{8^2}{63}} = 1{,}42$cm

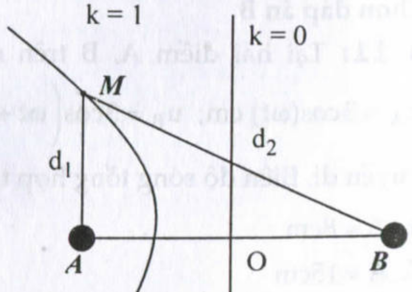
Chọn đáp án A

Câu 9: Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn kết hợp AB cách nhau 40cm dao động cùng pha. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số f = 10(Hz), vận tốc truyền sóng 2(m/s). Gọi M là một điểm nằm trên đường vuông góc với AB tại A dao đông với biên độ cực đại. Đoạn AM có giá trị lớn nhất là:

A. 20cm B. 30cm C. 40cm D.50cm

Phân tích và hướng dẫn giải

+ Ta có $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{200}{10} = 20$(cm).



+ Do M là một cực đại giao thoa nên để đoạn AM có giá trị lớn nhất thì M phải nằm trên vân cực đại bậc 1 như hình vẽ và thỏa mãn:

$d_2 - d_1 = k\lambda = 1.20 = 20$(cm) (1).

Mặt khác, do tam giác AMB là tam giác vuông tại A nên ta có:

$AM = d_2 = \sqrt{(AB^2) + (AM^2)} = \sqrt{40^2 + d_1^2}$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được: $\sqrt{40^2 + d_1{}^2} - d_1 = 20 \Rightarrow d_1 = 30(\text{cm})$

Chọn đáp án B

Câu 10: Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn kết hợp AB cách nhau 100cm dao động cùng pha. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số f = 10(Hz), vận tốc truyền sóng 2(m/s). Gọi M là một điểm nằm trên đường vuông góc với AB tại A dao đông với biên độ cực đại. Đoạn AM có giá trị nhỏ nhất là:

A. 5,28cm B. 22,5cm C. 12cm D. 30cm

Phân tích và hướng dẫn giải

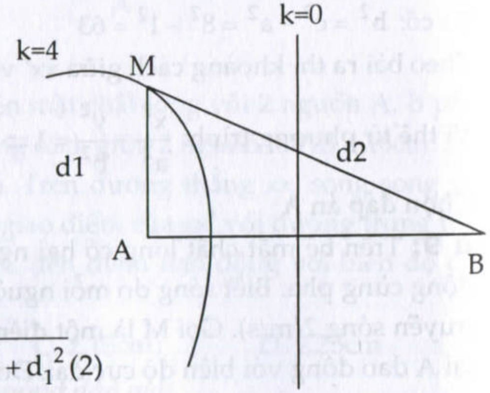
Ta có $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{200}{10} = 20(\text{cm})$.

Số vân cực đại trên đoạn AB thõa mãn điều kiện:

$-AB < d_2 - d_1 = k\lambda < AB$.

Hay : $\frac{-AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda} \Leftrightarrow \frac{-100}{20} < k < \frac{100}{20} \Leftrightarrow -5 < k < 5$.

Suy ra : $k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4$.



Vậy để đoạn AM có giá trị bé nhất thì M phải nằm trên đường cực đại bậc 4 (k = 4) như hình vẽ và thõa mãn:

$d_2 - d_1 = k\lambda = 4.20 = 80(\text{cm})$

Mặt khác, do tam giác AMB là tam giác vuông tại A nên ta có:

$MB = d_2 = \sqrt{(AB^2) + (AM^2)} = \sqrt{100^2 + d_1{}^2} (2)$

Thay (2) vào (1) ta được:

$\sqrt{100^2 + d_1{}^2} - d_1 = 80 \Rightarrow d_1 = 22,5(\text{cm})$

Chọn đáp án B

Câu 11: Tại hai điểm A, B trên mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng: $u_A = 5\cos(\omega t)$ cm; $u_B = 3\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$ cm. Coi biên độ sóng không đổi khi truyền đi. Biên độ sóng tổng hợp tại trung điểm của đoạn AB

A. $A = 8\text{cm}$ B. $A = \sqrt{34 + 15\sqrt{2}}$ cm

C. $A = 15\text{cm}$ D. 2cm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Biên độ sóng tổng hợp tại trung điểm của đoạn AB nên $d_1 = d_2$

Hai nguồn dao động khác biên độ vì thế ta tính biên độ theo công thức:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)\right]$$

$$= 5^2 + 3^2 + 2.5.3.\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(0) - \left(\frac{\pi}{4} - 0\right)\right]$$

$$= 5^2 + 3^2 + 2.5.3.\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 34 + 15\sqrt{2} \Rightarrow A = \sqrt{34 + 15\sqrt{2}}\,\text{cm}$$

Chọn đáp án B

Câu 12: Trên mặt một chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp cùng pha có biên độ 7mm và 8mm dao động vuông góc với mặt thoáng chất lỏng. Nếu cho rằng sóng truyền đi với biên độ không thay đổi thì tại một điểm M cách hai nguồn những khoảng d₁ = 12,75λ và d₂ = 7,25λ sẽ có biên độ dao động là bao nhiêu?

A. 7,5 mm B. 1 mm C. 15 mm D. 56 mm

Phân tích và hướng dẫn giải

Do hai nguồn có biên độ khác nhau nên ta tính biên độ sóng tổng hợp tại M theo công thức tổng hợp dao động điều hòa:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)\right]$$

$$= 7^2 + 8^2 + 2.7.8.\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(12,75\lambda - 7,25\lambda) - 0\right]$$

$$= 7^2 + 8^2 + 2.7.8.\cos 11\pi = 1$$

$\Rightarrow A = 1\text{cm}$

Chọn đáp án B

Chuyên đề 3

SÓNG DỪNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN.

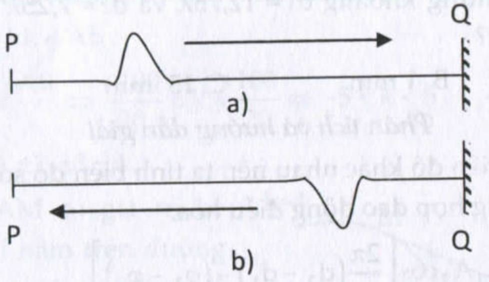
1. Sự phản xạ của sóng.

Khi sóng gặp một vật cản hoặc điểm cuối của môi trường có sóng truyền tới thì ít nhất một phần của sóng bị phản xạ lại.

a) Phản xạ của sóng trên vật cản cố định

Thực nghiệm cho thấy, khi phản xạ trên vật cản cố định biến dạng của dây bị đảo chiều.

Tại sao khi phản xạ trên vật cản cố định, biến dạng bị đảo chiều?



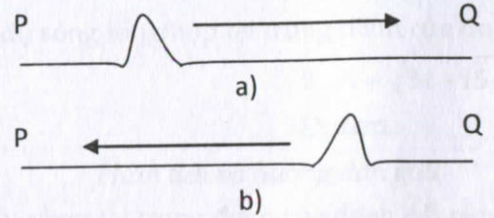
Khi biến dạng (xung) tới đầu Q, nó tác dụng một lực hướng lên vào giá đỡ (tường). Theo định luật 3 niutơn, giá đỡ tác dụng một lực bằng và ngược chiều vào dây. Phản lực này sinh ra một xung tại giá đỡ. Xung này truyền trên dây theo chiều ngược với xung tới. Trong phản xạ này, phải có một nút tại giá đỡ, vì dây bị giữ cố định tại đó. Xung tới và xung phản xạ trái dấu nhau, để chúng triệt tiêu lẫn nhau tại điểm đó.

Vậy, *khi phản xạ trên vật cản cố định, sóng phản xạ luôn ngược pha với sóng tới ở điểm phản xạ.*

b) Phản xạ của sóng trên vật cản tự do

Thực nghiệm cho thấy, khi phản xạ trên vật cản tự do biến dạng của dây không bị đảo chiều.

Tại sao khi phản xạ trên vật cản tự do, biến dạng không bị đảo chiều?



Nếu điểm cuối dây để tự do thì nó không chịu lực kéo lại của giá đỡ hay của phần dây sau nó, nên nó dịch chuyển vượt quá biên độ bình thường của sóng. Điểm cuối của dây kéo dây lên phía trên và lực kéo này làm phát sinh một xung phản xạ đồng pha với xung tới.

Vậy, khi phản xạ trên vật cản tự do, sóng phản xạ luôn cùng pha với sóng tới ở điểm phản xạ.

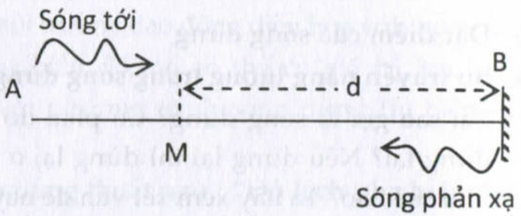
2. Sóng dừng

a) Định nghĩa: *Sóng truyền trên sợi dây đàn hồi trong trường hợp xuất hiện các nút và các bụng gọi là sóng dừng.*

Sóng dừng được hình thành là kết quả của sự giao thoa sóng tới và sóng phản xạ. Những điểm trên dây, tại đó các sóng triệt tiêu nhau thì không dao động và được gọi là *nút*. Những điểm tại đó các sóng đồng pha với nhau thì dao động với biên độ cực đại và được gọi là *bụng*.

Những *nút* và *bụng* xen kẽ, cách đều nhau.

b) Giải thích sự tạo thành sóng dừng trên dây.



Xét dao động của một phần tử tại điểm M trên dây cách đầu cố định B một khoảng MB = d. Giả sử vào thời điểm *t*, sóng tới đến B và truyền tới đó một dao động có phương trình dao động là: $u_B = A\cos\omega t = A\cos 2\pi ft$

Chọn gốc tọa độ tại B, chiều dương là chiều từ B đến M.

Phương trình sóng tới tại M: $u_M = A\cos\left(\omega t + \dfrac{2\pi d}{\lambda}\right)$

Phương trình sóng phản xạ tại B: $u'_B = -A\cos(\omega t) = A\cos(2\pi ft - \pi)$

Phương trình sóng phản xạ tại M: $u'_M = A\cos\left(2\pi ft - \pi - \dfrac{2\pi d}{\lambda}\right)$

Như vậy, tại M đồng thời nhận được hai dao động cùng phương, cùng tần số. Do đó, dao động tại M là tổng hợp của hai dao động do sóng tới và sóng phản xạ truyền đến:

$$u = u_M + u'_M = A\cos\left(2\pi ft + \frac{2\pi d}{\lambda}\right) + A\cos\left(2\pi ft - \pi - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(2\pi ft - \frac{\pi}{2}\right)$$

* Biên độ sóng tại M: $A_M = \left|2A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\right|$

Biên độ này phụ thuộc khoảng cách d từ M đến B (đầu cố định của dây).

+ Nếu khoảng cách $d = k\frac{\lambda}{2}$ thì biên độ dao động tại M bằng 0, tại M có một nút.

+ Nếu khoảng cách $d = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$ thì biên độ dao động tại đó đạt giá trị cực đại, ở đó có một bụng sóng.

c) Khoảng cách giữa nút và bụng trong sóng dừng

- Hai nút liên tiếp cách nhau một khoảng bằng $\frac{\lambda}{2}$
- Hai bụng liên tiếp cách nhau một khoảng bằng $\frac{\lambda}{2}$
- Khoảng cách giữa bụng sóng và nút sóng liền kề bằng $\frac{\lambda}{4}$.

3. Đặc điểm của sóng dừng

a. Sự truyền năng lượng trong sóng dừng

Tại sao gọi là sóng dừng? Có phải do năng lượng không truyền đi mà dừng lại? Nếu dừng lại thì dừng lại ở đâu? Nếu có truyền đi thì truyền như thế nào? Ta hãy xem xét vấn đề này.

Nút luôn đứng yên nên nó không thực hiện công. Do đó năng lượng không truyền qua được *nút*. *Bụng* không biến dạng, sức căng dây tại bụng bằng 0, nên *bụng* cũng không thực hiện công. Do đó, năng lượng cũng không truyền được qua *bụng*. Như vậy, năng lượng của mỗi đoạn dây dài bằng 1/4 bước sóng có một đầu là *nút*, đầu kia là *bụng* thì không đổi. Nói cách khác, năng lượng "dừng" trong mỗi đoạn dây như vậy. Năng lượng của mỗi đoạn dây là không đổi, không có sự truyền năng lượng từ đoạn dây này sang đoạn dây kia.

Trong mỗi đoạn dây có sự truyền năng lượng không? Có sự biến đổi từ động năng sang thế năng không? Có sự truyền năng lượng từ điểm này sang điểm khác của mỗi đoạn dây mà ta xét. Nếu trong 1/4 chu kì, năng lượng truyền từ trái sang phải ví dụ từ *nút* tới *bụng* thì trong 1/4 chu kì tiếp theo năng lượng truyền từ phải sang trái, từ *bụng* tới *nút*.

Tóm lại: Năng lượng "dừng" trong mỗi đoạn dây dài 1/4 bước sóng có một đầu là *nút*, một đầu là *bụng*. Năng lượng không truyền ra khỏi đoạn dây cũng như không truyền vào đoạn dây qua *nút* và *bụng*. Mặt khác, trong mỗi

đoạn dây thì năng lượng lại truyền qua lại từ đầu này tới đầu kia, đồng thời có sự chuyển đổi qua lại giữa động năng và thế năng. Vì thế, khi xét về sự bảo toàn năng lượng, đoạn dây tương đương con lắc lò xo.

b. Sự dao động của các điểm trên dây khi có sóng dừng

Trên đoạn dây, trong điều kiện lí tưởng, các nút hoàn toàn đứng yên, các điểm còn lại vẫn dao động với vận tốc dao động (cần phân biệt được tốc độ dao động của phần tử môi trường với tốc đột truyền sóng).

Thời gian giữa hai lần sợi dây duỗi thẳng liên tiếp là $\frac{T}{2}$ (Khi dây duỗi thẳng, li độ của bụng = 0. Thời gian giữa hai lần liên tiếp li độ bụng sóng = 0 là một nửa chu kì).

c. Tính tuần hoàn của sóng dừng

* **Tính tuần hoàn theo không gian:**

Biên độ của phần tử vật chất tại một điểm khi có sóng dừng:

$$A_M = 2A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)$$

Vậy, ta coi biên độ của phần tử môi trường dao động điều hòa với chu kì λ.

Trong trường hợp chỉ xét riêng biên độ, nó có thể có giá trị âm hoặc dương, nhưng khi xét chung với phương trình sóng dừng thì biên độ luôn dương.

Khi chỉ quan tâm tới biên độ, ta dùng thuật ngữ : **"Độ lệch pha biên độ"** dao động trong sóng dừng. Như vậy, trên sợi dây đàn hồi đang có sóng dừng ổn định cách nhau một khoảng d thì **độ lệch pha biên độ** là:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}.$$

Công thức trên sẽ rất tiện lợi trong việc tính biên độ tại một điểm trên dây đang có sóng dừng khi biết khoảng cách từ nó tới điểm *nút* hoặc *bụng*. Khi xét tới **độ lệch pha biên độ** này ta không cần quan tâm tới sớm pha hay trễ pha vì điều ta quan tâm là độ lớn của biên độ dao động.

* **Tính tuần hoàn theo thời gian:**

Phương trình sóng dừng tại một điểm:

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(2\pi ft - \frac{\pi}{2}\right)$$

Dựa vào phương trình trên có thể nhận xét rằng : **Các điểm trên sợi dây đàn hồi khi có sóng dừng chỉ có thể CÙNG PHA hoặc NGƯỢC PHA.**

- Xét hai điểm M, N trên sợi dây đang có sóng dừng ổn định với phương trình lần lượt là

$$u_M = 2A\cos\left(\frac{2\pi d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(2\pi ft - \frac{\pi}{2}\right)$$

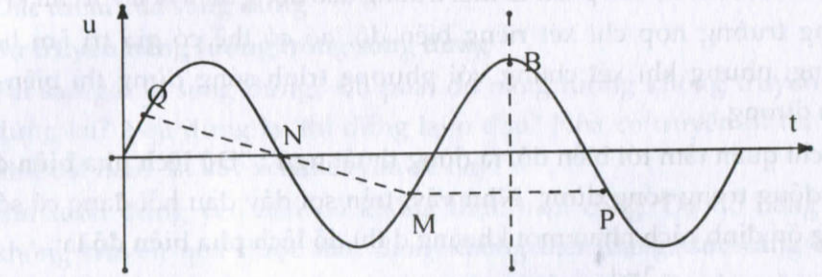
$$u_N = 2A\cos\left(\frac{2\pi d_2}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(2\pi ft - \frac{\pi}{2}\right)$$

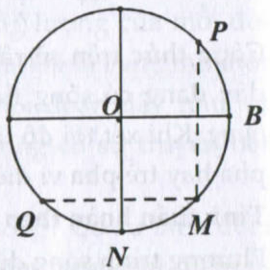
+ Khi $\left[2A\cos\left(\frac{2\pi d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\right]\left[2A\cos\left(\frac{2\pi d_2}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\right] > 0$ thì M, N cùng pha dao động nghĩa là phương trình biên độ mang cùng 1 dấu (tức cùng âm hoặc cùng dương) thì chúng dao động cùng pha.

+ Khi $\left[2A\cos\left(\frac{2\pi d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\right]\left[2A\cos\left(\frac{2\pi d_2}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\right] < 0$ thì M, N ngược pha dao động nghĩa là biểu thức biên độ trái dấu nhau.

- **Vị trí các điểm dao động cùng pha, ngược pha**

+ Các điểm đối xứng qua một *bụng* thì đồng pha (đối xứng với nhau qua đường thẳng đi qua bụng sóng và vuông góc với phương truyền sóng). Các điểm đối xứng với nhau qua một *nút* thì dao động ngược pha.

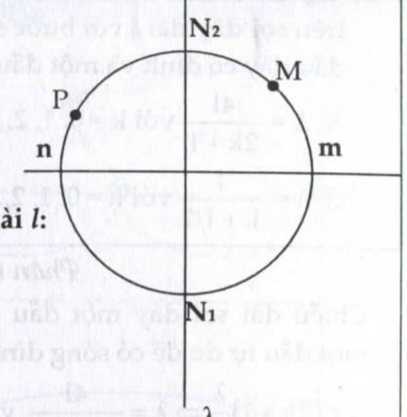




- M, P đối xứng qua bụng B nên cùng pha dao động. Dễ thấy phương trình biên độ của M và P cùng dấu. Suy ra, M và P dao động cùng pha.
- M, Q đối xứng qua nút N nên ngược pha dao động. Dễ thấy phương trình biên độ của M và Q ngược dấu nhau. Suy ra M và Q dao động ngược pha.

+ Các điểm thuộc cùng một bó sóng (khoảng giữa hai nút liên tiếp) thì dao động cùng pha vì tại đó phương trình biên độ không đổi dấu. Các điểm nằm ở hai phía của một nút thì dao động ngược pha vì tại đó phương trình biên độ đổi dấu khi qua nút.

Mọi điểm thuộc bó sóng N_1mN_2 có phương trình biên độ mang cùng dấu dương.



Vậy, chúng dao động cùng pha.

Các điểm thuộc hai bó sóng liên tiếp N_1mN_2 có biên độ mang dấu dương và bó sóng N_2nN_1 có biên độ mang dấu âm.

Từ đó M và P dao động ngược pha.

4. **Điều kiện để có sóng dừng trên sợi dây dài *l*:**

* Hai đầu là nút sóng: $l = k\frac{\lambda}{2}$ $(k \in N^*)$

Số bụng sóng = số bó sóng = k

Số nút sóng = k + 1

* Một đầu là nút sóng còn một đầu là bụng sóng: $l = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$ $(k \in N)$

Số bó sóng nguyên = k

Số bụng sóng = số nút sóng = k + 1

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Xác định số nút sóng, bụng sóng, bó sóng

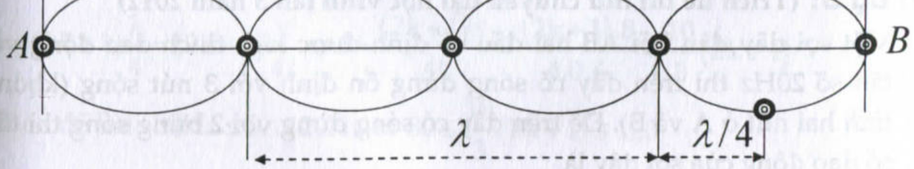
🕮 VÍ DỤ MẪU

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013) Trên một sợi dây có sóng dừng với bước sóng là λ, trên dây quan sát thấy 4 bụng sóng. Khoảng cách giữa nút sóng thứ 2 đến bụng sóng thứ 4 là

A. λ/2 B. 2.λ. C. 5λ/4. D. λ.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có hình vẽ:



Ta xem A là nút thứ nhất vì thế khoảng cách giữa nút sóng thứ 2 đến bụng sóng thứ 4 là: $\lambda + \frac{\lambda}{4} = \frac{5\lambda}{4}$

Chọn đáp án C

Ví dụ 2: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 2 năm 2013) Sóng truyền trên sợi dây dài l với bước sóng λ, để có sóng dừng trên sợi dây với một đầu dây cố định và một đầu dây tự do thì

A. $\lambda = \frac{4l}{2k+1}$ với k = 0, 1, 2,… B. $l = k\lambda/2$ với k = 1, 2, 3,…

C. $\lambda = \frac{l}{k+1/2}$ với k = 0, 1, 2,... D. $l = (2k+1)\lambda$ với k = 0, 1, 2,…

Phân tích và hướng dẫn giải

Chiều dài sợi dây một đầu cố định, một đầu tự do để có sóng dừng là:

$$l=(2k+1)\frac{\lambda}{4}\Rightarrow \lambda=\frac{4l}{(2k+1)} \quad \text{với } k = 0;1;2...$$

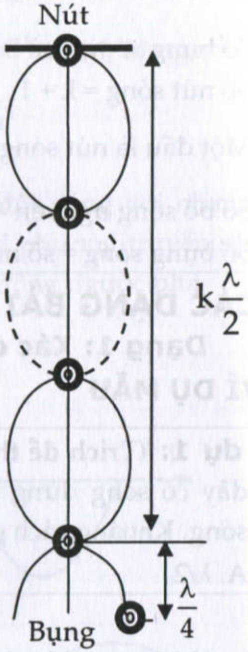
Chọn đáp án A

Nhận xét: *để nhớ công thức trên đôi khi dễ dàng nhưng rất dễ nhầm lẫn. Khi sử dụng hình vẽ chúng ta sẽ có được công thức trên nhanh và chính xác hơn nhiều, sau này khi giải các bài toán về tính nút, bụng, bó sóng hay chiều dài tương ứng thì sử dụng hình vẽ là tốt nhất*

Từ hình vẽ ta có chiều dài dây thỏa mãn:

$$l = k\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4}=(2k+1)\frac{\lambda}{4}\Rightarrow\lambda=\frac{4l}{2k+1}$$

với k = 0; 1; 2...



Ví dụ 3: (Trích đề thi thử chuyên đại học vinh lần 3 năm 2012) Một sợi dây đàn hồi AB hai đầu cố định được kích thích dao động với tần số 20Hz thì trên dây có sóng dừng ổn định với 3 nút sóng (không tính hai nút ở A và B). Để trên dây có sóng dừng với 2 bụng sóng thì tần số dao động của sợi dây là

A. 10 Hz. B. 12 Hz. C. 40 Hz. D. 50 Hz.

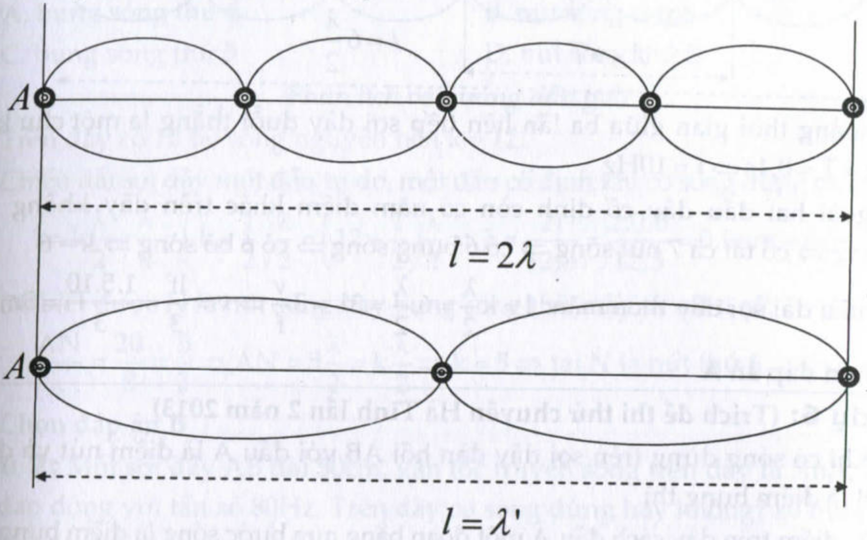
Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: khi tần số f = 20Hz thì sóng dừng có 5 nút kể cả A và B nên có 4 bó sóng. Vậy chiều dài dây thỏa mãn: $l = k\frac{\lambda}{2} = 4.\frac{\lambda}{2} = 2\lambda = \frac{2v}{f}$ (1)

Khi tần số f' thì sóng dừng có 2 bụng sóng nên có 2 bó sóng. Vậy chiều dài dây lúc này: $l = k'\frac{\lambda'}{2} = 2.\frac{\lambda'}{2} = \lambda' = \frac{v}{f'}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{2v}{f} = \frac{v}{f'} \Rightarrow f' = \frac{f}{2} = \frac{20}{2} = 10\text{Hz}$

Sau đây là hình vẽ biểu diễn quá trình trên:



Chọn đáp án A

Ví dụ 4: (Trích đề thi thử chuyên đại học Vinh lần 3 năm 2012) Một sợi dây đàn hồi dài 60cm, tốc độ truyền sóng trên dây 8m/s, treo lơ lửng trên một cần rung. Cần dao động theo phương ngang với tần số f thay đổi từ 80Hz đến 120Hz. Trong quá trình thay đổi tần số, có bao nhiêu giá trị tần số có thể tạo sóng dừng trên dây?

A. 15. B. 8. C. 7. D. 6.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chiều dài dây thỏa mãn:

$$l=(2k+1)\frac{\lambda}{4}=(2k+1)\frac{v}{4f}\Rightarrow f=\frac{(2k+1)v}{4l}=\frac{(2k+1).8}{4.0,6}=\frac{10}{3}(2k+1)$$

Theo đề bài: 80Hz ≤ f ≤ 120Hz ⇔ $80 \le \frac{10}{3}(2k+1) \le 120$

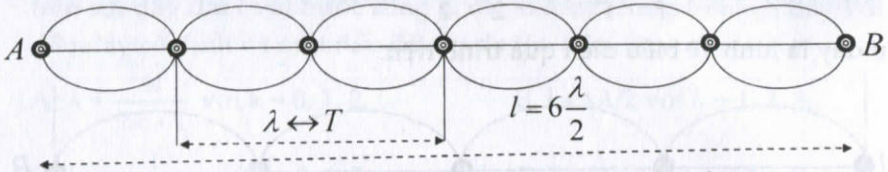
$\to 11,5 \le k \le 17,5 \Rightarrow k = 17 - 12 + 1 = 6$

Vậy có 6 giá trị của tần số cho sóng dừng trên dây. **Chọn đáp án D**

Ví dụ 5: Trong thí nghiệm về sóng dừng, trên một sợi dây đàn hồi dài 1,5 m với hai đầu cố định, người ta quan sát thấy ngoài hai đầu dây cố định còn có năm điểm khác trên dây không dao động. Biết khoảng thời gian giữa ba lần liên tiếp với sợi dây duỗi thẳng là 0,1s. Vận tốc truyền sóng trên dây là

A. 5 m/s. B. 4m/s. C. 10 m/s. D. 6 m/s.

Phân tích và hướng dẫn giải



Khoảng thời gian giữa ba lần liên tiếp sợi dây duỗi thẳng là một chu kỳ:

$\Delta t = T = 0,1s \Rightarrow f = 10Hz$

Ngoài hai đầu dây cố định còn có năm điểm khác trên dây không dao động ⇒ có tất cả 7 nút sóng ⇒ có 6 bụng sóng ⇒ có 6 bó sóng ⇒ k = 6

Chiều dài sợi dây thỏa mãn: $l = k\frac{\lambda}{2} = 6.\frac{\lambda}{2} = 3\lambda = 3\frac{v}{f} \Rightarrow v = \frac{lf}{3} = \frac{1,5.10}{3} = 5m/s$

Chọn đáp án A

Ví dụ 6: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Khi có sóng dừng trên sợi dây đàn hồi AB với đầu A là điểm nút và đầu B là điểm bụng thì

A. điểm trên dây cách đầu A một đoạn bằng nửa bước sóng là điểm bụng.

B. điểm trên dây cách đầu A một đoạn bằng một phần tư bước sóng là điểm nút.

C. điểm trên dây cách đầu B một đoạn bằng ba phần tư bước sóng là điểm bụng

D. điểm trên dây cách đầu B một đoạn bằng một phần tư bước sóng là điểm nút.

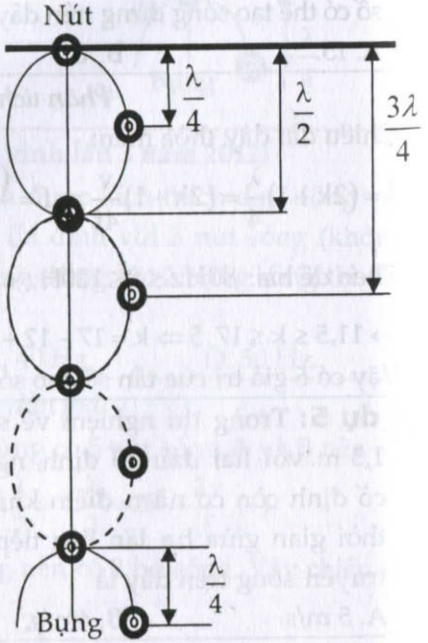
Phân tích và hướng dẫn giải

A. **(sai)** vì điểm trên dây cách đầu A một đoạn bằng nửa bước sóng không phải là bụng sóng mà là nút sóng.

B. **(sai)** vì điểm trên dây cách đầu A một đoạn bằng một phần tư bước sóng không phải là nút sóng mà là bụng sóng.

C. **(sai)** vì điểm trên dây cách đầu B một đoạn bằng ba phần tư bước sóng không phải là bụng sóng mà là nút sóng.

D. **(đúng)** vì điểm trên dây cách đầu B một đoạn bằng một phần tư bước sóng là điểm nút.



Hình vẽ trên sẽ cho cái nhìn cụ thể hơn:

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Một sợi dây AB = 50cm treo lơ lửng đầu A cố định, đầu B dao động với tần số 50Hz thì trên dây có 12 bó sóng nguyên. Khi đó điểm N cách A một đoạn 20cm là bụng hay nút sóng thứ mấy kể từ A

A. bụng sóng thứ 6

B. nút sóng thứ 6

C. bụng sóng thứ 5

D. nút sóng thứ 5

Phân tích và hướng dẫn giải

Trên dây có 12 bó sóng nguyên nên k = 12.

Chiều dài sợi dây một đầu tự do, một đầu cố định khi có sóng dừng thỏa mãn:

$$l = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} = \left(12 + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{12,5} = \frac{2.0,5}{12,5} = 0,08m = 8cm$$

Để biết được N là nút sóng hay bụng sóng thứ mấy ta xét tỉ số:

$$\frac{AN}{\lambda} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} \Rightarrow AN = 5\frac{\lambda}{2} = k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow k = 5 \Rightarrow \text{tại N là nút thứ 6.}$$

Chọn đáp án B

Câu 2: Một sợi dây AB dài 50cm, vận tốc truyền sóng trên dây là 5m/s, đầu A dao động với tần số 80Hz. Trên dây có sóng dừng hay không? số bụng sóng khi đó là :

A. Có, có16 bụng sóng.

B. Có, có 21 bụng sóng.

C. Không.

D. Có, có 15 bụng sóng.

Phân tích và hướng dẫn giải

Bài toán chưa cho biết sóng dừng tạo ra trong trường hợp nào nên ta xét cả hai trường hợp:

Trường hợp 1: Hai đầu dây cố định.

Chiều dài dây thỏa mãn: $l = k\frac{\lambda}{2} = k\frac{v}{2f} \Rightarrow k = \frac{2lf}{v} = \frac{2.0,5.80}{5} = 16 \in Z$

Suy ra có sóng dừng xảy ra ứng với 16 bụng sóng

Do trường hợp 1 thỏa mãn nên ta không xét trường hợp 2 nữa. Trường hợp 2 là sóng dừng tạo ra trên dây một đầu cố định, một đầu tự do.

Chọn đáp án A

Câu 3: Một sợi dây đàn hồi dài 130cm, có đầu A cố định, đầu B tự do dao động với tần 50 Hz, vận tốc truyền sóng trên dây là 20 m/s. Trên dây có bao nhiêu nút và bụng sóng:

A. có 6 nút sóng và 6 bụng sóng.

B. có 7 nút sóng và 6 bụng sóng.

C. có 7 nút sóng và 7 bụng sóng.

D. có 6 nút sóng và 7 bụng sóng.

Phân tích và hướng dẫn giải

Nhận xét: sóng dừng tạo ra bởi một đầu tự do, một đầu cố định

$\Rightarrow$ số nút = số bụng = số bó + 1. Vì thế loại đáp số B và D (do bụng, nút không bằng nhau)

Chiều dài sợi dây thỏa mãn:

$$l = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2f} \Rightarrow k = \frac{2lf}{v} - \frac{1}{2} = \frac{2.1,3.50}{20} - \frac{1}{2} = 6$$

Số nút = số bụng = số bó + 1 = 6 + 1 = 7.

Chọn đáp án C

Câu 4: Sợi dây AB = 35cm với đầu B tự do. Tạo ra tại A một dao động ngang có tần số f. Vận tốc truyền sóng là 3m/s, muốn có 10 bụng sóng thì tần số dao động phải là bao nhiêu ?

A. 78,4Hz B. 41,4Hz. C. 40,7Hz D. 74,1Hz

Phân tích và hướng dẫn giải

Chiều dài sợi dây thỏa mãn: $l = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2f}$

Muốn sóng dừng trên dây có 10 bụng sóng $\Rightarrow$ phải có 9 bó sóng $\Rightarrow k = 9$

$$\Rightarrow f = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2l} = \left(9 + \frac{1}{2}\right)\frac{3}{2.0,35} = 40,7\text{Hz}$$

Chọn đáp án A

Dạng 2: Xác định điều kiện để có sóng dừng trên dây

Ví dụ 1: Sợi dây đàn hồi AB, đầu A gắn với cần rung có tần số f, đầu B được giữ cố định. f_1 và f_2 là hai tần số liên tiếp để tạo ra sóng dừng trên sợi dây. Tìm tần số nhỏ nhất để tạo ra được sóng dừng trên sợi dây.

A. $f_{min} = \frac{v}{4l} = f_2 - f_1$ B. $f_{min} = \frac{v}{2l} = \frac{f_2 + f_1}{2}$

C. $f_{min} = \frac{v}{2l} = \frac{f_2 - f_1}{2}$ D. $f_{min} = \frac{v}{2l} = f_2 - f_1$

Phân tích và hướng dẫn giải

Điều kiện để có sóng dừng: $AB = l = k.\frac{\lambda}{2} = k.\frac{v}{2f} \rightarrow \frac{v}{2l} = \frac{f}{k}$ (1)

Hai tần số f_1, f_2 là hai tần số liên tiếp để tạo ra sóng dừng ứng với số bó sóng lần lượt là k và k + 1

Ta có : $\frac{v}{2l} = \frac{f_1}{k} = \frac{f_2}{k+1}$

Áp dụng tính chất: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$

Vậy: $\frac{v}{2l} = \frac{f_1}{k} = \frac{f_2}{k+1} = \frac{f_2 - f_1}{(k+1) - k} = f_2 - f_1$

Tần số nhỏ nhất để tạo sóng dừng ứng với k = 1.

$$l = k\frac{v}{2f} = 1.\frac{v}{2f_{min}} \rightarrow \boxed{f_{min} = \frac{v}{2l} = f_2 - f_1}$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 2: Sợi dây đàn hồi AB, đầu A gắn với cần rung có tần số f, đầu B tự do. f_1 và f_2 là hai tần số liên tiếp để tạo ra sóng dừng trên sợi dây. Tìm tần số nhỏ nhất để tạo ra được sóng dừng trên sợi dây.

A. $f_{min} = \frac{v}{4l} = f_2 - f_1$ B. $f_{min} = \frac{v}{4l} = \frac{f_2 + f_1}{2}$

C. $f_{min} = \frac{v}{4l} = \frac{f_2 - f_1}{2}$ D. $f_{min} = \frac{v}{2l} = f_2 - f_1$

Phân tích và hướng dẫn giải

Điều kiện để có sóng dừng:

$$AB = l = (2k+1).\frac{\lambda}{4} = (2k+1).\frac{v}{4f} \rightarrow \frac{v}{4l} = \frac{f}{2k+1} \quad (1)$$

Hai tần số f_1, f_2 là hai tần số liên tiếp để tạo ra sóng dừng ứng với số bó sóng lần lượt là k và k + 1

Ta có : $\frac{v}{4l}. = \frac{f_1}{2k+1} = \frac{f_2}{2(k+1)+1}$

Áp dụng tính chất: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$

Vậy: $\frac{v}{4l} = \frac{f_1}{2k+1} = \frac{f_2}{2k+3} = \frac{f_2 - f_1}{(2k+3) - 2k - 1} = \frac{f_2 - f_1}{2}$

Tần số nhỏ nhất để tạo sóng dừng ứng với k = 1.

$$l = (2k+1)\frac{v}{4f} = (2.0+1).\frac{v}{4f_{min}} \rightarrow \boxed{f_{min} = \frac{v}{4l} = \frac{f_2 - f_1}{2}}$$

Chọn đáp án C

Cách tính sau vẫn cho đáp án tương tự:

Chiều dài sợi dây một đầu tự do, một đầu cố định khi có sóng dừng thỏa mãn:

$$l = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2f} \Rightarrow f = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2l}$$

Đặt: $f_k = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2l}$ (1)

$$\Rightarrow f_{k+1}=\left(k+\frac{1}{2}+1\right)\frac{v}{2l}=\left(k+\frac{1}{2}\right)\frac{2}{2l}+\frac{v}{2l} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $f_{k+1}-f_k=\frac{v}{2l}$

⇒ Tần số nhỏ nhất để có sóng dừng trên dây ứng với $k = 0$.

$f=\left(k+\frac{1}{2}\right)\frac{v}{2l}\Rightarrow f_{min}=\frac{v}{4l}=\frac{f_{k+1}-f_k}{2}$. **Suy ra đáp án vẫn là C**

Ví dụ 3: Một sợi dây đàn hồi được treo thẳng đứng vào một điểm cố định, đầu còn lại thả tự do. Người ta tạo ra sóng dừng trên dây với tần số nhỏ nhất là f_0. Phải tăng tần số thêm một lượng nhỏ nhất là bao nhiêu để lại có sóng dừng trên dây?

A. $\Delta f = f_0$ B. $\Delta f = 2f_0$

C. $\Delta f = 3f_0$ D. $\Delta f = 4f_0$

Phân tích và hướng dẫn giải

Chiều dài sợi dây một đầu tự do, một đầu cố định khi có sóng dừng thỏa mãn:

$$l=k\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4}=\left(k+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}=\left(k+\frac{1}{3}\right)\frac{v}{2f}\Rightarrow f=\left(k+\frac{1}{2}\right)\frac{v}{2l}$$

Tần số nhỏ nhất để có sóng dừng ứng với $k = 0$:

$$f_{min}=f_0=\left(0+\frac{1}{2}\right)\frac{v}{2l}=\frac{v}{4l}. \qquad (1)$$

Tần số tiếp đó để sợi dây lại có sóng dừng ứng với $k = 1$

$$f_1=\left(1+\frac{1}{2}\right)\frac{v}{2l}=\frac{3v}{4l} \qquad (2)$$

$$(1)\text{ và }(2)\Rightarrow\frac{f_1}{f_0}=\frac{\frac{3v}{4l}}{\frac{v}{4l}}=3\Rightarrow f_1=3f_0\Rightarrow\Delta f=f_1-f_0=2f_0.$$

Vậy phải tăng thêm $\Delta f = 2f_0$ thì trên dây lại có sóng dừng.

Chọn đáp án B

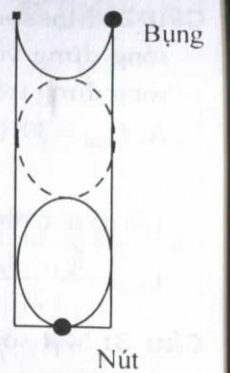
Ví dụ 4: Người ta tạo sóng dừng trong một cái ống một đầu kín một đầu hở dài 0,85m chứa đầy không khí ở điều kiện thường (vận tốc âm là 340m/s). Hỏi tần số nhỏ nhất để có sóng dừng trong ống là bao nhiêu?

A. f = 50 Hz B. f = 75Hz C. f = 200Hz D. f = 100Hz

Phân tích và hướng dẫn giải

Trường hợp này giống trường hợp sóng dừng tạo ra bởi sợi dây một đầu cố định, một đầu tự do.

Đầu cố định (đầu kín của ống) là nút.



Đầu tự do (đầu hở của ống) là bụng sóng.

⇒ Chiều dài ống dây thỏa mãn:

$$l=k\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4}=\left(k+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}=\left(k+\frac{1}{2}\right)\frac{v}{2f}$$

$$f=\left(k+\frac{1}{2}\right)\frac{v}{2l}$$

Tần số nhỏ nhất để có sóng dừng trong ống ứng với $k = 0$.

$f_{min}=\frac{v}{4\ell}=\frac{340}{4.0,85}=100Hz$. **Chọn đáp án D**

Tuy nhiên, nếu để ý chúng ta sẽ thấy được trường hợp giao thoa của sóng dừng tạo ra trong ống một đầu kín, một đầu hở giống trường hợp sóng dừng trên sợi dây một đầu cố định, một đầu tự do. Vì thế chỉ cần áp dụng công thức tính tần số nhỏ nhất của trường hợp này là có ngay đáp án nhanh nhất.

$f_{min}=\frac{v}{4l}=\frac{f_2-f_1}{2}$ vì để cho vận tốc truyền sóng và chiều dài dây nên ta có

$$f_{min}=\frac{v}{4l}=\frac{340}{4.0,85}=100Hz$$

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Một sợi dây dài l = 1,2 m có sóng dừng với 2 tần số liên tiếp là 40 Hz và 60 Hz. Xác định tốc độ truyền sóng trên dây biết hai đầu dây đều là nút sóng?

A. 48 m/s B. 24 m/s C. 32 m/s D. 60 m/s

Phân tích và hướng dẫn giải

Điều kiện để có sóng dừng trên dây với hai đầu dây là nút sóng (hai đầu cố định): $l=k\frac{\lambda}{2}=k\frac{v}{2f}\Rightarrow\frac{k}{f}=\frac{2l}{v}=\text{const}$

$\Rightarrow\frac{f_1}{k_1}=\frac{f_2}{k_2}$. Khi f_1 và f_2 là hai tần số liên tiếp $f_1 < f_2$ thì k_1 và k_2 là 2 số nguyên liên tiếp: $k_2 = k_1 + 1$

Như vậy ta có: $\frac{f_1}{k_1}=\frac{f_2}{k_2}\Rightarrow\frac{f_1}{k_1}=\frac{f_2}{k_1+1}\Rightarrow\frac{40}{k_1}=\frac{60}{k_1+1}\Rightarrow k_1=2$

Vận tốc truyền sóng trên dây: $\frac{k}{f}=\frac{2l}{v}\Rightarrow v=\frac{2lf_1}{k_1}=\frac{2.1,2.40}{2}=48$ m/s.

Chọn đáp án A

Tuy nhiên, nếu nắm được công thức ở ví dụ 1 thì kết quả thu được sẽ nhanh hơn.

Tần số nhỏ nhất để có sóng dừng trên dây (hai đầu cố định):

$$f_{min}=\frac{v}{2l}=f_2-f_1\Rightarrow v=2l(f_2-f_1)=2.1,2(60-40)=48m/s$$

Câu 2: Một sợi dây đàn hồi có một đầu cố định, một đầu tự do, trên dây có sóng dừng với hai tần số liên tiếp là 30Hz, 70Hz. Tần số nhỏ nhất để có sóng dừng trên dây là

A. $f_{min} = 30Hz$ B. $f_{min} = 100Hz$ C. $f_{min} = 20Hz$ D. $f_{min} = 70Hz$

Phân tích và hướng dẫn giải

Tần số nhỏ nhất để có sóng dừng trên dây (một đầu tự do, một đầu cố định)

$f_{min} = \frac{f_{k+1} - f_k}{2} = \frac{70 - 30}{2} = 20Hz$. **Chọn C**

Câu 3: Một sợi dây đàn hồi được treo thẳng đứng vào một điểm. Người ta cho điểm này dao động, tạo ra sóng dừng trên dây với tần số nhỏ nhất là f_1. Để lại có sóng dừng, phải tăng tần số tối thiểu đến f_2. Tỉ số $\frac{f_1}{f_2}$ bằng:

A. 1/4. B. 1/3. C. 4. D. 3.

Phân tích và hướng dẫn giải

Sợi dây đàn hồi được treo thẳng đứng vào một điểm ta hiểu rằng điểm còn lại được thả tự do vì thế trong trường hợp này chiều dài sợi dây thỏa mãn:

$$l = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2f}$$

$$\Rightarrow f = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2l} \Rightarrow \begin{cases} f_1 = \frac{v}{4l}(k = 0) \\ f_2 = \frac{3v}{4l}(k = 1) \end{cases} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{3}$$

Chọn đáp án B

Câu 4: Cho ống sáo có một đầu bịt kín và một đầu để hở. Biết rằng ống sáo phát ra âm to nhất ứng với hai giá trị tần số của hai họa âm liên tiếp là 100Hz và 280Hz. Tần số âm nhỏ nhất khi ống sáo phát ra âm to nhất bằng

A. 50 Hz. B. 48 Hz C. 75 Hz. D. 90 Hz.

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là trường hợp tạo sóng dừng của sóng âm. Trường hợp này giống trường hợp sóng dừng của sợi dây một đầu tự do, một đầu cố định.

Vì thế: $f_{min} = \frac{f_{k+1} - f_k}{2} = \frac{280 - 100}{2} = 90Hz$

Chọn đáp án D

Dạng 3: Ứng dụng khái niệm độ lệch pha biên độ để giải toán

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM:

1. Biên độ của phần tử môi trường có phương trình:

$$A_M = 2A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)$$

2. Hai điểm trên dây đàn hồi đang có sóng dừng ổn định cách nhau khoảng d thì **độ lệch pha biên độ** dao động là: $\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$

Khi sử dụng khái niệm về độ lệch pha biên độ để tính biên độ không cần quan tâm tới khái niệm sớm pha hay trễ pha.

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Ví dụ 1: Trên một sợi dây đàn hồi đang có sóng dừng ổn định, B là một bụng sóng, biên độ dao động tại bụng là A. Điểm M cách B một đoạn đúng bằng $\frac{\lambda}{3}$. Tính biên độ dao động tại M.

A. $A_M = 2A$ B. $A_M = \frac{A}{2}$ C. $A_M = A$ D. $A_M = \frac{A\sqrt{3}}{2}$

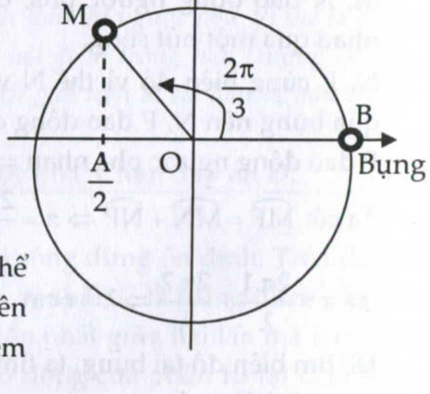
Phân tích và hướng dẫn giải

Độ lệch pha biên độ dao động giữa M và B:

$$\Delta\varphi_{MB} = \frac{2\pi MB}{\lambda} = \frac{2\pi\frac{\lambda}{3}}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}$$

Từ hình vẽ ta có:

$$A_M = A_B.\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{A}{2}$$



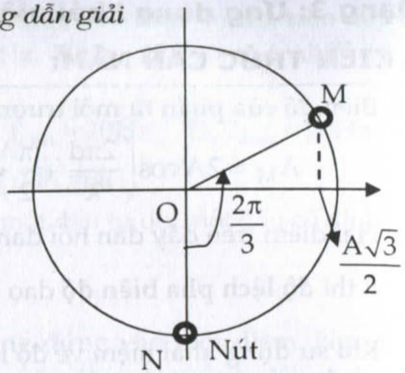
Biên độ dao động trong sóng dừng có thể âm hoặc dương hoặc bằng không tuy nhiên trong giới hạn của chương trình, ta chỉ xem biên độ là dương vì thế $A_M = \frac{A}{2}$

Chọn đáp án B

Ví dụ 2: Trên một sợi dây đàn hồi đang có sóng dừng ổn định, N là một nút sóng, biên độ dao động tại bụng là A. Điểm M cách N một đoạn đúng bằng $\frac{\lambda}{3}$. Tính biên độ dao động tại M.

A. $A_M = 2A$ B. $A_M = \frac{A}{2}$ C. $A_M = A$ D. $A_M = \frac{A\sqrt{3}}{2}$

Phân tích và hướng dẫn giải



Độ lệch pha biên độ dao động:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi\frac{\lambda}{3}}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}$$

Sử dụng véc tơ quay như hình vẽ:

Dễ dàng thấy rằng, biên độ dao động tại M bằng $\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Chọn đáp án D

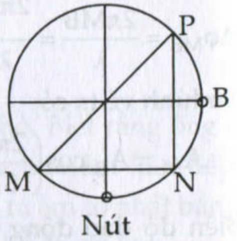
Ví dụ 3: (Đề thi thử THPT Chuyên Phan Bội Châu – Nghệ An lần 3 năm 2012)

M, N, P là 3 điểm liên tiếp nhau trên một sợi dây mang sóng dừng có cùng biên độ 4mm, dao động tại N ngược pha với dao động tại M. $NP = 2MN = 2cm$. Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất là 0,04s sợi dây có dạng một đoạn thẳng. Tốc độ dao động của phần tử vật chất tại điểm bụng khi qua vị trí cân bằng (lấy $\pi = 3,14$).

A. 375mm/s. B. 363 mm/s. C. 314 mm/s. D. 628mm/s.

Phân tích và hướng dẫn giải

M, N dao động ngược pha, cùng biên độ dao động nên chúng đối xứng nhau qua một nút sóng.



N, P cùng biên độ vì thế N và P đối xứng nhau qua bụng nên N, P dao động cùng pha. Vậy M và P dao động ngược pha nhau $\Rightarrow MP = \pi$

Ta có: $\overset{\frown}{MP} = \overset{\frown}{MN} + \overset{\frown}{NP} \Leftrightarrow \pi = \frac{2\pi.MN}{\lambda} + \frac{2\pi.NP}{\lambda}$

$$\Leftrightarrow \pi = \frac{2\pi.1}{\lambda} + \frac{2\pi.2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 6cm$$

Để tìm biên độ tại bụng, ta tìm độ lệch pha biên độ giữa điểm bụng với một trong 3 điểm trên.

Độ lệch pha biên độ giữa N và B: $\Delta\varphi_{NB} = 2\pi.\frac{NB}{\lambda} = 2\pi.\frac{\frac{NP}{2}}{\lambda} = 2\pi.\frac{\frac{2}{2}}{6} = \frac{\pi}{3}$

Vậy bụng sóng có biên độ: $A_B = \frac{A_N}{\cos\frac{\pi}{3}} = 2A_N = 2.4 = 8mm$

Thời gian giữa hai lần dây duỗi thẳng liên tiếp là $\frac{T}{2} = 0,04 \Rightarrow T = 0,08s$.

Tốc độ cực đại của điểm bụng: $v_{max} = \omega A_B = \frac{2\pi}{T}.A_B = \frac{2\pi}{0,08}.8 = 628mm/s$

Chọn đáp án D

Ví dụ 4: Trên sợi dây thẳng có sóng dừng, khoảng cách giữa một nút và nút thứ 4 bên phải nó là 15 cm. Độ lệch pha giữa hai điểm M, N (M không trùng với nút sóng) trên dây cách nhau 1,875cm có thể có giá trị bằng giá trị nào trong các giá trị sau :

A. π/8 rad. B. 3π/4 rad. C. π/2 rad. D. π rad.

Phân tích và hướng dẫn giải

Bước sóng: $\lambda = \frac{15}{2} = 7,5(cm)$

Độ lệch pha giữa hai điểm M, N: $\Delta\varphi_{MN} = \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi.1,875}{7,5} = \frac{\pi}{2}$

Vậy chọn đáp án C

Nhận xét: *nếu nhìn vào cách giải thì ta không thấy có vấn đề gì sai cả, đáp án thu được có trong bốn đáp án đề cho. Liệu công thức tính độ lệch pha giữa hai điểm trong quá trình truyền sóng có khác gì công thức tính độ lệch pha trong sóng dừng hay không?. Có một điều các bạn nên nhớ là: tại hai điểm trên sợi dây có sóng dừng thì chỉ có thể là cùng pha hoặc ngược pha. Các điểm có biên độ cùng dấu thì cùng pha và ngược lại, các điểm có biên độ khác dấu thì ngược pha. Vì thế ta không thể sử dụng công thức tính độ lệch pha của hai điểm trong môi trường có sóng truyền qua áp dụng vào sóng dừng được. Cách giải trên là sai hẳn về bản chất vì thế các bạn cần lưu ý khi làm trắc nghiệm.*

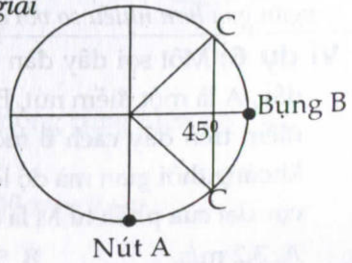
Vậy M và N chỉ có thể cùng pha hoặc ngược pha. **Chọn đáp án D.**

Ví dụ 5: **(Đại học 2011):**

Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng ổn định. Trên dây, A là một điểm nút, B là một điểm bụng gần A nhất, C là trung điểm của AB, với AB = 10 cm. Biết khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần mà li độ dao động của phần tử tại B bằng biên độ dao động của phần tử tại C là 0,2 s. Tốc độ truyền sóng trên dây là

A. 0,25 m/s. B. 2 m/s. C. 0,5 m/s. D. 1 m/s.

Phân tích và hướng dẫn giải



Dễ dàng tính được bước sóng: $\lambda = 4.AB = 40cm$.

Độ lệch pha biên độ dao động giữa B và C:

$$\Delta\varphi_{BC} = 2\pi\frac{BC}{\lambda} = \frac{2\pi\frac{\lambda}{8}}{\lambda} = \frac{\pi}{4}(rad) \Rightarrow A_C = \frac{A_B\sqrt{2}}{2}$$

$$t_{\min(u_B=A_C\to u_B=A_C)}=t_{\left(\frac{A_B\sqrt{2}}{2}\to A_B\right)}+t_{\left(A_B\to\frac{A_B\sqrt{2}}{2}\right)}=\frac{T}{8}+\frac{T}{8}=\frac{T}{4}=0,2\Rightarrow T=0,8s$$

Vận tốc truyền sóng trên dây: $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{40}{0,8}=50cm/s=0,5m/s$

Chọn đáp án C

Ta cũng có thể tính chu kỳ theo vòng tròn lượng giác như sau:

Thời gian ngắn nhất để li độ dao động của phần tử tại B bằng biên độ dao động tại C ứng với góc quét $2.45^0=90^0$.

Vậy $\omega=\frac{\alpha}{t}=\frac{\pi/2}{0,2}=2,5\pi(rad/s)\Rightarrow f=\frac{\omega}{2\pi}=1,25(Hz)$

$v=\lambda.f=40.1,25=50(cm/s)$

Ta cũng có thể giải bài toán trên theo phương trình sóng như sau

Ta có biên độ sóng dừng tại một điểm M trên dây, cách đầu cố định A đoạn d là:

$A_M=2a\left|\sin\frac{2\pi d}{\lambda}\right|$ với a là biên độ nguồn sóng. Ta có:

Biên độ sóng tại điểm B $\left(d_B=\frac{\lambda}{4}=10\Rightarrow\lambda=40cm\right.$ là: $A_B=2a$

Biên độ sóng tại điểm C:

$$(d_C)=\frac{AB}{2}=\frac{\lambda}{8}\Rightarrow A_C=2a\left|\sin\frac{2\pi\frac{\lambda}{8}}{\lambda}\right|=2a.\frac{\sqrt{2}}{2}=A_B\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Có thể coi điểm B như một chất điểm dao động điều hoà với biên độ A_B, thì thời gian ngắn nhất giữa hai lần điểm B có li độ $A_B\frac{\sqrt{2}}{2}$ là:

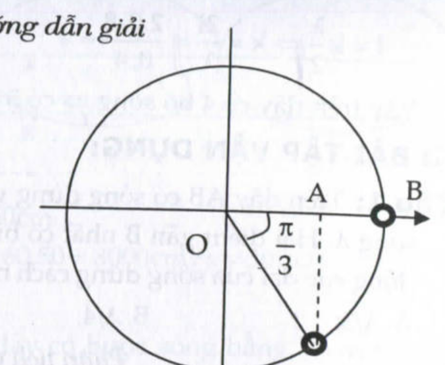
$\Delta t=\frac{T}{4}=0,2\Rightarrow T=0,8s\Rightarrow v=\frac{\lambda}{T}=0,5m/s$

Nhận xét: *khi sử dụng độ lệch pha biên độ để giải bài toán trên thì bài toán trên khá giống với bài toán về thời gian trong dao động điều hòa vì thế sẽ dễ hiểu và ngắn gọn hơn nhiều so với cách giải khác.*

Ví dụ 6: Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng ổn định. Trên dây, A là một điểm nút, B là điểm bụng gần A nhất với AB = 18cm, M là một điểm trên dây cách B một khoảng 12cm. Biết rằng trong một chu kỳ sóng, khoảng thời gian mà độ lớn vận tốc dao động của phần tử B nhỏ hơn vận tốc cực đại của phần tử M là 0,1s. Tốc độ truyền sóng trên dây là:

A. 3,2 m/s. B. 5,6 m/s. C. 4,8 m/s. D. 2,4 m/s.

Phân tích và hướng dẫn giải



Bước sóng: $AB=\frac{\lambda}{4}$

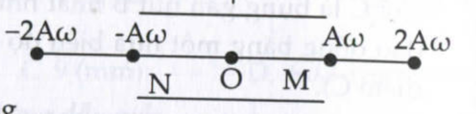
$\Rightarrow\lambda=4AB=4.18=72cm$

Độ lệch pha biên độ giữa B và M:

$\Delta\varphi=2\pi\frac{MB}{\lambda}=\frac{2\pi.12}{72}=\frac{\pi}{3}(rad)$

Biên độ dao động tại M:

$A_M=A_B.\cos\frac{\pi}{3}=2A.\cos\frac{\pi}{3}=A$



Thời gian có vận tốc nhỏ hơn v_{Mmax}

Tốc độ cực đại của phần tử dao động tại M: $v_{M\max}=\omega A$

Tốc độ cực đại của phần tử môi trường tại bụng sóng là: $v_{B\max}=\omega.2A$

Theo bài ra: $|v_B|\le|v_{M\max}|$

$\Rightarrow\Delta t=4t_{0\to\frac{v_{B\max}}{2}}=4.\frac{T}{12}=\frac{T}{3}=0,1\Rightarrow T=0,3s$

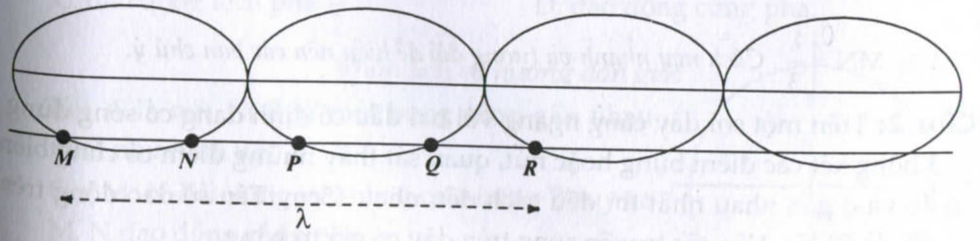
Tốc độ truyền sóng trên dây: $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{72}{0,3}=240cm/s=2,4m/s$

Chọn đáp án D

Ví dụ 7: Trên một sợi dây đàn hồi chiều dài $l=80cm$, hai đầu cố định và đang có sóng dừng. Quan sát trên dây thấy có các điểm cách đều nhau những khoảng 10cm luôn dao động cùng biên độ nhau. Số nút sóng trên dây là:

A. 4 B. 8 C. 5 D. 7

Phân tích và hướng dẫn giải



Gọi M, N, P, Q, R là các điểm liên tiếp nhau dao động cùng biên độ.

Theo đề cho ta có: MN = NP = PQ = QR =10 cm

Theo hình vẽ bước sóng: λ = MR = 4MN = 4.10 = 40cm = 0,4m

Chiều dài sợi dây hai đầu cố định thỏa mãn:

$$l = k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow k = \frac{2l}{\lambda} = \frac{2.0,8}{0,4} = 4$$

Vậy trên dây có 4 bó sóng ⇒ có 5 nút sóng. **Chọn đáp án C**

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Trên dây AB có sóng dừng với đầu B là một nút. Sóng trên dây có bước sóng λ. Hai điểm gần B nhất có biên độ dao động bằng một nửa biên độ dao động cực đại của sóng dừng cách nhau một khoảng là:

A. λ/3; B. λ/4. C. λ/6; D. λ/12;

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi C là bụng gần nút B nhất như hình vẽ và M, N là hai điểm có biên độ dao động bằng một nửa biên độ dao động cực đại (biên độ dao động của điểm C).

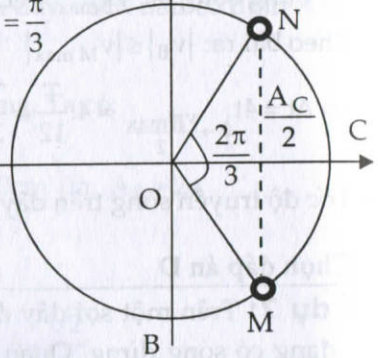
Từ hình vẽ ta có: $\cos\widehat{COM} = \dfrac{\frac{A_c}{2}}{A_c} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{COM} = \dfrac{\pi}{3}$

Tương tự ta cũng có:

$$\widehat{CON} = \widehat{COM} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \widehat{MON} = \frac{2\pi}{3} = \Delta\varphi_{MN}$$

Độ lệch pha giữa hai điểm M, N:

$$\Delta\varphi_{MN} = 2\pi\frac{MN}{\lambda} \Rightarrow MN = \frac{\Delta\varphi_{MN}.\lambda}{2\pi} = \frac{2\pi.\lambda}{3.2\pi} = \frac{\lambda}{3}$$



Chọn đáp án A

Bằng cách sử dụng khoảng thời gian đặc biệt, ta giải nhanh như sau:

$$t_{\min(M\to N)} = t_{\frac{A_C}{2}\to A_C} + t_{A_C\to\frac{A_C}{2}} = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3}$$

Theo tính tuần hoàn của sóng theo không gian và thời gian ta có: $\frac{T}{3} \leftrightarrow \frac{\lambda}{3}$

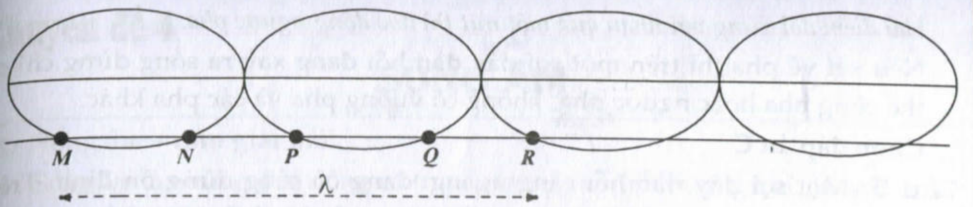
Vậy $MN = \frac{\lambda}{3}$. *Cách này nhanh và tương đối dễ hiểu nên các bạn chú ý.*

Câu 2: Trên một sợi dây căng ngang với hai đầu cố định đang có sóng dừng. Không xét các điểm bụng hoặc nút, quan sát thấy những điểm có cùng biên độ và ở gần nhau nhất thì đều cách đều nhau 15cm. Tần số dao động trên dây là 50 Hz. Vận tốc truyền sóng trên dây có giá trị bằng

A. 30 cm/s. B. 30 m/s C. 90 cm/s. D. 45 m/s.

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi M, N, P, Q, R là các điểm liên tiếp nhau có cùng biên độ và cách đều nhau. Theo đề cho, ta có: MN = NP = PQ = QR =15 cm



⇒ Bước sóng: λ = MR = 4MN = 4.15 = 60cm

Vận tốc truyền sóng trên dây: $v = \lambda f = 60.50 = 3000cm/s = 30m/s$

Chọn đáp án B

Câu 3: Một sóng dừng trên một đoạn dây có bước sóng bằng 30cm và biên độ dao động của một phần tử cách một nút sóng một đoạn 5cm có giá trị là 9 mm. Biên độ A của bụng sóng là:

A. $9\sqrt{2}$ (mm) B. 18 (mm) C. 9 (mm) D. $6\sqrt{3}$ (mm)

Phân tích và hướng dẫn giải

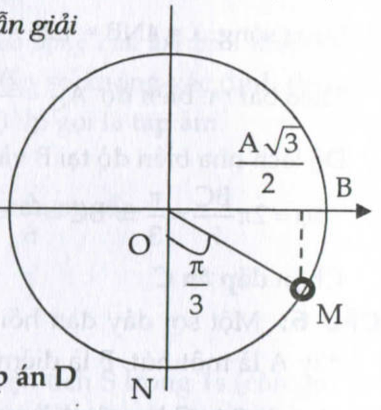
Gọi N là nút và B là bụng gần N nhất, điểm cách nút 5cm là M.

Độ lệch pha biên độ tại N và M:

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{MN}{\lambda} = 2\pi\frac{5}{30} = \frac{\pi}{3}$$

Từ vòng tròn ta thấy, li độ của bụng sóng (điểm B) tại điểm M là:

$$u_B = a_M = \frac{A\sqrt{3}}{2} = 9 \Rightarrow A = 6\sqrt{3}mm$$ **Chọn đáp án D**



Câu 4: Trên một sợi dây đàn hồi đang xảy ra sóng dừng, hai điểm riêng biệt trên dây tại một thời điểm **không thể**

A. dao động ngược pha. B. dao động lệch pha $\frac{\pi}{3}$.

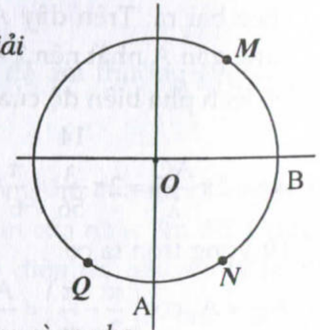
C. dao động lệch pha $\frac{\pi}{2}$. D. dao động cùng pha.

Phân tích và hướng dẫn giải

Xét A là nút và B là một bụng sóng gần nhau nhất như hình vẽ.

Gọi M, N đối xứng với nhau qua bụng B suy ra M, N dao động cùng pha.

Gọi N, Q đối xứng với nhau qua nút A suy ra N, Q dao động ngược pha.



Hai điểm đối xứng với nhau qua một bụng thì dao động cùng pha.

Hai điểm đối xứng với nhau qua một nút thì dao động ngược pha.

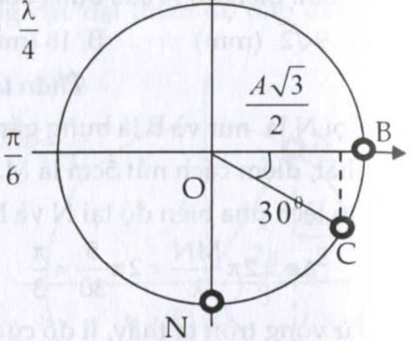
Nếu xét về pha thì trên một sợi dây đàn hồi đang xảy ra sóng dừng chỉ có thể cùng pha hoặc ngược pha, không có vuông pha và các pha khác.

Chọn đáp án C

Câu 5: Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng ổn định. Trên dây N là một điểm nút, B là một điểm bụng gần N nhất, NB = 25 cm, gọi C là một điểm trên NB có biên độ $A_C = \frac{A_B\sqrt{3}}{2}$. Khoảng cách NC là

A. $\frac{50}{3}$ B. $\frac{40}{3}$ C. 50 D. 40

Phân tích và hướng dẫn giải



N, B là nút và bụng gần nhau nhất $\Rightarrow NB = \frac{\lambda}{4}$

Bước sóng: $\lambda = 4NB = 4.25 = 100$ cm

Theo bài ra: biên độ $A_C = \frac{A_B\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{BOC} = \frac{\pi}{6}$

Độ lệch pha biên độ tại B và C là:

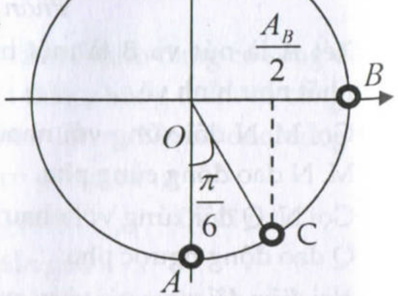
$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{BC}{\lambda} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow BC = \frac{\lambda}{6} = \frac{100}{6} = \frac{50}{3}\text{cm}$$

Chọn đáp án C

Câu 6: Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng ổn định. Trên dây A là một nút, B là điểm bụng gần A nhất, AB = 14 cm. Biên độ tại bụng sóng là 2A. C là một điểm trên dây trong khoảng AB với $AC = \frac{14}{3}$cm. Biên độ dao động tại điểm C

A. $A_C = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ B. $A_C = A\sqrt{3}$ C. $A_C = A$ D. $A_C = 2A$

Phân tích và hướng dẫn giải



Theo bài ra: Trên dây A là một nút, B là điểm bụng gần A nhất nên $\lambda = 4.AB = 4.14 = 56$ cm

Độ lệch pha biên độ của A và C là:

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{AC}{\lambda} = 2\pi\frac{\frac{14}{3}}{56} = \frac{\pi}{6}$$

Từ vòng tròn ta có:

$$A_C = A_B\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{A_B}{2} = \frac{2A}{2} = A.$$

Chọn đáp án C

Chuyên đề 4

SÓNG ÂM

1. Sóng âm – cảm giác âm:

◆ *Sóng âm* là những dao động cơ truyền trong các môi trường khí , lỏng , rắn. Trong chất lỏng và chất khí sóng âm là sóng dọc, trong chất rắn sóng âm gồm cả sóng ngang và sóng dọc.

◆ *Phân loại*:

- Sóng âm có tần số từ 16Hz đến 20000Hz là những *âm nghe được* và thường gọi là *âm thanh*.
- Sóng âm có tần số nhỏ hơn 16Hz gọi là *hạ âm*.
- Sóng âm có tần số lớn hơn 20000Hz gọi là *siêu âm*.

Tai người không nghe được hạ âm và siêu âm.

Những âm có tần số xác định (*hay đồ thị dao động của âm biến thiên tuần hoàn*) thì gọi là **nhạc âm**, còn những âm có tần số không xác định (*hay đồ thị dao động của âm biến thiên không tuần hoàn*) thì gọi là **tạp âm**.

2. Các đặc tính vật lí:

a. Tần số âm: Tần số âm bằng tần số dao động của nguồn

b. Cường độ âm – Mức cường độ âm:

+ **Cường độ âm:** $\boxed{I = \frac{P}{S} = \frac{W}{S.t}}$ (Đơn vị : w/m²)

P là năng lượng dao động âm truyền qua diện tích S trong 1s (còn gọi là công suất âm); S là diện tích vuông góc với phương truyền âm.

+ **Mức cường độ âm:** là đại lượng dùng để so sánh độ to của âm với cường độ âm chuẩn, có đơn vị là *ben*(B).

Công thức định nghĩa mức cường độ âm là: $\boxed{L(B) = \lg\frac{I}{I_0}}$ vì 1B = 10dB

nên khi dùng đơn vị đêxiben(dB)

Ta có công thức: $\boxed{L(dB) = 10.\lg\frac{I}{I_0}}$ Mức cường độ âm thường gặp có trị số vào khoảng từ 20dB đến 100dB.

c. Đồ thị dao động âm: Tổng hợp quy luật dao động âm của tất cả các họa âm trong một nhạc âm cho ta đồ thị dao động âm của nhạc âm đó. Dụng cụ khảo sát đồ thị dao động âm là dao động kí điện tử, nguyên lý hoạt động là biến dao động âm thành dao động điện.

3. Các đặc tính sinh lí:

a. ***Độ cao của âm:*** Độ cao của âm là đặc tính sinh lý của âm do tần số âm quyết định, âm cao thì có tần số lớn hơn âm trầm (thấp).

b. ***Âm sắc:*** Âm sắc do quy luật biến thiên tuần hoàn của các họa âm (đồ thị dao động âm) quyết định.

c. ***Độ to của âm:***

- Ở một tần số xác định, cường độ âm càng lớn, cho ta cảm giác nghe thấy âm càng to. Tuy nhiên *độ to của âm không tỉ lệ với thuận với cường độ âm, mà nó còn phụ thuộc vào tần số của âm.*
- Để âm thanh gây ra được cảm giác âm, cường độ âm phải lớn hơn một giá trị cực tiểu nào đó gọi là *ngưỡng nghe. Ngưỡng nghe thay đổi theo tần số của âm, với f = 1000Hz thì ngưỡng nghe là* $I_{min} = I_o = 10^{-12}$ W/m² *(còn gọi là cường độ âm chuẩn)*
- Khi cường độ âm lên đến 10W/m² (ứng với mức cường độ âm 130dB) đối với mọi tần số của âm đều gây cho tai người nghe cảm giác nhức nhối, rất khó chịu. Giá trị này của cường độ âm gọi là *ngưỡng đau.*
- Độ to của âm *phụ thuộc vào tần số âm và cường độ âm hay mức cường độ âm.* Độ to của âm ứng với một tần số xác định bởi: $\Delta I = I - I_{min}$. *Miền nghe được* của âm nằm trong khoảng từ I_{min} đến I_{max}.
- Tai người nghe được âm có mức cường độ âm từ 0 (dB) đến 130 (dB) .

4. Công suất của nguồn âm (nguồn điểm): $P = S.I = 4\pi R^2.I$

(R là bán kính mặt sóng cầu)

5. Nếu nguồn phát âm là nguồn điểm phát âm có định hướng theo hình quạt cầu thì S là diện tích chỏm cầu: $S = 2\pi.R.h$

với $h = R - R\cos\dfrac{\alpha}{2} = R\left(1 - \cos\dfrac{\alpha}{2}\right)$

$\Rightarrow$ **Công suất nguồn âm là:** $P = 2\pi R^2\left(1 - \cos\dfrac{\alpha}{2}\right).I$

🕮 VÍ DỤ MẪU

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử chuyên Hạ Long – Quảng Ninh lần 1 năm 2013) Kết luận nào **không đúng** với sóng âm?

A. Tốc độ truyền âm trong môi trường tỉ lệ với tần số âm.
B. Âm nghe được có cùng bản chất với siêu âm và hạ âm.
C. Âm sắc, độ cao, độ to, tần số là những đặc trưng sinh lý của âm.
D. Sóng âm là các sóng cơ truyền trong các môi trường rắn, lỏng, khí.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. **(đúng)** vì tốc độ truyền âm trong môi trường là $v = \lambda f$ tỉ lệ với tần số âm và bước sóng nhưng chú ý rằng tốc độ truyền âm trong môi trường không phụ thuộc vào tần số âm và bước sóng mà chỉ phụ thuộc vào môi trường truyền âm.

B. **(đúng)** vì âm nghe được có cùng bản chất với siêu âm và hạ âm chỉ khác nhau về phổ tần số. Cụ thể là: âm nghe được có tần số từ $16 \le f \le 20000(\text{Hz})$, hạ âm có tần số từ $f < 16(\text{Hz})$ và siêu âm có tần số từ $f > 20000(\text{Hz})$.

C. **(sai)** vì âm sắc, độ cao, độ to là những đặc trưng sinh lý của âm còn tần số là đặc trưng vật lý của âm.

D. **(đúng)** vì sóng âm là các sóng cơ truyền trong các môi trường rắn, lỏng, khí nhưng không truyền được trong chân không.

Chọn đáp án C

Ví dụ 2: Sóng âm truyền trong không khí đến tai người. Tai có thể cảm nhận được âm có chu kỳ bằng?

A. 0,2 s B. 0,5μs C. 10 ms D. 5 ns

Phân tích và hướng dẫn giải

Tai ta cảm nhận được âm có tần số từ 16Hz đến 20000Hz vì thế chỉ cần tìm tần số ứng với từng chu kỳ đề cho và sau đó so sánh với tần số mà tai ta nghe được là có ngay đáp án.

A. Với $T = 0{,}2s \Rightarrow f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{0{,}2} = 5\text{Hz}$ $\Rightarrow$ đây là sóng hạ âm

B. Với $T = 0{,}5\mu s = 0{,}5.10^{-6}s \Rightarrow f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{0{,}5.10^{-6}} = 2.10^6\text{Hz}$ $\Rightarrow$ đây là sóng siêu âm

C. Với $T = 10ms = 10^{-2}s \Rightarrow f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{10^{-2}} = 100\text{Hz}$ $\Rightarrow$ đây là sóng âm mà tai người nghe được

D. Với $T = 0{,}5ns = 0{,}5.10^{-9}s \Rightarrow f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{0{,}5.10^{-9}} = 2.10^9\text{Hz}$ $\Rightarrow$ đây là sóng siêu âm

Chọn đáp án C

Ví dụ 3: Một nguồn sóng âm được đặt trong nước. Biết khoảng cách giữa hai điểm gần nhau nhất dao động cùng pha nhau là 2,5m và vận tốc truyền âm trong nước là $1{,}8.10^3$ m/s. Tần số của sóng âm đó là

A. 0,6kHz B. 1,8kHz C. 0,9kHz D. 3,2kHz

Phân tích và hướng dẫn giải

Độ lệch pha của hai điểm dao động cùng pha: $\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta d}{\lambda} = k2\pi$

$\Rightarrow \Delta d = k\lambda$ với $k \in N^* \Rightarrow k_{min} = 1 \Rightarrow \Delta d_{min} = \lambda = 2 \Rightarrow \lambda = 2m$

Tần số của sóng âm: $\Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1,8.10^3}{2} = 900Hz$.

Chọn đáp án C

Ví dụ 4: Một nguồn âm đặt tại O phát sóng âm có công suất không đổi trong một môi trường truyền âm đẳng hướng và không hấp thụ âm. Hai điểm A, B cách nguồn âm lần lượt là R_1 và R_2. Biết cường độ âm tại A gấp 16 lần cường độ âm tại B. Tỉ số $\frac{R_2}{R_1}$ nhận giá trị nào sau đây

A. 4. B. 16. C. 1/16. D. 1/4.

Phân tích và hướng dẫn giải

Vì môi trường phát sóng âm là đẳng hướng nên sóng phát ra dưới dạng hình cầu nên diện tích mặt cầu được xác định theo công thức: $S = 4\pi R^2$

Ta biết rằng: cường độ âm tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách từ điểm cần tính cường độ âm với nguồn âm, cụ thể là: $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi R^2}$

Theo bài ra, ta có:

$$I_A = 16I_B \Leftrightarrow \frac{P}{S_A} = 16\frac{P}{S_B} \Leftrightarrow S_B = 16S_A \Leftrightarrow 4\pi R_2^2 = 16.4\pi R_1^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{R_2^2}{R_1^2} = 16 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 4$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 5: Một sóng âm truyền trong không khí. Mức cường độ âm tại điểm M và tại điểm N lần lượt là 50 dB và 100 dB. Cường độ âm tại N lớn hơn cường độ âm tại M.

A. 100000 lần B. 1000 lần C. 50 lần D. 5000 lần

Phân tích và hướng dẫn giải

Mức cường độ âm tại M và N lần lượt là: $L_M = 10\log\frac{I_M}{I_0}$ và $L_N = 10\log\frac{I_N}{I_0}$

Hiệu mức cường độ âm tại N và M:

$$L_N - L_M = 10\log\frac{I_N}{I_M} = 100 - 50 = 50 \Rightarrow \frac{I_N}{I_M} = 10^5 \Rightarrow I_N = 10^5 I_M.$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 6: Nguồn âm O phát ra một âm có công suất P không đổi, truyền đẳng hướng về mọi phương. Tại điểm M cách O một đoạn 100m, mức cường độ âm là 100 dB. Giả sử môi trường không hấp thụ âm. Mức cường độ tại điểm N cách nguồn một đoạn 15m là:

A. 130dB B. 150,5dB C. 170dB D. 116,5dB

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo đề ra, ta có: OM = 100m

Mức cường độ âm tại M và N lần lượt là: $L_M = 10.\log\frac{I_M}{I_0}$ và $L_N = 10.\log\frac{I_N}{I_0}$

Hiệu mức cường độ âm tại A và B là:

$$L_M - L_N = 10.\log\frac{I_M}{I_N} = 10.\log\left(\frac{ON}{OM}\right)^2 = 10.\log\left(\frac{15}{100}\right)^2 = -16,5$$

$$L_N = L_M + 16,5 = 100 + 16,5 = 116,5dB.$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 7: Tại một điểm A nằm cách xa nguồn âm N (coi như nguồn điểm) 1 khoảng NA = 8m có mức cường độ âm là L_A = 110 dB. Biết ngưỡng nghe của âm đó là $I_o = 10^{-12}$ W/m². Xét điểm B nằm trên đường NA và cách N khoảng NB = 10 m. Cường độ âm tại B là:

A. 6.10^{-3} W/m². B. $6,46.10^{-2}$ W/m².

C. 10^{-2} W/m². D. 10^{-3} W/m².

Phân tích và hướng dẫn giải

Mức cường độ âm tại A và B lần lượt là: $L_A = 10\log\frac{I_A}{I_0}$ và $L_B = 10\log\frac{I_B}{I_0}$

Hiệu mức cường độ âm tại A và B là:

$$L_A - L_B = 10.\log\frac{I_A}{I_B} = 10.\log\left(\frac{NB}{NA}\right)^2 = 10.\log\left(\frac{10}{8}\right)^2 = 1,94$$

Mức cường độ âm tại B: $L_B = L_A - 1,94 = 110 - 1,94 = 108,1dB$

Cường độ âm tại B:

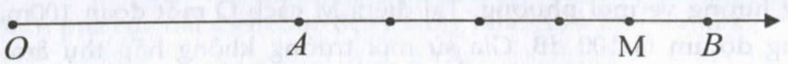
$$L_B = 10\log\frac{I_B}{I_0} = 108,1 \Rightarrow I_B = 10^{10,81}.I_0 = 10^{10,81}.10^{-12} = 6,46.10^{-2}\frac{W}{m^2}.$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 8: Ba điểm O, A, B cùng nằm trên một nửa đường thẳng xuất phát từ O. Tại O đặt một nguồn điểm phát sóng âm đẳng hướng ra không gian, môi trường không hấp thụ âm. Mức cường độ âm tại A là 100 dB, tại B là 60 dB. Mức cường độ âm tại điểm M thuộc đoạn AB với AM = 4 MB là

A. 61,9 dB. B. 72,6 dB. C. 43,6 dB. D. 70,5 dB.

Phân tích và hướng dẫn giải



Mức cường độ âm tại A và B lần lượt là: $L_A = 10\log\frac{I_A}{I_0}$ và $L_B = 10\log\frac{I_B}{I_0}$

Hiệu mức cường độ âm tại A và B:

$$L_A - L_B = 10\log\frac{I_A}{I_B} = 100 - 60 = 40 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10^4 = \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \Rightarrow R_B = 100R_A$$

Theo bài ra: MA = 4MB

$$\Leftrightarrow OM - OA = 4(OB - OM) \Rightarrow 5OM = OA + 4OB \Leftrightarrow OM = \frac{OA + 4OB}{5}$$

$$\Rightarrow R_M = \frac{R_A + 4R_B}{5} = \frac{R_A + 4.100R_A}{5} = \frac{401R_A}{5} \Rightarrow \frac{R_M}{R_A} = \frac{401}{5}$$

Hiệu mức cường độ âm tại A và M

$$L_A - L_M = 10.\log\frac{I_A}{I_M} = 10.\log\left(\frac{R_M}{R_A}\right)^2 = 10.\log\left(\frac{401}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow L_M = L_A - 10.\log\left(\frac{401}{5}\right)^2 = 100 - 10.\log\left(\frac{401}{5}\right)^2 = 61,9dB.$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 9: Một dàn loa phát âm thanh đẳng hướng. Mức cường độ âm đo được tại các điểm cách loa một khoảng a và 5a lần lượt là 100dB và L. Giá trị của L là

A. 100dB. B. 49 dB C. 86dB. D. 25dB.

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi mức cường độ âm tại điểm cách loa một khoảng a là L_a.

Gọi mức cường độ âm tại điểm cách loa một khoảng 5a là L_{5a}.

Hiệu mức cường độ âm tại hai điểm đó là:

$$L_a - L_{5a} = 10.\log\frac{I_a}{I_{5a}} = 10\log\left(\frac{5a}{a}\right)^2 = 10.\log 25 = 14$$

$$L_{5a} = L_a - 14 = 100 - 14 = 86dB.$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 10: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 1 năm 2013)

Xét điểm M ở trong môi trường đàn hồi có sóng âm truyền qua. Mức cường độ âm tại M là L (B). Nếu cường độ âm tại điểm M tăng lên 100 lần thì mức cường độ âm tại điểm đó bằng

A. L + 20 (dB). B. 10.L + 20 (dB). C. 10L (B). D. 100.L (B).

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có:

$$L_M = 10\log\left(\frac{I_M}{I_0}\right)$$

$$L_{M'} = 10\log\left(\frac{I_{M'}}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{100I_M}{I_0}\right) = 10\log 100 + 10\log\left(\frac{I_M}{I_0}\right) = 20 + L$$

Chọn đáp án A

Chú ý: *mức cường độ âm trong công thức trên tính theo đơn vị deciben (dB) nhưng đề cho mức cường độ âm tại M là Ben (B) vì thế cần đổi ra dB.*

L(B) = 10L(dB) *như vậy đáp án A chưa đúng. Dễ dàng thấy rằng đáp án phải là B. Với những câu thế này, nếu các bạn không để ý đến đơn vị thì rất dễ "mắc bẫy" của người ra đề*

Chọn đáp án B

Ví dụ 11: (Trích đề thi thử chuyên Hà Tĩnh lần 2 năm 2013)

Một người đứng cách nguồn âm một khoảng là *x* thì cường độ âm là I. Khi người đó tiến ra nguồn xa thêm một đoạn 30m thì cường độ âm giảm chỉ còn bằng I/4. Khoảng cách *x* ban đầu là

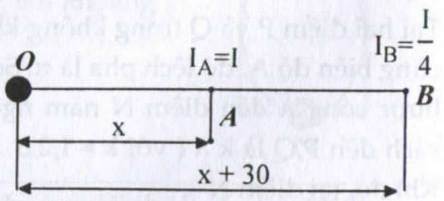
A. 60m. B. 15m. C. 7,5m. D. 30m.

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi A là điểm cách nguồn âm một khoảng x (x > 0) có cường độ âm $I_A = I$

Gọi B là điểm cách nguồn âm một khoảng x +30 có cường độ âm $I_B = \frac{I}{4}$

Ta biết rằng cường độ âm ti lệ nghịch với bình phương khoảng cách từ điểm cần tính cường độ âm đến nguồn nên ta có:



$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 = \left(\frac{OB}{OA}\right)^2 = \left(\frac{x+30}{x}\right)^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 + 60x + 900 = 4x^2$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 + 60x + 900 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 30 \\ x = -10(l) \end{array}\right.$$

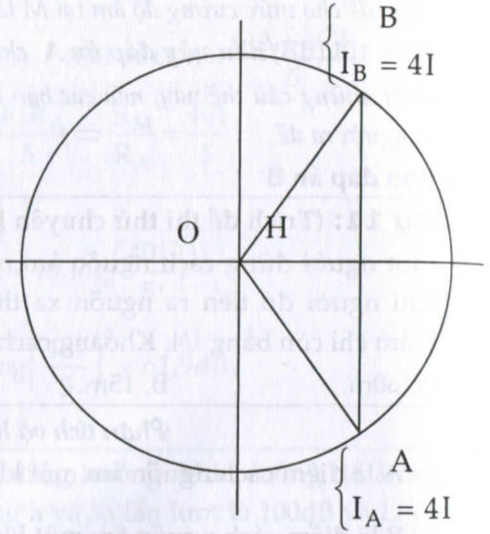
Chọn đáp án D

Ví dụ 12: Tại O có 1 nguồn phát âm thanh đẳng hướng với công suất không đổi. Một người đi bộ từ A đến B theo 1 đường thẳng và lắng nghe âm thanh từ nguồn O thì nghe thấy cường độ âm tăng từ 4I đến 25I rồi lại giảm xuống 4I. Tỉ số $\frac{AO}{AB}$ là

A. $\frac{5\sqrt{21}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{21}}{5}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: cường độ âm tại A và B có giá trị bằng nhau kết hợp với giả thiết để cho là sóng âm truyền dưới dạng sóng cầu (âm phát đẳng hướng) vì thế A và B cùng nằm trên một đường tròn. Vậy điểm có cường độ âm lớn nhất trên đoạn AB chính là điểm H nằm trên đường trung trực của tam giác OAB (như hình vẽ)



Theo bài ra: $I_A = I_B = 4I \Rightarrow OA = OB$

$$I_H = I_{max} = 25I \Rightarrow \frac{I_H}{I_A} = \frac{25}{4} = \left(\frac{OA}{OH}\right)^2$$

$$\Rightarrow OH = \frac{2}{5}OA$$

Trong tam giác vuông OHA ta có:

$$AO^2 = OH^2 + HA^2 = \frac{4AO^2}{25} + \frac{AB^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{21AO^2}{25} = \frac{AB^2}{4} \Rightarrow \frac{AO}{AB} = \frac{5\sqrt{21}}{2}$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 13: **(Trích đề thi thử chuyên Hạ Lọng – Quãng Ninh lần 1 năm 2013)**

Tại hai điểm P và Q trong không khí có hai nguồn sóng âm cùng tần số f, cùng biên độ A, độ lệch pha là π. Sóng âm truyền từ hai nguồn âm đó với bước sóng λ đến điểm N nằm ngoài đường thẳng PQ, có hiệu khoảng cách đến P,Q là k λ (với k = 1,2,3…). Coi môi trường không hấp thụ âm. Khi đó, tại điểm N

A. hai sóng giao thoa nhau ứng với biên độ cực tiểu là $A_N = 0$.

B. hai sóng giao thoa nhau ứng với biên độ cực đại là $A_N = 2A$.

C. hai sóng giao thoa nhau ứng với biên độ là $A_N = A\sqrt{2}$.

D. hai sóng không giao thoa nhau nhưng có biên độ sóng là $A_N \neq 0$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Hai sóng trên thỏa mãn điều kiện giao thoa vì thế muốn biết tại một điểm dao động với biên độ cực đại hay cực tiểu ta làm như sau:

Áp dụng công thức tính tổng quát bên giao thoa:

$$d_2 - d_1 = (\Delta\varphi_N + \Delta\varphi)\frac{\lambda}{2\pi} \Rightarrow \Delta\varphi_N = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \Delta\varphi$$

Theo bài ra: $d_2 - d_1 = k\lambda$ và $\Delta\varphi = \pi$

Thay vào: $\Delta\varphi_N = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}.k\lambda - \pi = (2k-1)\pi$ thuộc số lẻ lần π nên tại N sóng dao động với biên độ cực tiểu. Vì biên độ của hai nguồn bằng nhau nên biên độ tại điểm N bằng 0.

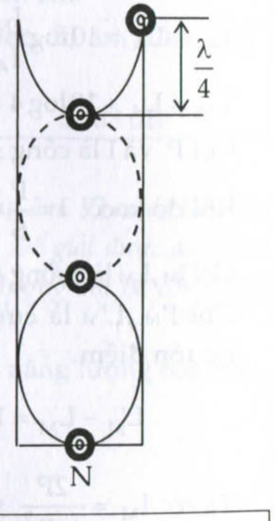
Chọn đáp án A

Ví dụ 14: **(Trích đề thi thử chuyên nguyễn Trãi – Hải Dương lần 1 năm 2013)**

Một âm thoa có tần số 440 Hz (phát ra âm la) đặt sát miệng một bình trụ đựng nước có mực nước cách miệng bình sao cho âm thanh phát ra từ miệng bình là to nhất. Hỏi cần rót thêm vào bình một cột nước có chiều cao tối thiểu là bao nhiêu thì âm thanh trở nên nhỏ nhất? Vận tốc truyền âm trong không khí bằng 330m/s.

A. 18,75cm B. 17,85 cm C. 37,5 cm D. 27,5 cm

Phân tích và hướng dẫn giải



Sóng dừng tạo ra trong bình hình trụ một đầu kín, một đầu hở có chiều dài bình thỏa mãn:

$$l = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$$

Âm thanh trong bình phát ra từ giá trị to nhất sang giá trị nhỏ nhất khi tại miệng bình chuyển từ bụng sóng sang nút sóng nghĩa là mực nước cần đổ thêm vào tối thiểu phải bằng với khoảng cách giữa nút và bụng liên tiếp là:

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{v}{4f} = \frac{330}{4.440} = 0{,}1875m = 18{,}75cm$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 15: **(Trích đề thi thử chuyên đại học Vinh lần 3 năm 2012)**

Cho ống sáo có một đầu bịt kín và một đầu để hở. Biết rằng ống sáo phát ra âm to nhất ứng với hai giá trị tần số của hai họa âm liên tiếp là 150 Hz và 250 Hz. Tần số âm nhỏ nhất khi ống sáo phát ra âm to nhất bằng

A. 50 Hz. B. 75 Hz. C. 25 Hz. D. 100 Hz.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chiều dài ống sáo thỏa mãn:

$$l = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = (2k+1)\frac{\lambda}{4} = (2k+1)\frac{v}{4f} \Rightarrow f = (2k+1)\frac{v}{4l} \Rightarrow f_0 = \frac{v}{4l}$$

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} f_k = (2k+1)\dfrac{v}{4l} \\ f_{k+1} = (2(k+1)+1)\dfrac{v}{4l} \end{cases} \Rightarrow f_{k+1} - f_k = \dfrac{v}{2l} = 2f_0$

$$\Rightarrow f_0 = \frac{f_{k+1} - f_k}{2} = \frac{250 - 150}{2} = 50\text{Hz}$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 16: (Trích đề thi đại học 2012)

Tại điểm O trong môi trường đẳng hướng, không hấp thụ âm, có 2 nguồn âm, giống nhau với công suất phát âm không đổi. Tại điểm A có mức cường độ âm 20dB. Để tại trung điểm M của đoạn OA có mức cường độ âm là 30dB thì số nguồn âm giống các nguồn âm trên cần đặt thêm tại O bằng

A. 4. B. 3. C. 5. D. 7.

Phân tích và hướng dẫn giải

Mức cường độ âm tại M khi tại O có hai nguồn âm:

$$L_M - L_A = 10\log\frac{I_M}{I_A} = 10\log\left(\frac{OA}{OM}\right)^2 = 10\log\left(\frac{20M}{OM}\right)^2 = 10\log 4$$

$$L_M = L_A + 10\log 4 = 20 + 10\log 4 = 26\text{dB}$$

Gọi P và I là công suất và cường độ âm của mỗi nguồn.

Khi đó ta có: $I = \dfrac{P}{S} = \dfrac{P}{4\pi R^2}$

Gọi I_M, L_M là cường độ âm và mức cường độ âm tại M khi tại O có 2 nguồn điểm.

Gọi I'_M, L'_M là cường độ âm và mức cường độ âm tại M khi tại O có n nguồn điểm.

$$L'_M - L_M = 10\log\frac{I'_M}{I_M} = 30 - 26 = 4 \Rightarrow \frac{I'_M}{I_M} = 10^{0,4}$$

Ta có: $I_M = \dfrac{2P}{4\pi R^2}$ và $I'_M = \dfrac{nP}{4\pi R^2}$

$$\Rightarrow \frac{I'_M}{I_M} = \frac{nP}{2P} = \frac{n}{2} = 10^{0,4} \Rightarrow n = 2.10^{0,4} = 5$$

⇒ Tại O có tất cả 5 nguồn âm nên suy ra cần đặt thêm 5 – 2 = 3 nguồn âm nữa để tại M có mức cường độ âm là 30dB. ***Chọn B***

Ví dụ 17: (Trích đề thi thử chuyên nguyễn Trãi – Hải Dương lần 1 năm 2013)

Trong một buổi hoà nhạc, khi dùng 10 chiếc kèn đồng thì tại chỗ của một khán giả đo được mức cường độ âm 50dB. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc kèn đồng để tại chỗ khán giả đó có mức cường độ âm là 60dB?

A. 50 B. 80 C.100 D. 90

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi I là cường độ âm do một chiếc kèn phát ra tại vị trí đo mức cường độ âm.

Cường độ âm do 10 chiếc kèn phát ra tại vị trí đó sẽ là 10I

Gọi n là số kèn để tại vị trí trên đo được mức cường độ âm là 60dB vì thế ta có:

$$\begin{cases} L_{10} = 10\log\left(\dfrac{10I}{I_0}\right) \\ L_n = 10\log\left(\dfrac{nI}{I_0}\right) \end{cases} \Rightarrow L_n - L_{10} = 10\log\left(\frac{n}{10}\right) = 60 - 50 = 10$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{n}{10}\right) = 1 \Rightarrow \frac{n}{10} = 10 \Rightarrow n = 100$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 18: Công suất âm thanh cực đại của một máy nghe nhạc gia đình là 10W. Cho rằng cứ truyền trên khoảng cách 2m, năng lượng âm bị giảm 6% so với lần đầu do sự hấp thụ của môi trường truyền âm.

Biết $I_0 = 10^{-12}$W/m². Nếu mở to hết mức thì mức cường độ âm ở khoảng cách 6m là:

A. 102,6 dB B. 107 dB C. 99 dB D. 88 dB

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là bài toán mà trong quá trình truyền âm có sự hấp thụ âm. Vì có sự hấp thụ âm nên năng lượng âm giảm dần trong quá trình truyền. Để giải được dạng bài toán này chúng ta phải nắm được mối liên hệ giữa năng lượng âm và công suất âm: E = Pt

Theo bài ra: Cứ 2m thì năng lượng âm giảm 6% so với năng lượng ban đầu, khi đó ta có:

Sau 2m đầu tiên: $\dfrac{E_0 - E_1}{E_0} = 0,06 \Rightarrow \dfrac{E_1}{E_0} = 0,94$

Sau 2m tiếp theo (4m): $\Rightarrow \dfrac{E_2}{E_0} = (0,94)^2$

Sau 2m tiếp theo (6m): $\Rightarrow \dfrac{E_3}{E_0} = (0,94)^3$

Công suất âm tại vị trí cách nguồn âm 6m là:

$$\frac{E_3}{E_0} = \frac{P_3 t}{P_0 t} = (0,94)^3 \Rightarrow P_3 = (0,94)^3 P_0$$

Cường độ âm phát đi từ nguồn điểm được xác định là: $I_3 = \dfrac{P_3}{S} = \dfrac{P_0.(0,94)^3}{4\pi d^2}$

Vậy mức cường độ âm tại vị trí cách nguồn âm 6m là:

$$L = 10.\log\frac{I_3}{I_0} = 10.\log\frac{P_0.(0,94)^3}{4\pi d^2.I_0} = 10.\log\frac{10.(0,94)^3}{4\pi.6^2.10^{-12}} = 102,6\text{dB}$$

Chọn đáp án A

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: (Trích đề thi thử chuyên đại học Vinh lần 3 năm 2012)

Âm do một chiếc đàn bầu phát ra

A. nghe càng trầm khi biên độ âm càng nhỏ và tần số âm càng lớn.

B. nghe càng cao khi mức cường độ âm càng lớn.

C. có độ cao phụ thuộc vào hình dạng và kích thước hộp cộng hưởng.

D. có âm sắc phụ thuộc vào dạng đồ thị dao động của âm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Âm do một chiếc đàn bầu phát ra

A. **(sai)** vì âm nghe càng trầm khi biên độ âm càng nhỏ và tần số âm càng ~~lớn~~ **nhỏ**.

B. **(sai)** vì âm nghe càng cao khi tần số âm càng lớn không phải **mức cường độ âm** càng lớn.

C. **(sai)** vì âm có độ cao phụ thuộc vào tần số.

D. **(đúng)** vì âm sắc là một đặc trưng sinh lý của âm và phụ thuộc vào dạng đồ thị dao động của âm.

Chọn đáp án D

Câu 2: Cường độ âm chuẩn là $I_0 = 10^{-12}\,\text{W/m}^2$. Cường độ âm tại một điểm trong môi trường truyền âm là $10^{-5}\,\text{W/m}^2$. Mức cường âm tại điểm đó bằng

A. 50dB B. 60dB C. 70dB D. 80dB

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $L = 10\lg\frac{I}{I_0} = 10\lg\frac{10^{-5}}{10^{-12}} = 10\lg 10^7 = 10.7\lg 10 = 70\text{dB}$. **Chọn đáp án** C

Câu 3: Hai âm có mức cường độ âm chênh lệch nhau 20dB. Tỷ số cường độ âm của chúng là

A. 10 B. 20 C. 100 D. 1000

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $L = 10\lg\frac{I}{I_0}$ với I₁ thì $L_1 = 10\lg\frac{I_1}{I_0}$ (1)

với I₂ thì $L_2 = 10\lg\frac{I_2}{I_0}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow L_2 - L_1 = 10\lg\frac{I_2}{I_0} - 10\lg\frac{I_1}{I_0} = 10\lg\frac{I_2}{I_1}$

Vì: $L_2 - L_1 = 20 \Rightarrow 20 = 10\lg\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^2 = 100$. **Chọn đáp án C**

Câu 4: (Trích đề thi thử chuyên nguyễn Trãi – Hải Dương lần 1 năm 2013)

Âm do hai nhạc cụ khác nhau phát ra luôn khác nhau về:

A. Độ cao B. Độ to C. Âm sắc D. Cả A, B và C

Phân tích và hướng dẫn giải

Câu này thấy ngắn thế này nhưng hầu hết các bạn đều bối rối vì trong đáp án có đáp án D là đáp án đúng cho cả 3 đáp án còn lại. Chú ý rằng: âm sắc gắn liền với đồ thị dao động vì thế các nhạc cụ khác nhau không thể có cùng đồ thì dao động vì thế không thể cùng âm sắc được nên chỉ có đáp án C đúng.

Chọn đáp án C

Câu 5: (Trích đề thi thử THPT Như Thanh – Thanh Hóa lần 2 năm 2013)

Mức cường độ âm L của một âm có cường độ âm I được xác định bằng công thức (I₀ là cường độ âm chuẩn)

A. $L(\text{dB}) = 10.\lg\frac{I_0}{I}$. B. $L(\text{dB}) = \frac{1}{10}\lg\frac{I_0}{I}$.

C. $L(\text{dB}) = 10.\lg\frac{I}{I_0}$. D. $L(\text{dB}) = \frac{1}{10}\lg\frac{I}{I_0}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Mức cường độ âm được xác định theo công thức: $L(\text{dB}) = 10.\lg\frac{I_0}{I}$

Chọn đáp án A

Câu 6: (Trích đề thi thử chuyên Đại Học Vinh lần 1 năm 2013)

Cường độ âm tại điểm A cách một nguồn âm điểm một khoảng 1m bằng $10^{-6}\,\text{W/m}^2$. Cường độ âm chuẩn bằng $10^{-12}\,\text{W/m}^2$. Cho rằng nguồn âm là nguồn đẳng hướng và môi trường không hấp thụ âm. Khoảng cách từ nguồn âm đến điểm mà tại đó mức cường độ âm bằng 0 là

A. 750m. B. 250m. C. 500m. D. 1000m.

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi B là điểm có mức cường độ âm bằng 0

Theo bài ra ta có:

$$L_A - L_B = 20\log\left(\frac{R_B}{R_A}\right) = 60 \Rightarrow \log\left(\frac{R_B}{R_A}\right) = 3 \Rightarrow R_B = 10^3 R_A = 1000\text{m}$$

Chọn đáp án D

Câu 7: (Trích đề thi thử THPT Thiệu Hóa – Thanh Hóa lần 2 năm 2013)

Phát biểu nào sau đây **không đúng**?

A. Độ cao của âm là một đặc tính sinh lí của âm.

B. Nhạc âm là do nhiều nhạc cụ phát ra.

C. Tạp âm là các âm có tần số không xác định.

D. Âm sắc là một đặc tính sinh lí của âm.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. **(đúng)** vì độ cao của âm là một đặc tính sinh lí của âm gắn liền với tần số âm.

B. **(sai)** vì nhạc âm là do một hay nhiều nhạc cụ phát ra đều được.

C. **(đúng)** vì theo định nghĩa: Tạp âm là các âm có tần số không xác định.

D. **(đúng)** vì âm sắc là một đặc tính sinh lí của âm gắn liền với đồ thị dao động âm.

Chọn đáp án B

Câu 8: Ba điểm O, A, B cùng nằm trên một nửa đường thẳng xuất phát từ O. Tại O đặt một nguồn điểm phát sóng âm đẳng hướng ra không gian, môi trường không hấp thụ âm. Mức cường độ âm tại A là 70 dB, tại B là 30 dB. Mức cường độ âm tại trung điểm M của đoạn AB là

A. 45 dB. B. 54 dB. C. 36 dB. D. 75 dB.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra, ta có:

$$L_A - L_B = 10.\log\frac{I_A}{I_B} = 70 - 30 = 40 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10^4 = \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \Rightarrow R_B = 100R_A$$

M là trung điểm AB $\Rightarrow R_M = \dfrac{R_A + R_B}{2} = \dfrac{R_A + 100R_A}{2} = \dfrac{101R_A}{2}$

Hiệu mức cường độ âm tại A và M

$$L_A - L_M = 10.\log\frac{I_A}{I_M} = 10.\log\left(\frac{R_M}{R_A}\right)^2 = 10.\log\left(\frac{101}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow L_M = L_A - 10\log\left(\frac{101}{2}\right)^2 = 70 - 10.\log\left(\frac{101}{2}\right)^2 = 36\text{dB}.$$

Chọn đáp án C

Câu 9: Hai điểm A và B nằm ở cùng 1 phía của nguồn âm, trên cùng 1 phương truyền âm có mức cường độ âm tại A và B lần lượt là: $L_A = 80$ dB; $L_B = 20$ dB. Nếu nguồn âm đó đặt tại A thì mức cường độ âm tại B khi đó là

A 20 B 30 C 50 D 40

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra, ta có: $L_A - L_B = 10.\log\dfrac{I_A}{I_B} = 80 - 20 = 60$

$$\Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10^6 = \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \Rightarrow R_B = 1000R_A \Rightarrow AB = R_B - R_A = 999R_A$$

Khi nguồn âm đặt tại A thì cường độ âm tại B lúc này là:

$$I'_B = \frac{P}{4\pi.AB^2} = \frac{P}{4\pi.999.R_A^2} = \frac{I_A}{999}$$

Mức cường độ âm tại B lúc này:

$$L'_B = 10.\log\frac{I'_B}{I_0} = 10.\log\left(\frac{I_A}{999.I_0}\right) = 10.\log\left(\frac{1}{999}\right) + L_A = -30 + 80 = 50\text{dB}$$

Chọn đáp án C

Câu 10: (Trích đề thi thử Chuyên Bắc Ninh lần 3 năm 2013)

Một nguồn âm là nguồn điểm phát âm đẳng hướng trong không gian. Giả sử không có sự hấp thụ và phản xạ âm. Tại một điểm cách nguồn âm 10m thì mức cường độ âm là 80dB. Tại điểm cách nguồn âm 1m thì mức cường độ âm bằng

A. 90dB B. 110dB C. 120dB D. 100dB

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có:

$$L_1 - L_{10} = 10\log\left(\frac{I_1}{I_{10}}\right) 10\log\left(\frac{R_{10}}{R_1}\right)^2 = 20\log\left(\frac{R_{10}}{R_1}\right) = 20\log\left(\frac{10}{1}\right) = 20$$

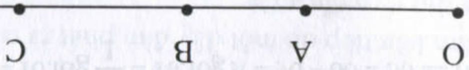
$$\Rightarrow L_1 = L_{10} + 20 = 80 + 20 = 100\text{dB}$$

Chọn đáp án D

Câu 11: Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng, theo thứ tự xa dần nguồn âm. Mức cường độ âm tại A, B, C lần lượt là 40dB; 35,9dB và 30dB. Khoảng cách giữa AB là 30m và khoảng cách giữa BC là

A. 78m B. 108m C. 40m D. 65m

Phân tích và hướng dẫn giải



$$L_A - L_B = 20\log\left(\frac{R_B}{R_A}\right) = 40 - 35,9 = 4,1 \Rightarrow \log\left(\frac{R_B}{R_A}\right) = \frac{4,1}{20} \Rightarrow R_B = 10^{\frac{4,1}{20}} R_A$$

Kết hợp với bài ra: $R_B - R_A = R_A\left(10^{\frac{4,1}{20}} - 1\right) = 30 \Rightarrow R_A = 50\text{m} \Rightarrow R_B = 80\text{m}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi P và I là công suất và cường độ âm của mỗi nguồn.

Khi đó ta có: $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi R^2}$

Gọi I_M, L_M là cường độ âm và mức cường độ âm tại M khi tại O có 1 nguồn điểm.

Gọi I'_M, L'_M là cường độ âm và mức cường độ âm tại M khi tại O có n nguồn điểm.

$$L'_M - L_M = 10.\log\frac{I'_M}{I_M} = 60 - 40 = 20 \Rightarrow \frac{I'_M}{I_M} = 20$$

$$\Rightarrow \frac{I'_M}{I_M} = \frac{\frac{nP}{4\pi R^2}}{\frac{P}{4\pi R^2}} = \frac{nP}{P} = n = 20$$

⇒ Tại O có tất cả 20 nguồn âm. **Chọn đáp án A**

Câu 15: Một người đứng giữa hai loa A và B. Khi loa A bật thì người đó nghe được âm có mức cường độ 60dB. Khi loa B bật thì nghe được âm có mức cường độ 70 dB. Nếu bật cả hai loa thì nghe được âm có mức cường độ bao nhiêu?

A. 130dB B. 70,4dB C. 60dB D. 70dB

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi I_1 và I_2 là cường độ âm loa A và loa B tại điểm đó. Khi đó cường độ âm tại điểm đó khi bậc cả hai loa là: $I = I_1 + I_2$

Theo bài ra, ta có:

Mức cường độ âm của của loa A: $L_1 = 10.\log\frac{I_1}{I_0} = 60 \Rightarrow I_1 = 10^6 I_0$

Mức cường độ âm của loa B: $L_2 = 10.\log\frac{I_2}{I_0} = 70 \Rightarrow I_2 = 10^7 I_0$

Mức cường độ âm khi bậc cả loa A và loa B:

$$L_{12} = 10.\log\frac{I_1 + I_2}{I_0} = 10.\log\frac{10^6 I_0 + 10^7 I_0}{I_0} = 70,4\text{dB}$$

Chọn đáp án B

Câu 16: Hai họa âm liên tiếp do một dây đàn phát ra có tần số hơn kém nhau là 56Hz. Họa âm thứ 3 có tần số là

A. 28Hz B. 56Hz C. 84Hz D. 168Hz

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo đề ra, ta có $nf - (n-1)f = 56 \Rightarrow$ tần số âm cơ bản $f = 56\text{Hz}$

Tần số họa âm thứ 3: $f_3 = 3f = 3.56 = 168\text{Hz}$. **Chọn đáp án D**

$$L_A - L_C = 20\log\left(\frac{R_C}{R_A}\right) = 40 - 30 = 10 \Rightarrow \log\left(\frac{R_C}{R_A}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow R_C = 10^{\frac{1}{2}} R_A = 10^{\frac{1}{2}}.50 = 158\text{m}$$

Vậy $BC = R_C - R_B = 158 - 80 = 78\text{m}$

Chọn đáp án A

Câu 12: Tại một điểm nghe được đồng thời hai âm: âm truyền tới có mức cường độ âm là 10dB, âm phản xạ có mức cường độ âm là 20dB. Mức cường độ âm toàn phần tại điểm đó là?

A. 50,5dB B. 12,5dB C. 46,9dB D. 20,4dB

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi I_1 và I_2 là cường độ âm tới và cường độ âm phản xạ tại điểm đó. Khi đó cường độ âm toàn phần là: $I = I_1 + I_2$

Theo bài ra, ta có:

Mức cường độ âm của âm truyền tới: $L_1 = 10.\log\frac{I_1}{I_0} = 10 \Rightarrow I_1 = 10I_0$

Mức cường độ âm của âm phản xạ: $L_2 = 10.\log\frac{I_2}{I_0} = 20 \Rightarrow I_2 = 100I_0$

Mức cường độ âm toàn phần:

$$L_{12} = 10.\log\frac{I_1 + I_2}{I_0} = 10.\log\frac{10I_0 + 100I_0}{I_0} = 20,4\text{dB}$$

Chọn đáp án D

Câu 13: Trong một bản hợp ca, coi mọi ca sĩ đều hát với cùng cường độ âm và cùng tần số. Khi một ca sĩ hát thì mức cường độ âm là 60dB. Khi cả ban hợp ca cùng hát thì đo được mức cường độ âm là 90dB. Số ca sĩ có trong ban hợp ca là

A. 10000 người. B. 100 người. C. 10 người. D. 1000 người

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi số ca sĩ là n, cường độ âm của mỗi ca sĩ là I

Suy ra cường độ âm của n ca sĩ sẽ là: $I_n = nI$

$$L_n - L_1 = 10.\log\frac{I_n}{I_1} = 10.\log\frac{nI}{I} = 10.\log n = 90 - 60 = 30 \Rightarrow n = 1000$$

Chọn đáp án D

Câu 14: Tại O có một nguồn âm nhỏ phát sóng âm đến M thì tại M ta đo được mức cường độ âm là 40 dB. Nếu tại M đo được mức cường độ âm là 60 dB thì tại O ta phải đặt tổng số nguồn âm giống nhau là

A. n = 20 nguồn B. n = 50 nguồn

C. n = 10 nguồn D. n = 100 nguồn

Câu 19: Sóng (A, B cùng phía so với S và AB = 100m). Điểm M là trung điểm AB và cách S 70 m có mức cường độ âm 40dB. Biết vận tốc âm trong không khí là 340m/s cho rằng môi trường không hấp thụ âm (cường độ âm chuẩn $I_o = 10^{-12}W/m^2$). Năng lượng của sóng âm trong không gian giới hạn bởi hai mặt cầu tâm S qua A và B là

A. 207,9μJ B. 207,9 mJ C. 20,7mJ D. 2,07μJ

Phân tích và hướng dẫn giải

Sóng truyền trong không gian. Năng lượng sóng tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách. Năng lượng sóng bằng gì? Ở đây để ý cho mức cường độ âm tại điểm M là trung điểm AB, nghĩa là sẽ xác định được cường độ âm tại M. Căn cứ suy ra cường độ âm tại A và B. Cường độ âm tại A và B tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách đơn vị là W/m^2 ⇒ Năng lượng sóng tại các mặt cầu tâm (S, SA) và (S, SB). Lấy hiệu thì được năng lượng trong vùng giới hạn.

Theo giả thiết: $\begin{cases} r_A = r_M - \dfrac{AB}{2} \\ r_B = r_M + \dfrac{AB}{2} \end{cases}$

Cường đô âm tại 1 điểm là năng lượng đi qua một đơn vị diện tích tính trong 1 đơn vị thời gian. Từ giả thiết suy ra công suất nguồn S là

$P = I_M.4\pi r_M^2$

Năng lượng trong hình cầu tâm (S, SA) và (S, SB) là:

$W_A = P.\dfrac{r_A}{v}$; $W_B = P.\dfrac{r_B}{v}$

$$\Rightarrow W = W_B - W_A = \frac{I_M.4\pi r_M^2}{v}(r_B - r_A) = \frac{10^{-8}.4\pi.75^2}{340}(100) = 207,9\mu J$$

Chọn đáp án A

Câu 17: Một ống khí có một đầu bịt kín, một đầu hở tạo ra âm cơ bản có tần số 112Hz. Biết tốc độ truyền âm trong không khí là 336m/s. Bước sóng dài nhất của các họa âm mà ống này tạo ra bằng:

A. 1m. B. 0,8 m. C. 0,2 m D. 2m.

Phân tích và hướng dẫn giải

Điều kiện để có sóng dừng trong ống: $l = (2k+1)\dfrac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \dfrac{4l}{2k+1}$ (*)

(l là chiều dài của cột khí trong ống, đầu kín là nút đầu hở là bụng của sóng dừng trong ống khí)

$\Rightarrow f = \dfrac{v}{\lambda} = (2k+1)\dfrac{v}{4l} = (2k+1)f_0$ ($f_0 = \dfrac{v}{4l}$: tần số âm cơ bản)

Bài ra ta có: $f_0 = 112Hz \Rightarrow \dfrac{v}{4l} = 112 \Rightarrow l = \dfrac{v}{4.112} = 0,75m$

Âm cơ bản ứng với k = 0.

Từ (*) ta thấy các hoạ âm có λ_{max} khi $(2k+1)_{min} = 3$ (với k = 1)

Vậy: $\lambda_{max} = \dfrac{4l}{3} = 1(m)$. **Chọn đáp án A.**

Câu 18: Tại một điểm trên mặt phẳng chất lỏng có một nguồn dao động tạo ra sóng ổn định trên mặt chất lỏng. Coi môi trường tuyệt đối đàn hồi. M và N là 2 điểm trên mặt chất lỏng, cách nguồn lần lượt là R_1 và R_2. Biết biên độ dao động của phần tử tại M gấp 9 lần tại N. Tỉ số $\dfrac{R_1}{R_2}$ bằng

A. 81 B. 1/16 C. 1/2 D. 1/81

Phân tích và hướng dẫn giải:

Năng lượng sóng cơ tỉ lệ với bình phương biên độ, tại một điểm trên mặt phẳng chất lỏng có một nguồn dao động tạo ra sóng ổn định trên mặt chất lỏng thì năng lượng sóng truyền đi sẽ được phân bố đều cho đường tròn (tâm tại nguồn sóng). Công suất từ nguồn truyền đến cho 1 đơn vị dài vòng tròn tâm O bán kính R là $\dfrac{E_0}{2\pi R}$

Suy ra $\dfrac{E_M}{E_N} = \dfrac{A_M^2}{A_N^2} = \dfrac{\dfrac{E_0}{2\pi R_M}}{\dfrac{E_0}{2\pi R_N}} = \dfrac{R_N}{R_M} = \dfrac{R_2}{R_1}$

Vậy $\dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{A_M^2}{A_N^2} = 9^2 = 81 \Rightarrow \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{1}{81}$

Chọn đáp án D

Độ lệch pha giữa u và i: $\tan\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \dfrac{200-100}{100} = 1 \Rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{4}$ rad

Từ đó ta dễ dàng tính được pha ban đầu của hiệu điện thế hai đầu mạch:

$$\varphi_u = \varphi_i + \varphi = 0 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

Biểu thức hiệu điện thế hai đầu mạch:

$$u = U_0\cos(\omega t + \varphi_u) = 200\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\text{ (V)}$$

Biểu thức hiệu điện thế hai đầu điện trở R:

$u_R = U_{0R}\cos(\omega t + \varphi_{u_R})$; Với: $U_{0R} = I_0.R = 2.100 = 200$ V;

Trong đoạn mạch chỉ chứa R thì u_R cùng pha i:

Vậy: $u_R = U_{0R}\cos(\omega t + \varphi_{u_R}) = 200\cos 100\pi t$ V

Biểu thức hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm L:

$u_L = U_{0L}\cos(\omega t + \varphi_{u_L})$ Với : $U_{0L} = I_0.Z_L = 2.200 = 400$ V;

Trong đoạn mạch chỉ chứa L thì u_L nhanh pha hơn cường độ dòng điện $\dfrac{\pi}{2}$

$$\varphi_{u_L} = \varphi_i + \frac{\pi}{2} = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}\text{ rad}$$

Vậy: $u_L = U_{0L}\cos(\omega t + \varphi_{u_L}) = 400\cos\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ V

Biểu thức hiệu điện thế hai đầu tụ điện C:

$u_C = U_{0C}\cos(\omega t + \varphi_{u_C})$ Với : $U_{0C} = I_0.Z_C = 2.100 = 200$V;

Trong đoạn mạch chỉ chứa C thì u_C chậm pha hơn cường độ dòng điện $\dfrac{\pi}{2}$

$$\varphi_{u_C} = \varphi_i - \frac{\pi}{2} = 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}\text{ rad}$$

Vậy: $u_C = U_{0C}\cos(\omega t + \varphi_{u_C}) = 200\cos\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)$ V

Ví dụ 2 (Trích đề thi đại học 2013):

Đặt điện áp $u = 220\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở $R = 100\Omega$, tụ điện có $C = \dfrac{10^{-4}}{2\pi}$ F và cuộn cảm thuần có $L = \dfrac{1}{\pi}$ H. Biểu thức cường độ dòng điện trong đoạn mạch là

A. $i = 2,2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ (A)
B. $i = 2,2\cos\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)$ (A)

C. $i = 2,2\cos\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ (A)
D. $i = 2,2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)$ (A)

Phần 3: DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

Chuyên đề 1

BÀI TOÁN VỀ VIẾT BIỂU THỨC

Phương pháp:

Biểu thức u hoặc i sẽ luôn có dạng:

$u = U_0.\cos(\omega t + \varphi_u)$ hoặc: $i = I_0.\cos(\omega t + \varphi_i)$

Vì vậy để viết được biểu thức của hiệu điện thế hoặc cường độ dòng điện chúng ta cần phải xác định 4 yếu tố là U_0, I_0, ω và φ. Sau đó dùng công thức: $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

Với φ là độ lệch pha giữa hiệu điện thế so với cường độ dòng điện.

φ được xác định theo công thức: $\text{tg}\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R}$.

Lưu ý: Mạch khuyết phần tử gì thì trong công thức trên, ta không đưa vào.

Các trường hợp đặc biệt:

+ Đoạn mạch chỉ chứa điện trở thuần R thì $\varphi = 0$

+ Đoạn mạch chỉ chứa cuộn thuần thì $\varphi = +\dfrac{\pi}{2}$

+ Đoạn mạch chỉ chứa tụ điện thì $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$

VÍ DỤ MẪU

Ví dụ 1: Một mạch điện xoay chiều RLC không phân nhánh có:

$$R = 100\Omega;\quad C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}\text{ F};\ L = \frac{2}{\pi}\text{ H}.$$

Cường độ dòng điện qua mạch có dạng: $i = 2\cos 100\pi t$ (A). Viết biểu thức tức thời điện áp của hai đầu mạch và hai đầu mỗi phần tử mạch điện.

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là bài toán viết biểu thức mang tính tổng quát, qua bài toán này các bạn sẽ có được phương pháp để làm các bài toán về sau của dạng này.

Cảm kháng: $Z_L = L.\omega = \dfrac{2}{\pi}100\pi = 200\Omega$

Dung kháng: $Z_C = \dfrac{1}{\omega.C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{10^{-4}}{\pi}} = 100\ \Omega$

Tổng trở: $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{100^2 + (200-100)^2} = 100\sqrt{2}\Omega$

Hiệu điện thế cực đại ở hai đầu mạch: $U_0 = I_0.Z = 2.100\sqrt{2}$ V $= 200\sqrt{2}$ V

Pha ban đầu của hiệu điện thế : $\varphi_i = \varphi_u - \varphi = 0 - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}\text{rad}$

Biểu thức cường độ dòng điện: $i = I_0\cos(\omega t + \varphi_i) = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)A$

Chọn đáp án C

Ví dụ 4: Đặt một điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch gồm một điện trở R = 50Ω và một cuộn dây thuần cảm có $L = \frac{1}{2\pi}$ (H) thì dòng điện qua mạch có dạng $i = 2\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$ (A). Nếu thay điện trở R bằng tụ điện C thì cường độ hiệu dụng qua mạch tăng lên $\sqrt{2}$ lần. Biểu thức i của dòng điện qua mạch sau khi thay là

A. $i = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ (A)
B. $i = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ (A)

C. $i = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{3\pi}{4})$ (A)
D. $I = 2\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ (A)

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng: $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{1}{2\pi} = 50\Omega$

Khi mạch gồm R nối tiếp L ta có độ lệch pha giữa u và i:

$$\tan\varphi = \frac{Z_L}{R} = \frac{50}{50} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \varphi_u = \frac{\pi}{4} + \varphi_i = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4}$$

Khi thay tụ bởi điện trở thuần, theo bài ra ta có:

$$I' = I\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{U}{Z'} = \frac{U}{Z}\sqrt{2} \Leftrightarrow Z' = \frac{Z}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow |Z_L - Z_C| = \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{50^2 + 50^2}}{\sqrt{2}} = 50$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} Z_L - Z_C = 50 \\ Z_L - Z_C = -50 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} Z_C = 50 - Z_L = 50 - 50 = 0(l) \\ Z_C = 50 + Z_L = 50 + 50 = 100\Omega \end{array}\right.$$

$$Z_C > Z_L \Rightarrow \varphi_i = \varphi_u + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$$

Vậy: $i = 2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)A$

Chọn đáp án B

Ví dụ 5: Nếu đặt vào hai đầu một mạch điện chứa một điện trở thuần và một cuộn cảm thuần mắc nối tiếp một điện áp xoay chiều có biểu thức

Phân tích và hướng dẫn giải :

- Cảm kháng : $Z_L = L.\omega = \frac{1}{\pi}100\pi = 100\Omega$;
- Dung kháng : $Z_C = \frac{1}{\omega.C} = \frac{1}{100\pi.\frac{10^{-4}}{2\pi}} = 200\Omega$
- Tổng trở : $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{100^2 + (100 - 200)^2} = 100\sqrt{2}\Omega$
- Cường độ dòng điện cực đại : $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{220\sqrt{2}}{100\sqrt{2}} = 2,2A$
- Độ lệch pha : $\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{100 - 200}{100} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}\text{rad}$
- Pha ban đầu của cường độ dòng điện :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \varphi = 0 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}\text{rad}$$

- Biểu thức hiệu điện thế: $i = 2,2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A)$

Chọn đáp án C

Ví dụ 3: Cho mạch điện AB, trong đó $C = \frac{4}{3\pi}10^{-4}F$, $L = \frac{1}{2\pi}H$, $R = 25\Omega$ mắc nối tiếp. Biểu thức điện áp giữa hai đầu mạch $u_{AB} = 50\sqrt{2}\cos 100\pi t V$. Viết biểu thức cường độ dòng điện trong mạch ?

A. $i = 2\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)A$
B. $i = 2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)A$.

C. $i = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)A$
D. $i = 1,2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng: $Z_L = L.\omega = \frac{1}{2\pi}100\pi = 50\Omega$.

Dung kháng: $Z_C = \frac{1}{\omega.C} = \frac{1}{100\pi.\frac{4.10^{-4}}{3\pi}} = 75\Omega$

Tổng trở: $Z = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{(25)^2 + (50 - 75)^2} = 25\sqrt{2}\Omega$.

Cường độ dòng điện cực đại: $I_0 = \frac{U_0}{Z} = 2A$

Độ lệch pha: $\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{50 - 75}{25} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}\text{rad}$.

$U_R = \sqrt{U^2 - U_L^2} = \sqrt{\left(60\sqrt{2}\right)^2 - 60^2} = 60V$

Cường độ dòng điện cực đại: $I_0 = \frac{U_{0R}}{R} = \frac{60\sqrt{2}}{30} = 2\sqrt{2}A$

Độ lệch pha giữa u với i: $\tan\varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{60}{60} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \varphi = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$

Vậy: $i = 2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)A$

Chọn đáp án A

Ví dụ 8: Cho ba linh kiện R = 60Ω, cuộn dây thuần cảm L, tụ điện C. Lần lượt đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U và tần số f không đổi vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp RL hoặc RC thì dòng điện qua mạch có các biểu thức $i_1 = \sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{12})$ (A) và $i_2 = \sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{7\pi}{12})$ (A). Nếu đặt điện áp trên vào đoạn mạch RLC nối tiếp thì dòng điện qua mạch có biểu thức:

A . $i = 2\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})$ (A). B. $i = 2\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ (A).

C. $i = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})$ (A). D. $i = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ (A)

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $I_{01} = I_{02} \Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow Z_L = Z_C$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan\varphi_1 = \frac{Z_L}{R} \\ \tan\varphi_2 = \frac{-Z_C}{R} \end{cases} \xrightarrow{Z_L = Z_C} \tan\varphi_1 = -\tan\varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2$$

Trong đó: $\varphi_1 ; \varphi_2$ là độ lệch pha của điện áp 2 đầu mạch với $i_1 ; i_2$

$$\varphi_1 = -\varphi_2 \Leftrightarrow \varphi_u - \varphi_{i_1} = -\left(\varphi_u - \varphi_{i_2}\right) \Rightarrow \varphi_u = \frac{\varphi_{i_1} + \varphi_{i_2}}{2} = \frac{-\frac{\pi}{12} + \frac{7\pi}{12}}{2} = \frac{\pi}{4}\text{rad}$$

Từ đó $\varphi_1 = \varphi_u - \varphi_{i_1} = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\pi}{3}\text{rad} \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{3}\text{rad}$

$\tan\varphi_1 = \frac{Z_L}{R} = \sqrt{3} \Rightarrow Z_L = 60\sqrt{3}\Omega$

Vì $Z_L ; Z_C$ là các hằng số mà $Z_L = Z_C$ nên khi đặt điện áp trên vào mạch RLC nối tiếp thì hiện tượng cộng hưởng xảy ra nên Z = R và u cùng pha với i. Do đó cường độ dòng điện cực đại trong mạch:

$u = 100\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$ (V), thì khi đó điện áp hai đầu điện trở thuần có biểu thức $u_R = 100\cos(\omega t)$ (V). Biểu thức điện áp giữa hai đầu cuộn cảm thuần sẽ là

A. $u_L = 100\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$(V). B. $u_L = 100\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$(V).

C. $u_L = 100\cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$(V). D. $u_L = 100\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$(V).

Phân tích và hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính:

Ta có: $u = u_R + u_L \Rightarrow u_L = u - u_R = 100\sqrt{2}\angle\frac{\pi}{4} - 100\angle 0 = 100\angle\frac{\pi}{2}$

Vậy: $u = 100\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)V$

Chọn đáp án A

Ví dụ 6: Đặt điện áp $u = U_0\cos\omega t$ vào hai đầu tụ điện có điện dung C thì cường độ dòng điện qua tụ điện là

A. $i = \omega C.U_0\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ B. $i = \frac{\omega C.U_0}{\sqrt{2}}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

C. $i = \frac{\omega C.U_0}{\sqrt{2}}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ D. $i = \omega C.U_0\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Vì mạch chỉ có tụ nên: $\varphi_i = \varphi_u + \frac{\pi}{2} = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ và $I_0 = \frac{U_0}{Z_C} = \omega CU_0$

Vậy: $i = \omega CU_0\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)A$

Chọn đáp án A

Ví dụ 7: Đặt điện áp $u = 120\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})$ V vào hai đầu một đoạn mạch gồm cuộn cảm thuần mắc nối tiếp điện trở thuần R = 30Ω thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm là 60 V. Dòng điện tức thời qua đoạn mạch là

A. $i = 2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ (A). B. $i = 2\sqrt{3}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (A).

C. $i = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ (A). D. $i = 2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (A).

Phân tích và hướng dẫn giải

Hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu điện trở:

Phân tích và hướng dẫn giải

Thông thường khi viết biểu thức điện áp của hai đầu đoạn mạch nào đó ta phải tính được điện áp cực đại giữa hai đầu đoạn mạch đó và độ lệch pha của nó so với cường độ dòng điện trong mạch. Đối với bài này thì để làm như vậy rất dài so với thời gian của một bài trắc nghiệm.

Tuy nhiên ta có thể làm việc đó tương đối đơn giản nếu chú ý đến những giữ kiện bài toán cho.

Theo giả thiết $U_C = U_R \to Z_C = R$

Giá trị của L để U_L cực đại thỏa mãn: $Z_L = \frac{R^2+Z_C^2}{Z_C} \to Z_L = 2R$

Độ lệch pha giữa u_{RL} và i: $\tan\varphi_{RL} = \frac{Z_L}{R} = 2 \to \varphi_{RL} = \frac{63\pi}{180}$

Khi U_L cực đại thì $U_{L\max} = \frac{U\sqrt{R^2+Z_C^2}}{R} = U\sqrt{2} = 100\sqrt{2}$ (V)

Kết hợp với biểu thức $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \Rightarrow U_R = \frac{U_L}{2} = 50\sqrt{2}V$

$\Rightarrow U_{RL} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{\left(50\sqrt{2}\right)^2 + \left(100\sqrt{2}\right)^2} = 50\sqrt{10}V$

Vì U_L max nên $\overrightarrow{U_{RC}} \perp \overrightarrow{U} \to \varphi - \varphi_{RC} = \frac{\pi}{2}$

Mặt khác $\tan\varphi_{RC} = \frac{-Z_C}{R} = -1 \to \varphi_{RC} = \frac{-\pi}{4} \to \varphi = \frac{\pi}{4}$

Vậy độ lệch pha giữa u_{RL} và u mạch $\Delta\varphi = \frac{63\pi}{180} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{10}$ (rad)

Biểu thức điện áp giữa hai đầu của điện trở và cuộn dây:

$$u_{RL} = 100\sqrt{5}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{10}\right)V$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 11: Đặt một điện áp xoay chiều $u = 200\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})$ vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự các phần tử gồm một điện trở thuần R, một tụ điện có điện dung C và một cuộn cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L để điện áp giữa hai đầu cuộn dây đạt cực đại thì khi đó điện áp giữa hai đầu của tụ điện là $U_C = 100$ V. Hãy viết biểu thức giữa hai đầu của R và C

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{I_{01}Z_1}{R} = \frac{\sqrt{2}.\sqrt{60^2 + \left(60\sqrt{3}\right)^2}}{60} = 2\sqrt{2}A;\ \varphi_i = \varphi_u = \frac{\pi}{4}$$

Vậy biểu thức cường độ dòng điện trong mạch: $i = 2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)A$

Chọn đáp án C

Ví dụ 9: Đặt điện áp $u = U_0\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$(V) vào hai đầu một tụ điện có điện dung $\frac{2.10^{-4}}{\pi}$(F). Ở thời điểm điện áp giữa hai đầu tụ điện là 150V thì cường độ dòng điện trong mạch là 4A. Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch là

A. $i = 4\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$(A)
B. $i = 5\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$(A)
C. $i = 5\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$(A)
D. $i = 4\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$(A)

Phân tích và hướng dẫn giải

Dung kháng: $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{2.10^{-4}}{\pi}} = 50\Omega$

Mạch chỉ có tụ nên i sớm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{2}$:

$$\frac{u^2}{U_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{u^2}{Z_C^2.I_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1 \Rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{u^2}{Z_C^2} + i^2} = \sqrt{\frac{150^2}{50^2} + 4^2} = 5(A)$$

$$\varphi_i = \varphi_u + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$$

Vậy biểu thức cường độ dòng điện: $i = 5\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$(A)

Chọn đáp án B

Ví dụ 10: Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u = 100\sqrt{2}\cos(\omega t)$ (V) gồm một điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được và một tụ điện có điện dung C. Khi thay đổi L ta thấy U_L đạt cực đại và hiệu điện thế hai đầu tụ điện bằng hiệu điện thế hai đầu điện trở thuần. Viết biểu thức điện áp giữa hai đầu của u_{RL}

A. $u_{RL} = 100\sqrt{5}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{10}\right)V$
B. $u_{RL} = 200\sqrt{5}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{10}\right)V$
C. $u_{RL} = 200\sqrt{5}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{10}\right)V$
D. $u_{RL} = 100\sqrt{5}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{10}\right)V$

Pha ban đầu của hiệu điện thế: $\varphi = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \varphi_u = \varphi_i + \varphi = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 0$

Biểu thức hiệu điện thế: $u = U_0\cos(\omega t + \varphi_u) = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t)\,V$

Chọn đáp án D

Câu 2: Cho mạch điện gồm RLC nối tiếp.

Điện áp hai đầu mạch $u = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})(V)$. Điện trở $R = 50\sqrt{3}\,\Omega$, L là cuộn dây thuần cảm có $L = \frac{0,5}{\pi}H$, điện dung $C = \frac{10^{-4}}{\pi}F$, biểu thức cường độ dòng điện trong mạch:

A. $i = 2,2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ A

B. $i = 2\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ A

C. $i = 2,2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ A

D. $i = 2\cos 100\pi t$ A

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng: $Z_L = L.\omega = \frac{0,5}{\pi}100\pi = 50\Omega$

Dung kháng: $Z_C = \frac{1}{\omega.C} = \frac{1}{100\pi.\frac{10^{-4}}{\pi}} = 100\Omega$

Tổng trở: $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{(50\sqrt{3})^2 + (50 - 100)^2} = 100\Omega$

Cường độ dòng điện cực đại: $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{220\sqrt{2}}{100} = 2,2\sqrt{2}$ A

Độ lệch pha: $\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{50 - 100}{50\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}$rad

Pha ban đầu của cường độ dòng điện:

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \varphi = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12}$ rad

Biểu thức cường độ dòng điện: $i = I_0\cos(\omega t + \varphi_i) = 2,2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ (A).

Chọn đáp án A

Câu 3: Đặt điện áp xoay chiều $u = U_0\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(V)$ vào hai đầu một cuộn cảm thuần có độ tự cảm $L = \frac{1}{2\pi}(H)$. Ở thời điểm điện áp giữa hai đầu cuộn cảm là $100\sqrt{2}$ V thì cường độ dòng điện qua cuộn cảm là 2A. Biểu thức của cường độ dòng điện qua cuộn cảm là

A. $u_{RC} = 200\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)V$

B. $u_{RC} = 200\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)V$

C. $u_{RC} = 200\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)V$

D. $u_{RC} = 200\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)V$

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo giả thiết khi L thay đổi U_L đạt cực đại thì :

u_{RC} vuông góc với u_{AB} : $U_{LMAX}{}^2 = U_{RC}{}^2 + U^2 = U_R{}^2 + U_C{}^2 + U^2$

Mặt khác: $U^2 = U_R{}^2 + (U_{LMAX} - U_C)^2$

Với $U = 100\sqrt{2}V$; $U_C = 100V \Rightarrow U_L = 200V$

Ta có $U_{RC}{}^2 = U_{LMAX}{}^2 - U^2 \Rightarrow U_{RC} = 100\sqrt{2}V$ và $\varphi_{RC} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6}$(rad)

Biểu thức điện áp hai đầu $u_{RC} = 200\cos(100\pi t - \frac{\pi}{6})$

Chọn đáp án B

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Một mạch điện xoay chiều RLC không phân nhánh có:

$R = 50\Omega$; $C = \frac{2}{\pi}.10^{-4}F$; $L = \frac{1}{\pi}H$.

Cường độ dòng điện qua mạch có dạng: $u = 2\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$(A).

Viết biểu thức tức thời điện áp hai đầu mạch điện.

A. $u = 200\cos(100\pi t)$ V

B. $u = 200\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)V$

C. $u = 100\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)V$

D. $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t)\,V$

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng: $Z_L = L.\omega = \frac{1}{\pi}100\pi = 100\Omega$;

Dung kháng: $Z_C = \frac{1}{\omega.C} = \frac{1}{100\pi.\frac{2.10^{-4}}{\pi}} = 50\Omega$

Tổng trở: $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{50^2 + (100 - 50)^2} = 50\sqrt{2}\Omega$

Hiệu điện thế cực đại: $U_0 = I_0.Z = 2.50\sqrt{2}$ V $= 100\sqrt{2}$ V

Độ lệch pha: $\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{100 - 50}{50} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$rad

A. $i=2\sqrt{3}\cos\left(100\pi t-\frac{\pi}{3}\right)(A)$ B. $i=2\sqrt{3}\cos\left(100\pi t+\frac{\pi}{6}\right)(A)$

C. $i=2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t+\frac{\pi}{6}\right)(A)$ D. $i=2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t-\frac{\pi}{6}\right)(A)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng: $Z_L=\omega L=100\pi.\frac{1}{2\pi}=50\Omega$

Mạch chỉ có cuộn cảm thuần nên i trễ pha hơn u một góc $\frac{\pi}{2}$:

$$\frac{u^2}{U_0^2}+\frac{i^2}{I_0^2}=1\Leftrightarrow\frac{u^2}{Z_L^2.I_0^2}+\frac{i^2}{I_0^2}=1\Rightarrow I_0=\sqrt{\frac{u^2}{Z_L^2}+i^2}=\sqrt{\frac{\left(100\sqrt{2}\right)^2}{50^2}+2^2}=2\sqrt{3}(A)$$

$$\varphi_i=\varphi_u-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{3}$$

Vậy biểu thức cường độ dòng điện: $i=2\sqrt{3}\cos\left(100\pi t-\frac{\pi}{3}\right)(A)$

Chọn đáp án A

Câu 4: Khi đặt hiệu điện thế không đổi 30V vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm $\frac{1}{4\pi}$ (H) thì dòng điện trong đoạn mạch là dòng điện một chiều có cường độ 1A. Nếu đặt vào hai đầu đoạn mạch này điện áp $u = 150\sqrt{2}\cos 120\pi t$ (V) thì biểu thức của cường độ dòng điện trong đoạn mạch là

A. $i=5\sqrt{2}\cos\left(120\pi t-\frac{\pi}{4}\right)$ (A). B. $i=5\cos\left(120\pi t+\frac{\pi}{4}\right)$ (A).

C. $i=5\sqrt{2}\cos\left(120\pi t+\frac{\pi}{4}\right)$ (A). D. $i=5\cos\left(120\pi t-\frac{\pi}{4}\right)$ (A).

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng: $Z_L=\omega L=120\pi.\frac{1}{4\pi}=25\Omega$

Khi đặt hiệu điện thế không đổi vào hai đầu mạch thì chỉ có R gây cản trở còn $Z_L=0\Rightarrow R=\frac{U_{1C}}{I_{1C}}=\frac{30}{1}=30\Omega$

Khi đặt hiệu điện thế xoay chiều vào hai đầu mạch thì có cả R và Z_L gây cản trở nên tổng trở của mạch: $Z=\sqrt{R^2+Z_L^2}=\sqrt{30^2+30^2}=30\sqrt{2}\Omega$

Cường độ dòng điện cực đại: $I_0=\frac{U_0}{Z}=\frac{150\sqrt{2}}{30\sqrt{2}}=5(A)$

Độ lệch pha giữa u và i: $\tan\varphi=\frac{Z_L}{R}=\frac{30}{30}=1\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{4}$

Pha của cường độ dòng điện: $\varphi=\varphi_u-\varphi_i\Rightarrow\varphi_i=\varphi_u-\varphi=0-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}$

Biểu thức cường độ dòng điện: $i=5\cos\left(120\pi t-\frac{\pi}{4}\right)(A)$

Chọn đáp án D

Câu 5: Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch có R, L, C mắc nối tiếp. Biết $R = 10\Omega$, cuộn cảm thuần có $L=\frac{1}{10\pi}$ (H), tụ điện có $C=\frac{10^{-3}}{2\pi}$(F) và điện áp giữa hai đầu cuộn cảm thuần là $u_L=20\sqrt{2}\cos\left(100\pi t+\frac{\pi}{2}\right)(V)$. Biểu thức điện áp giữa hai đầu đoạn mạch là

A. $u=40\cos\left(100\pi t+\frac{\pi}{4}\right)(V)$ B. $u=40\cos\left(100\pi t-\frac{\pi}{4}\right)(V)$

C. $u=40\sqrt{2}\cos\left(100\pi t+\frac{\pi}{4}\right)(V)$ D. $u=40\sqrt{2}\cos\left(100\pi t-\frac{\pi}{4}\right)(V)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Dung kháng: $Z_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{100\pi.\frac{10^{-3}}{2\pi}}=20\Omega$

Cảm kháng: $Z_L=\omega L=100\pi.\frac{1}{10\pi}=10\Omega$

Cường độ dòng điện cực đại: $I_0=\frac{U_{0L}}{Z_L}=\frac{20\sqrt{2}}{10}=2\sqrt{2}(A)$

Tổng trở: $Z=\sqrt{R^2+\left(Z_L-Z_C\right)^2}=\sqrt{10^2+(10-20)^2}=10\sqrt{2}\Omega$

Hiệu điện thế cực đại ở hai đầu mạch: $U_0=I_0.Z=2\sqrt{2}.10\sqrt{2}=40(V)$

Tới đây loại đi đáp án C và D

Việc còn lại là tính pha ban đầu của hiệu điện thế hai đầu mạch

i trễ pha hơn u_L một góc $\frac{\pi}{2}$ nên $\varphi_i=\varphi_u-\frac{\pi}{2}=0-\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{2}$

Độ lệch pha giữa u hai đầu mạch so với i:

$$\tan\varphi=\frac{Z_L-Z_C}{R}=\frac{10-20}{10}=-1\Rightarrow\varphi=-\frac{\pi}{4}\Rightarrow\varphi_u=\varphi-\varphi_i=-\frac{\pi}{4}-\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{4}$$

Vậy biểu thức u hai đầu mạch: $u=40\cos\left(100\pi t+\frac{\pi}{4}\right)(V)$

Chọn đáp án A

Có một cách tính cực nhanh mà các bạn đã được làm quen trong cuốn **'cẩm nang luyện thi đại học vật lý tập 1'** là tính theo máy tính casio fx 570 es hoặc casio fx 570 es plus

Hiệu điện thế tức thời hai đầu mạch : $u = i.Z = \frac{u_L}{Z_L}.Z$

Bấm máy: $\frac{20\sqrt{2}\angle\frac{\pi}{2}}{10}.10\sqrt{2} = 40\angle -\frac{\pi}{4}$

Vậy: $u = 40\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(V)$

Câu 6: Một đoạn mạch điện xoay chiều gồm một điện trở thuần $R = 80\Omega$, một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm $L = 64mH$ và một tụ điện có điện dung $C = 40\mu F$ mắc nối tiếp. Biết tần số của dòng điện $f = 50Hz$. Đoạn mạch được đặt vào điện áp xoay chiều có biểu thức $u = 282\cos 314t$ (V). Lập biểu thức cường độ tức thời của dòng điện trong đoạn mạch.

Phân tích và hướng dẫn giải

Tần số góc: $\omega = 2\pi f = 2\pi.50 = 100\pi$ rad/s

Cảm kháng: $Z_L = \omega L = 100\pi.64.10^{-3} \approx 20\Omega$

Dung kháng: $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.40.10^{-6}} \approx 80\Omega$

Tổng trở: $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{80^2 + (20-80)^2} = 100\Omega$

Cường độ dòng điện cực đại: $I_o = \frac{U_o}{Z} = \frac{282}{100} = 2,82$ A

Độ lệch pha của hiệu điện thế so với cường độ dòng điện:

$$\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{20-80}{80} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \varphi \approx -37^o$$

$$\Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \varphi = -\varphi = 37^o = \frac{37\pi}{180} \text{ rad;}$$

Vậy $i = 2,82\cos\left(314t + \frac{37\pi}{180}\right)$ (A)

Câu 7: Một đoạn mạch gồm cuộn cảm có độ tự cảm L và điện trở thuần r mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C thay đổi được. Đặt vào hai đầu mạch một hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng U và tần số f không đổi. Khi điều chỉnh để điện dung của tụ điện có giá trị C = C₁ thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện và hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị và bằng U, cường độ dòng điện trong mạch khi đó có biểu thức $i_1 = 2\sqrt{6}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A)$. Khi điều chỉnh để điện dung của tụ điện có giá trị C = C₂ thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện đạt giá trị cực đại. Cường độ dòng điện tức thời trong mạch khi đó có biểu thức là

A. $i_2 = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t + 5\pi/12)(A)$
B. $i_2 = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t + \pi/3)(A)$
C. $i_2 = 2\sqrt{3}\cos(100\pi t + 5\pi/12)(A)$
D. $i_2 = 2\sqrt{3}\cos(100\pi t + \pi/2)(A)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi $C = C_1 \Rightarrow U_L = U_C = U$ (cộng hưởng) $\Rightarrow U_R = U = U_L = U_C \Rightarrow R = Z_L$

$\Rightarrow \varphi_u = \varphi_{i_1} = \frac{\pi}{4}$

Cường độ dòng điện cực đại: $I_{01} = \frac{U_0}{R} = 2\sqrt{6}A$

Khi $C = C_2 \Rightarrow U_{Cmax} \Rightarrow Z_{C_2} = \frac{Z_L^2 + R^2}{Z_L} = \frac{R^2 + R^2}{R} = 2R$

Độ lệch pha giữa u và i lúc này: $\tan\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C2}}{R} = \frac{R - 2R}{R} = -1 \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{4}$

Mà $\varphi_2 = \varphi_u - \varphi_{i2} = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi_{i2} = \varphi_u + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

Cường độ cực đại trong trường hợp này là:

$$I_{02} = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_{C_2}\right)^2}} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (R-2R)^2}} = \frac{U_0}{R\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3}A$$

Vậy biểu thức cường độ dòng điện trong trường hợp $C = C_2$:

$$i_2 = 2\sqrt{3}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)A$$

Chọn đáp án D

Câu 8: Đặt điện áp $u = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$(V) vào hai đầu một đoạn mạch gồm một cuộn cảm có điện trở thuần $r = 5\Omega$ và độ tự cảm $L = \frac{25}{\pi}10^{-2}$H mắc nối tiếp với một điện trở thuần $R = 20\Omega$. Biểu thức cường độ dòng điện trong đoạn mạch là

A. $i = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t - \pi/4)$ (A).
B. $i = 4\cos(100\pi t + \pi/4)$ (A).
C. $i = 4\cos(100\pi t - 3\pi/4)$ (A).
D. $i = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t + \pi/4)$ (A).

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng: $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{25}{\pi}10^{-2} = 25\Omega$

Độ lệch pha giữa u và i: $\tan\varphi = \frac{Z_L}{R+r} = \frac{25}{20+5} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$

Mà $\varphi = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \varphi = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4}$

Cường độ cực đại: $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{\sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{25^2 + 25^2}} = 4A$

Vậy biểu thức cường độ dòng điện trong trường hợp $C = C_2$:

$$i = 4\cos\left(100\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)A$$

Chọn đáp án C

Câu 9: Đặt điện áp xoay chiều $u = 100\sqrt{2}\cos\omega t\ (V)$, ω thay đổi được đặt vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm biến trở mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần, đoạn mạch MB chỉ có một tụ điện. Khi $\omega = 100\pi (rad/s)$ thì điện áp hiệu dụng U_{AM} không phụ thuộc vào giá trị của biến trở, đồng thời điện áp hiệu dụng $U_{MB} = 100V$. Khi đó

A. $u_{AM} = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(V)$. B. $u_{AM} = 200\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(V)$.

C. $u_{AM} = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(V)$. D. $u_{AM} = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(V)$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu AM:

$$U_{AM} = I.Z_{AM} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.\sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C(Z_C - 2Z_L)}{R^2 + Z_L^2}}}$$

Theo bài ra: $U_{AM} \notin R \Leftrightarrow Z_C - 2Z_L = 0 \Rightarrow Z_C = 2Z_L \Rightarrow U_L = \frac{U_C}{2} = \frac{100}{2} = 50V$

Ta lại có: $U_R = \sqrt{U^2 - (U_L - U_C)^2} = \sqrt{100^2 - (50 - 100)^2} = 50\sqrt{3}V$

$\Rightarrow U_{AM} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{\left(50\sqrt{3}\right)^2 + 50^2} = 100V$

Độ lệch pha giữa u và i: $\tan\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{50 - 100}{50\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}$

Mà $\varphi = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \varphi = 0 - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6}$

Độ lệch pha giữa uAM và i: $\tan\varphi_{AM} = \frac{U_L}{U_R} = \frac{50}{50\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_{AM} = \frac{\pi}{6}$

Mà $\varphi_{AM} = \varphi_{u_{AM}} - \varphi_i \Rightarrow \varphi_{u_{AM}} = \varphi_{AM} + \varphi_i = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

Vậy: $u_{AM} = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)V$

Chọn đáp án A

Câu 10: Đoạn mạch điện xoay chiều AMB cấu tạo gồm đoạn AM chứa R và C mắc nối tiếp với đoạn MB chứa cuộn cảm thuần có L thay đổi. Điện áp xoay chiều hai đầu mạch AB: $u = 75\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (V). Điều chỉnh L đến khi UMB có giá trị cực đại bằng 125 V. Biểu thức điện áp giữa hai đầu AM là

A. $u_{AM} = 100\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (V) B. $u_{AM} = 100\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V)

C. $u_{AM} = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (V) D. $u_{AM} = 100\cos 100\pi t$ (V)

Phân tích và hướng dẫn giải

L biến thiên để UL max nên

$$\overrightarrow{U_{RC}} \perp \vec{U} \Rightarrow \begin{cases} U_{AM} = U_{RC} = \sqrt{U_{L\max}^2 - U^2} = \sqrt{125^2 - 75^2} = 100V \\ \varphi_u - \varphi_{u_{RC}} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_{u_{RC}} = \varphi_u - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0 \end{cases}$$

Vậy: $u_{AM} = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t)V$

Chọn đáp án B

Câu 11: Một mạch điện gồm $R = 10\Omega$, cuộn dây thuần cảm có $L = \frac{0,1}{\pi}H$ và tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-3}}{2\pi}F$ mắc nối tiếp. Dòng điện xoay chiều trong mạch có biểu thức: $i = \sqrt{2}\cos(100\pi t)(A)$. Điện áp ở hai đầu đoạn mạch có biểu thức là

A. $u = 20\cos(100\pi t - \pi/4)(V)$. B. $u = 20\cos(100\pi t + \pi/4)(V)$.

C. $u = 20\cos(100\pi t)(V)$. D. $u = 20\sqrt{5}\cos(100\pi t - 0,4)(V)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Bài này giải theo máy tính sẽ cực kỳ nhanh:

$u = i.Z = \sqrt{2}\angle 0.(10 + 10i - 20i) = 20\angle -\frac{\pi}{4}$

Vậy: $u = 20\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)V$

Chọn đáp án A

Chuyên đề 2

BÀI TOÁN VỀ GIÁ TRỊ HIỆU DỤNG

Phương pháp giải

Sử dụng công thức: $U^2 = U_R^2 + \left(U_L - U_C\right)^2$

hay $\cos\varphi = \dfrac{U_R}{U}$ hay $U = \dfrac{P}{I.\cos\varphi}$ hay $\tan\varphi = \dfrac{U_L - U_C}{U_R}$

hay dùng giản đồ vec tơ

🕮 VÍ DỤ MẪU

Ví dụ 1: Dòng điện i = 4cos²ωt (A) có giá trị hiệu dụng là

A. $\sqrt{6}$ A. B. $2\sqrt{2}$ A. C. $(2+\sqrt{2})$A. D. $\sqrt{2}$ A.

Phân tích và hướng dẫn giải

$$Q = \int_0^T i^2(t).R.dt = \int_0^T I_0^2\left(\frac{1+\cos(2\omega t)}{2}\right)^2.R.dt$$

$$= \int_0^T I_0^2\,\frac{1+2.\cos(2\omega t)+\dfrac{1+\cos(4\omega t)}{2}}{4}.R.dt = \frac{I_0^2R}{4}.T + \frac{I_0^2R}{8}.T$$

$$= \frac{3.I_0^2R}{8}.T = I^2{}_{hd}.R.T \Rightarrow I^2{}_{hd} = \frac{3.I^2{}_0}{8} = 6 \Rightarrow I_{hd} = \sqrt{6}A$$

Chọn đáo án A

Nhận xét: *để xác định cường độ hiệu dụng của dòng điện xoay chiều, người ta cho dòng điện xoay chiều và dòng điện không đổi cùng chạy qua điện trở nào đó sau thời gian t giống nhau. Cuối cùng người ta đo được nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở đó trong hai dòng điện trên là bằng nhau từ đó mới có khái niệm cường độ dòng điện hiệu dụng trong dòng điện xoay chiều chính là độ lớn của dòng điện không đổi.*

Bài toán trên, thời gian được xét là một chu kỳ của dòng điện xoay chiều. Đây là dạng toán tuy để ngắn nhưng hơi mới lạ đối với nhiều bạn và đề thi chính thức cũng chưa ra thi dạng này.

Ví dụ 2: Chọn phát biểu **sai**? Mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp có R và C không đổi, đang xảy ra cộng hưởng. Nếu tăng L một lượng nhỏ thì

A. điện áp hiệu dụng trên tụ điện giảm.

B. điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm giảm

C. công suất toả nhiệt trên mạch giảm.

D. điện áp hiệu dụng trên điện trở giảm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ban đầu mạch cộng hưởng nên $Z_C = Z_L \Rightarrow Z = Z_{min} = R$

Khi tăng R một lượng nhỏ thì tổng trở của mạch lúc này:

$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \uparrow$ vì $Z_L - Z_C \neq 0 \Rightarrow (Z_L - Z_C)^2 > 0$

$U_C = I.Z_C = \dfrac{U}{Z\uparrow}.Z_C \Rightarrow U_C \downarrow (Z_C;\ U = \text{const})$ nên A đúng

L biến thiên để $U_{L\max}$ khi $Z_L = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$. Ban đầu $Z_C = Z_L$ nên khi tăng L một lượng nhỏ thì Z_L sẽ tăng một lượng nhỏ vì thế U_L sẽ tăng và cứ tăng từ từ L đến khi $Z_L = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ thì $U_{L\max}$ vì thế trong câu này điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm tăng nên đáp án B sai

$P = I^2.R = \dfrac{U^2}{Z^2\uparrow}.R \Rightarrow P \downarrow (R;\ U = \text{const})$ nên C đúng

$U_R = I.R = \dfrac{U}{Z\uparrow}.R \Rightarrow U_R \downarrow (R;\ U = \text{const})$ nên D đúng

Chọn đáp án B

Ví dụ 3: Đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AN chứa cuộn thuần cảm nối tiếp với đoạn mạch NB chứa điện trở R và tụ điện C. Gọi U_R, U_L, U_C là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu mỗi phần tử R, L, C. Biết điện áp giữa hai đầu AB biến thiên điều hoà vuông pha so với điện áp hai đầu NB. Hệ thức nào sau đây đúng?

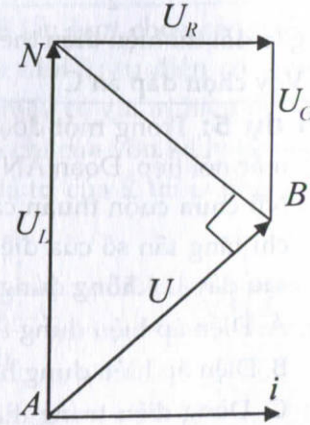
A. $U_R^2 + U_L^2 + U_C^2 - U^2 = 0$; B. $U^2 + U_R^2 + U_C^2 - U_L^2 = 0$;

C. $U^2 + U_L^2 + U_C^2 - U_R^2 = 0$; D. $U_R^2 + U_L^2 + U^2 - U_C^2 = 0$;

Phân tích và hướng dẫn giải

Các bài toán về liên hệ giữa các giá trị hiệu dụng, có một cách giải nhanh, dễ hiểu mà các bạn cần lưu ý là cách sử dụng vecto trượt đã được trình bày rất chi tiết trong cuốn ***"cẩm nang luyện thi đại học tập 1"*** *của tác giả nên các bạn có thể tham khảo.*

Từ giả thiết đề cho ta có giản đồ vecto trượt:



$u_{AB} \perp u_{NB} \Rightarrow \Delta ABN$ vuông tại B

$\Rightarrow AN^2 = AB^2 + NB^2$

$\Leftrightarrow U_L^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2 \Rightarrow U^2 + U_R^2 + U_C^2 - U_L^2 = 0$

Chọn đáp án B

Ví dụ 4: Một đoạn mạch gồm điện trở R, cuộn thuần cảm L và tụ điện C mắc nối tiếp (trong đó R, L, C là những giá trị hữu hạn và khác 0). Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U, tần số f thì thấy điện áp hai đầu điện trở R, cuộn thuần cảm L và tụ điện C lần lượt $U_R = \frac{U\sqrt{3}}{2}$; $U_L = \frac{U}{2}$. Khi tần số dòng điện là 2f thì điện áp trên điện trở, trên tụ điện và trên cuộc cảm lần lượt bằng

A. $U_R = \frac{U\sqrt{3}}{2}, U_L = \frac{3U}{2}, U_C = U;$ B. $U_R = \frac{U}{2}, U_L = \sqrt{3}U, U_C = \frac{\sqrt{3}U}{2};$

C. $U_R = \frac{U\sqrt{3}}{2}, U_L = U, U_C = \frac{U}{2};$ D. $U_R = U, U_L = U, U_C = U;$

Phân tích và hướng dẫn giải

Từ công thức liên hệ giữa các U:

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \Rightarrow (U_L - U_C)^2 = U^2 - U_R^2 = U^2 - \frac{3U^2}{4} = \frac{U^2}{4}$$

$$\Rightarrow |U_L - U_C| = \frac{U}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{U}{2} - U_C = \frac{U}{2} \\ \frac{U}{2} - U_C = -\frac{U}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} U_C = 0 \\ U_C = U \end{array}\right.$$

Khi tần số tăng gấp đôi: $f' = 2f \Rightarrow \begin{cases} Z'_L = 2\pi f' L = 2Z_L \Rightarrow U'_L = 2U_L = U \\ Z'_C = \frac{1}{2\pi f' C} = \frac{Z_C}{2} \Rightarrow U'_C = \frac{U_C}{2} = \frac{U}{2} \end{cases}$

Ta có: $U_R = \frac{U\sqrt{3}}{2}$ luôn là hằng số vì U không đổi nên khi tăng tần số lên gấp đôi thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu điện trở không thay đổi.

Vậy chọn đáp án C

Ví dụ 5: Trong một đoạn mạch xoay chiều AB gồm hai đoạn AN và NB mắc nối tiếp. Đoạn AN gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với tụ C, đoạn NB chứa cuộn thuần cảm L. Khi mạch đang có cộng hưởng, nếu sau đó chỉ tăng tần số của điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch thì kết luận nào sau đây là **không** đúng?

A. Điện áp hiệu dụng trên đoạn AN tăng.

B. Điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở thuần R giảm.

C. Dòng điện trong mạch chậm pha hơn điện áp đặt vào mạch hai đầu mạch AB.

D. Cường độ hiệu dụng trong mạch giảm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Tổng trở của mạch: $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

Khi mạch cộng hưởng $Z_L = Z_C \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow Z = Z_{min} = R$

Khi tần số tăng thì $Z_L = \omega L \uparrow$, $Z_C = \frac{1}{\omega C} \downarrow \Rightarrow \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \uparrow \Rightarrow Z \uparrow$

Tổng trở đoạn AN: $Z_{AN} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \uparrow$

A. Điện áp hiệu dụng trên đoạn AN: $U_{AN} = I.Z_{AN} = \frac{U}{Z\uparrow}.Z_{AN} \downarrow \Rightarrow U_{AN} \downarrow$ vì thế đáp án A **sai**

B. Điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở thuần R giảm là **đúng** vì:

$$U_R = I.R = \frac{U}{Z\uparrow}.R \Rightarrow U_R \downarrow$$

C. Dòng điện trong mạch chậm pha hơn điện áp đặt vào mạch hai đầu mạch AB **đúng** vì tần số tăng thì $Z_L = \omega L \uparrow$, $Z_C = \frac{1}{\omega C} \downarrow \Rightarrow \omega L > \frac{1}{\omega C}$

$$\Rightarrow \tan\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} > 0 \Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i > 0 \Rightarrow \varphi_i < \varphi_u$$

D. Cường độ hiệu dụng trong mạch giảm **đúng** vì

$$I = \frac{U}{Z\uparrow} \Rightarrow I \downarrow (U = \text{const})$$

Vậy chọn đáp án A

Ví dụ 6: Các đoạn mạch xoay chiều AM, MN, NB lần lượt chứa các phần tử: biến trở R; cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm L; tụ điện có điện dụng C. Đặt vào hai đầu AB một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U không đổi, còn số góc ω thay đổi được. Để số chỉ của vôn kế lý tưởng đặt giữa hai điểm A, N không phụ thuộc vào giá trị của R thì ω phải có giá trị

A. $\omega = \frac{2}{\sqrt{L.C}}$. B. $\omega = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$. C. $\omega = \frac{1}{\sqrt{2.L.C}}$. D. $\omega = \frac{1}{\sqrt{3.L.C}}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Điện áp giữa hai điểm AN: $V = U_{AN} = I.Z_{AN} = \frac{U}{Z}.Z_{AN}$

$$\Rightarrow U_{AN} = \frac{U}{\sqrt{R^2+\left(Z_L-Z_C\right)^2}}.\sqrt{R^2+Z_L^2} = \frac{U}{\sqrt{1+\dfrac{Z_C\left(Z_C-2Z_L\right)}{R^2+Z_L^2}}}$$

$$\Rightarrow U_{AN} \notin R \Leftrightarrow Z_C\left(Z_C-2Z_L\right)=0 \Leftrightarrow Z_C-2Z_L=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\omega C}-2\omega L=0 \Rightarrow \omega=\frac{1}{\sqrt{2LC}}$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 7: Đặt điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$ vào hai đầu mạch điện mắc nối tiếp theo thứ tự: điện trở R, cuộn thuần cảm L và tụ C. Biết U, L, ω không thay đổi; điện dung C và điện trở R có thể thay đổi. Khi $C = C_1$ thì điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở không phụ thuộc R; khi $C = C_2$ thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch chứa L và R cũng không phụ thuộc R. Biểu thức đúng là

A. $C_2 = 0,5C_1$.
B. $C_2 = C_1$.
C. $C_2 = 2C_1$.
D. $C_2 = \sqrt{2}\,C_1$.

Phân tích và hướng dẫn giải

$$\text{Khi } C=C_1 \Rightarrow U_R = I.R = \frac{U}{Z}.R = \frac{U}{\sqrt{R^2+\left(Z_L-Z_{C_1}\right)^2}}.R = \frac{U}{\sqrt{1+\dfrac{\left(Z_L-Z_{C_1}\right)^2}{R^2}}}$$

$$\Rightarrow U_R \notin R \Leftrightarrow Z_L-Z_{C_1}=0 \Leftrightarrow \omega=\frac{1}{\sqrt{LC_1}} \qquad (1)$$

$$\text{Khi } C=C_2 \Rightarrow U_{RL} = I.Z_{RL} = \frac{U}{Z}.Z_{RL}$$

$$\Rightarrow U_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2+\left(Z_L-Z_{C_2}\right)^2}}.\sqrt{R^2+Z_L^2} = \frac{U}{\sqrt{1+\dfrac{Z_{C_2}\left(Z_{C_2}-2Z_L\right)}{R^2+Z_L^2}}}$$

$$\Rightarrow U_{RL} \notin R \Leftrightarrow Z_{C_2}\left(Z_{C_2}-2Z_L\right)=0 \Leftrightarrow Z_{C_2}-2Z_L=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\omega C_2}-2\omega L=0 \Rightarrow \omega=\frac{1}{\sqrt{2}.\sqrt{LC_2}} \qquad (2)$$

Vì tần số không đổi nên từ (1) và (2) ta có: $\dfrac{1}{\sqrt{LC_1}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}.\sqrt{LC_2}} \Rightarrow C_2 = 0,5C_1$

Chọn đáp án A

Ví dụ 8: Khi mắc lần lượt điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L, tụ điện C vào một điện áp xoay chiều ổn định thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch lần lượt là 2A, 1A, 3A. Khi mắc nối tiếp ba phần tử R,L,C đó rồi mắc vào điện áp xoay chiều trên thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là

A. $3\sqrt{2}$ A.
B. 6 A.
C. 1,20 A.
D. 1,25 A.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra, khi mắc lần lượt điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L, tụ điện C vào một điện áp xoay chiều U không đổi nên ta có:

Điện trở thuần: $R = \dfrac{U}{I_R} = \dfrac{U}{2}$

Cảm kháng cuộn dây: $Z_L = \dfrac{U}{I_L} = \dfrac{U}{1} = U$

Dung kháng của tụ: $Z_C = \dfrac{U}{I_C} = \dfrac{U}{3}$

Khi mắc nối tiếp ba phần tử R, L, C đó rồi mắc vào điện áp xoay chiều trên thì: Tổng trở của mạch lúc này:

$$Z=\sqrt{R^2+\left(Z_L-Z_C\right)^2}=\sqrt{\frac{U^2}{4}+\left(U-\frac{U}{3}\right)^2}=\frac{5}{6}U$$

Cường độ dòng điện hiệu dụng lúc này: $I=\dfrac{U}{Z}=\dfrac{U}{\frac{5}{6}U}=1,2\text{A}$

Chọn đáp án C

Ví dụ 9: Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đặt điện áp $u=240\cos\left(100\pi t+\dfrac{\pi}{12}\right)$ (V) vào hai đầu đoạn mạch AB thì điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch MB là $u_{MB}=120\sqrt{2}\cos\left(100\pi t-\dfrac{\pi}{6}\right)$ (V). Điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch AM bằng

A. $120\sqrt{2}$ V.
B. 0.
C. 120 V.
D. $120\left(\sqrt{2}-1\right)$ V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Bài này giải theo số phức chỉ mất khoảng 10 giây là có đáp án, lưu ý khi giải chuyển về tọa độ cực dạng $A\angle\theta$ còn nếu chưa đưa về tọa độ cực thì cần bấm thêm SHIFT 23 = máy sẽ chuyển về tọa độ cực. Cách giải như sau:

Ta có: $u_{AB}=u_{AM}+u_{MB} \Rightarrow u_{AM}=u_{AB}-u_{MB}$

Bấm máy: $240\angle\left(\dfrac{\pi}{12}\right)-120\sqrt{2}\angle\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=169,7\angle\dfrac{\pi}{3}$

Từ đây ta thấy $U_{AM}=\dfrac{U_{0AM}}{\sqrt{2}}=\dfrac{169,7}{\sqrt{2}}=120\text{V}$

Chọn đáp án C

Ví dụ 10: Đặt điện áp $u = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ (V) vào hai đầu mạch RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, điện dung C thay đổi được. Khi điện dung có $C = C_1$, đo điện áp hai đầu cuộn dây, tụ điện và điện trở lần lượt $U_L = 310V$ và $U_C = U_R = 155V$. Khi thay đổi $C = C_2$ để $U_{C2} = 155\sqrt{2}$ V thì điện áp hai đầu cuộn dây khi đó bằng

A. 175,3V. B. 350,7V. C. 120,5V. D. 354,6V

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $U_L = 2U_R$ luôn luôn là hằng số

Khi $C = C_1 \Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + \left(U_L - U_{C_1}\right)^2} = \sqrt{155^2 + (310 - 155)^2} = 155\sqrt{2}V$

$$C = C_2 \Rightarrow U^2 = U_{R_2}^2 + \left(U_{L_2} - U_{C_2}\right)^2 = U_{R_2}^2 + U_{L_2}^2 + U_{C_2}^2 - 2U_{L_2}U_{C_2}$$

Khi $\Leftrightarrow U_{L_2}^2 - 2U_{L_2}U_{C_2} + \left(\frac{U_{L_2}}{2}\right)^2 + U_{C_2}^2 - U^2 = 0$

$$\Rightarrow U_{L_2} = \frac{8}{5}U_{C_2} = \frac{8}{5}.155\sqrt{2} = 350,7V$$

Chọn đáp án B

Nhận xét: *Bài toán có vẻ dễ dàng nhưng nếu không chú ý đến hệ thức* $U_L = 2U_R$ *luôn luôn là hằng số vì L và R không thay đổi là chúng ta sẽ có đáp án khác.*

Ví dụ 11: Đặt một điện áp xoay chiều $u = U_0\cos\omega t$(V) vào hai đầu mạch điện AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở R, cuộn dây không thuần cảm (L, r) và tụ điện C với R = r. Gọi N là điểm nằm giữa điện trở R và cuộn dây, M là điểm nằm giữa cuộn dây và tụ điện. Điện áp tức thời u_{AM} và u_{NB} vuông pha với nhau và có cùng một giá trị hiệu dụng là $30\sqrt{5}$ V. Giá trị của U_0 bằng:

A. $120\sqrt{2}$ V. B. 120V. C. $60\sqrt{2}$ V. D. 60V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Do $R = r \Rightarrow U_R = U_r$

Ta có: $(U_R + U_r)^2 + U_L^2 = U_{AM}^2 \Rightarrow 4U_R^2 + U_L^2 = U_{AM}^2$ (1)

$U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = U_{NB}^2$ (2)

$U_{AM} = U_{NB} \Rightarrow Z_{AM} = Z_{NB} \Rightarrow 4R^2 + Z_L^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2$

$\Rightarrow 3R^2 + Z_L^2 = (Z_L - Z_C)^2$ (*)

u_{AM} và u_{BN} vuông pha $\Rightarrow \tan\varphi_{AM}.\tan\varphi_{NB} = -1$

$\frac{Z_L}{2R}\frac{Z_L - Z_C}{R} = -1 \Rightarrow (Z_L - Z_C)^2 = \frac{4R^2}{Z_L^2}$ (**)

Từ (*) và (**) $3R^2 + Z_L^2 = \frac{4R^2}{Z_L^2} \Rightarrow Z_L^4 + 3R^2Z_L^2 - 4R^2 = 0 \Rightarrow Z_L^2 = R^2$

Do đó $U_L^2 = U_R^2$ (3). Từ (1) và (3) $\Rightarrow 5U_R^2 = U_{AM}^2 = (30\sqrt{5})^2$

$\Rightarrow U_R = 30$ (V) $\Rightarrow U_R = U_L = 30$ (V) (4)

$U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = U_{NB}^2 \Rightarrow (U_L - U_C)^2 = (30\sqrt{5})^2 - 30^2 = 4.30^2$

$U_{AB}^2 = (U_R + U_r)^2 + (U_L - U_C)^2 = 4U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = 2.4.30^2$

$\Rightarrow U_{AB} = 60\sqrt{2}$ (V) $\Rightarrow U_0 = U_{AB}.\sqrt{2} = 120$ (V).

Chọn đáp án B

Ví dụ 12: Cho mạch điện xoay chiều AB gồm đoạn mạch AM nối tiếp với đoạn mạch MB. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần R_1 nối tiếp với cuộn thuần cảm có độ tự cảm L, đoạn mạch MB gồm điện trở thuần R_2 nối tiếp với tụ điện có điện dung C ($R_1 = R_2 = 100\ \Omega$). Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB điện áp $u = 100\sqrt{2}\cos\omega t$(V). Khi mắc ampe kế có điện trở không đáng kể vào hai đầu đoạn mạch MB thì ampe kế chỉ $\sqrt{2}/2$ (A). Khi mắc vào hai đầu đoạn mạch MB một vôn kế điện trở rất lớn thì hệ số công suất của mạch đạt giá trị cực đại. Số chỉ của vôn kế là

A. 100 V. B. $50\sqrt{2}$ V. C. $100\sqrt{2}$ V. D. 50 V

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi mắc ampe kế vào hai đầu MB thì đoạn MB bị nối tắt, lúc này mạch chỉ còn R_1 nối tiếp với L.

Từ đó ta dễ dàng tính được tổng trở đoạn AM và cảm kháng của cuộn dây

$$Z_1 = \frac{U_{AB}}{I} = 100\sqrt{2}\Omega \Rightarrow Z_L = \sqrt{Z_1^2 - R_1^2} = 100\Omega$$

Khi mắc vôn kế, hệ số công suất cực đại suy ra mạch cộng hưởng, nên ta có $Z_C = Z_L = 100\Omega$, khi đó tổng trở là $Z = 2R_1 = 200\Omega$ và lúc này cường độ dòng điện sẽ là: $I' = \frac{U}{Z} = \frac{100}{200} = 0,5A$

Tổng trở đoạn MB: $Z_{MB} = \sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}\Omega$

Số chỉ vôn kế: $V = U_{MB} = I'.Z_{MB} = 0,5.100\sqrt{2} = 50\sqrt{2}V$

Chọn đáp án B

Ví dụ 13: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi 150V vào đoạn mạch AMB gồm đoạn AM chỉ chứa điện trở R, đoạn mạch MB chứa tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Biết sau khi thay đổi độ tự cảm L thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB tăng $2\sqrt{2}$ lần và dòng điện trong mạch trước và sau khi thay đổi lệch pha nhau một góc $\frac{\pi}{2}$. Tìm điện áp hiệu dụng hai đầu mạch AM khi chưa thay đổi L?

A. 100 V. B. $100\sqrt{2}$ V. C. $100\sqrt{3}$ V. D. 120 V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $\varphi_{i_1} - \varphi_{i_2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan\varphi_1.\tan\varphi_2 = -1$

$$\Leftrightarrow \frac{U_{L_1} - U_{C_1}}{U_{R_1}}.\frac{U_{L_2} - U_{C_2}}{U_{R_2}} = -1 \Leftrightarrow U_{MB_1}^2.U_{MB_2}^2 = U_{R_1}^2.U_{R_2}^2$$

$$\Leftrightarrow 8U_{MB_1}^4 = U_{R_1}^2.U_{R_2}^2 \text{ vì } \left(U_{MB_2} = 2\sqrt{2}U_{MB_1}\right)$$

Mặt khác $U^2 = U_{R1}^2 + U_{MB1}^2 = U_{R2}^2 + U_{MB2}^2 \Rightarrow U_{R2}^2 = U_{R1}^2 - 7U_{MB1}^2$ (**)

Từ (*) và (**): $8U_{MB1}^4 = U_{R1}^2\ U_{R2}^2 = U_{R1}^2\left(U_{R1}^2 - 7U_{MB1}^2\right)$

$$\Leftrightarrow U_{R1}^4 - 7U_{MB1}^2\ U_{R1}^2 - 8U_{MB1}^4 = 0 \Rightarrow U_{R1}^2 = 8U_{MB1}^2$$

$$U_{R1}^2 + U_{MB1}^2 = U^2 \Rightarrow U_{R1}^2 + \frac{U_{R1}^2}{8} = U^2 \Rightarrow U_{R1} = \frac{2\sqrt{2}}{3}U = 100\sqrt{2}\ (V).$$

Chọn đáp án B

BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Đặt điện áp $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$ vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp, biết điện trở R không đổi. Khi trong đoạn mạch có cộng hưởng điện thì phát biểu nào sau đây **sai?**

A. Cường độ hiệu dụng của dòng điện trong mạch đạt giá trị lớn nhất.

B. Cảm kháng và dung kháng của đoạn mạch bằng nhau.

C. Điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở nhỏ hơn điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch.

D. Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch cùng pha với điện áp giữa hai đầu điện trở.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. khi mạch cộng hưởng thì $Z_L = Z_C \Rightarrow Z = Z_{min} = R \Rightarrow I = I_{max} = \frac{U}{R}$ vì thế Đáp án A đúng.

B. khi mạch cộng hưởng thì $Z_L = Z_C$ vì thế đáp án B đúng.

C. khi mạch cộng hưởng thì $Z_L = Z_C \Rightarrow Z = Z_{min} = R \Rightarrow U_R = U$ vì thế Đáp án C sai.

D. khi mạch cộng hưởng thì $Z_L = Z_C \Rightarrow \tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 0$ $\Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0 \Rightarrow \varphi_u = \varphi_i$ vì thế đáp án D đúng.

Vậy chọn đáp án C

Câu 2: Một đoạn mạch AB gồm đoạn AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM có điện trở thuần R_1 nối tiếp với tụ điện có điện dung C_1. Đoạn mạch MB có điện trở thuần R_2 nối tiếp tụ điện có điện dung C_2. Khi đặt điện áp $u = U_0\cos\omega t$ (U_0, ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB thì tổng trở $Z_{AB} = Z_{AM} + Z_{MB}$. Hệ thức liên hệ giữa R_1, C_1, R_2, C_2 là

A. $R_1 + R_2 = C_1 + C_2$.

B. $R_2C_2 = R_1C_1$.

C. $R_2C_1 = R_1C_2$.

D. $R_1R_2 = C_1C_2$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $Z_{AB} = Z_{AM} + Z_{MB} \Rightarrow U_{AB} = U_{AM} + U_{MB}$ điều này xảy ra khi u_{AM} cùng pha với u_{MB} vì thế:

$$\tan\varphi_{AM} = \tan\varphi_{MB} \Leftrightarrow \frac{-Z_{C_1}}{R_1} = \frac{-Z_{C_2}}{R_2} \Leftrightarrow \frac{1}{\omega C_1 R_1} = \frac{1}{\omega C_2 R_2} \Rightarrow C_2R_2 = C_1R_1$$

Chọn đáp án B

Câu 3: Một mạch điện xoay chiều gồm các linh kiện lý tưởng R, L, C mắc nối tiếp, điện trở R có thể thay đổi. Khi $\omega = \omega_0$ thì mạch có cộng hưởng. Hỏi cần phải đặt vào mạch một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, có tần số góc ω bằng bao nhiêu lần ω_0 để điện áp U_{RL} không phụ thuộc vào R?

A. 2.

B. 0,5.

C. $\sqrt{2}$.

D. $1/\sqrt{2}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Điện áp giữa hai điểm AN: $U_{RL} = I.Z_{RL} = \frac{U}{Z}.Z_{RL}$

$$\Rightarrow U_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.\sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C(Z_C - 2Z_L)}{R^2 + Z_L^2}}}$$

$$\Rightarrow U_{RL} \notin R \Leftrightarrow Z_C(Z_C - 2Z_L) = 0 \Leftrightarrow Z_C - 2Z_L = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\omega C} - 2\omega L = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{2}.\sqrt{LC}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Chọn đáp án D

Câu 4: Một mạch điện xoay chiều gồm RLC nối tiếp. Điện trở R, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm $L = \frac{0,3}{\pi}$ H, tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-3}}{6\pi}$ F. Điện áp giữa hai đầu mạch có giá trị hiệu dụng U không đổi và có tần số f thay đổi. Thay đổi tần số f để cho điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở bằng điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch thì f có giá trị là

A. $50\sqrt{2}$ Hz.

B. 100 Hz.

C. 50 Hz.

D. $100\sqrt{2}$ Hz.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: Thay đổi tần số f để cho điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở bằng điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch khi đó trong mạch xảy ra cộng hưởng điện vì thế:

$$Z_L = Z_C \Leftrightarrow 2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{0,3}{\pi}.\frac{10^{-3}}{6\pi}}} = 50\sqrt{2}\text{Hz}$$

Chọn đáp án A

Câu 5: Đoạn mạch không phân nhánh gồm một điện trở thuần, một cuộn cảm thuần và một tụ điện đặt dưới điện áp xoay chiều $u = 200\cos(2\pi ft)$ V có tần số thay đổi được. Khi tần số là f_1 thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu R là $U_R = 100\sqrt{2}$ V. Khi tần số là f_2 thì cảm kháng bằng 4 lần dung kháng. Tỉ số f_1/f_2 là

A. 0,25 B. 0,5 C. 2 D. 4

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}V$

Khi tần số là f_1 thì $U_R = 100\sqrt{2}V = U \Rightarrow$ mạch cộng hưởng nên $f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

Khi tần số là f_2 thì:

$$Z_L = 4Z_C \Leftrightarrow 2\pi f_2 L = 4\frac{1}{2\pi f_2 C} \Rightarrow f_2 = \frac{2}{2\pi\sqrt{LC}} = 2f_1 \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = 0,5$$

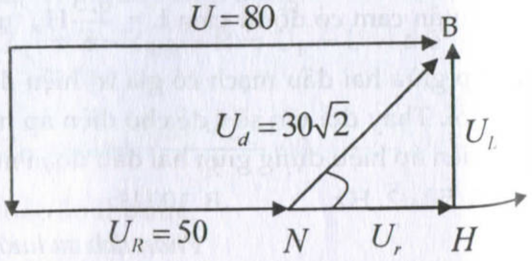
Chọn đáp án B

Câu 6: Một mạch điện xoay chiều nối tiếp gồm tụ điện có điện dung C, điện trở thuần R và cuộn dây có độ tự cảm L có điện trở thuần r. Dùng vôn kế có điện trở rất lớn lần lượt đo hai đầu điện trở, hai đầu cuộn dây và hai đầu đoạn mạch thì số chỉ lần lượt là 50V, $30\sqrt{2}$ V và 80 V. Biết điện áp tức thời trên cuộn dây sớm pha hơn dòng điện là $\pi/4$. Điện áp hiệu dụng trên tụ bằng

A. 30V B. $30\sqrt{2}$ V C. 50V D. $50\sqrt{2}$ V

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có giản đồ vecto trượt như hình vẽ:



Điện áp tức thời trên cuộn dây sớm pha hơn dòng điện là $\pi/4$ nên tam giác NHB vuông cân tại H vì thế ta có:

$U_r = U_L = 30V$

Mà $U_R + U_r = 50 + 30 = 80 = U_{AB}$

$\Rightarrow$ mạch xảy ra cộng hưởng nên $U_C = U_L = 30V$

Chọn đáp án A

Câu 7: Mạch điện xoay chiều R, L, C mắc nối tiếp (trong đó R, L không thay đổi; C có thể thay đổi). Đặt vào hai đầu mạch điện áp $u = 100\cos(100\pi t)$ V. Ban đầu C có giá trị sao cho điện áp hiệu dụng hai đầu tụ là lớn nhất; sau đó giảm C thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch

A. giảm. B. tăng rồi giảm. C. giảm rồi tăng. D. tăng.

Phân tích và hướng dẫn giải

C biến thiên để U_{Cmax} khi $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow Z_L Z_C = R^2 + Z_L^2$

Tổng trở của mạch lúc này:

$$= \sqrt{R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 - 2\left(R^2 + Z_L^2\right)} = \sqrt{Z_C^2 - R^2 - Z_L^2}$$

Do L, R và tần số không đổi nên khi

$$C\downarrow \Rightarrow Z_C \uparrow \Rightarrow Z = \sqrt{Z_C^2 - R^2 - Z_L^2} \uparrow \Rightarrow I = \frac{U}{Z\uparrow}\downarrow$$

Chọn đáp án A

Câu 8: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Đặt điện áp một chiều $12V$ vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở R mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần thì cường độ dòng điện trong mạch là không đổi có giá trị $0,24A$. Nếu mắc vào hai đầu đoạn mạch này một điện áp xoay chiều $100V - 50Hz$ thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch là 1A .Giá trị của L là:

A. 0,276 H. B. 0,324 H. C. 0,147 H D. 0,483 H.

Phân tích và hướng dẫn giải

Dòng điện 1 chiều chỉ có tác dụng với R nên ta có: $R = \frac{U}{I} = \frac{12}{0,24} = 50\Omega$

Khi mạch mắc vào dòng điện xoay chiều thì cả điện trở và cuộn dây đều gây cản trở dòng điện nên lúc này tổng trở của mạch là:

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{U_{xc}}{I_{xc}} = \frac{100}{1} = 100$$

$$\Rightarrow Z_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{100^2 - 50^2} = 50\sqrt{3}\Omega \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{50\sqrt{3}}{100\pi} = 0,275\text{H}.$$

Chọn đáp án A

Câu 9: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Một đoạn mạch gồm điện trở $R = 20\Omega$ mắc nối tiếp với một cuộn dây. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở và hai đầu cuộn dây lần lượt là

60V và 160V. Điện trở thuần và độ tự cảm của cuộn dây có giá trị tương ứng là:

A. 40Ω và 0,21H. B. 30Ω và 0,14*H*.

C. 30Ω và 0,28*H*. D. 40Ω và 0,14*H*.

Phân tích và hướng dẫn giải

Vì $U^2 \neq U_R^2 + U_L^2$ nên suy ra cuộn dây không thuần.

Theo bài ra ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} U_d^2 = U_r^2 + U_L^2 = 160^2 \\ U^2 = (U_R + U_r)^2 + U_L^2 = 200^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_r^2 + U_L^2 = 160^2 \\ U_R^2 + 2U_R U_r + U_r^2 + U_L^2 = 200^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_r^2 + U_L^2 = 160^2 \\ 60^2 + 2.60.U_r + 160^2 = 200^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_r = 90V \\ U_L = 50\sqrt{7}V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = \dfrac{U_r}{I} = \dfrac{90}{3} = 30\Omega \\ L = \dfrac{U_L}{\omega I} = \dfrac{50\sqrt{7}}{100\pi.3} = 0,14H \end{cases}$$

Chọn đáp án B

Câu 10: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Một bóng đèn dây tóc loại 110V – 60W, có độ tự cảm của dây tóc nhỏ không đáng kể, mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có độ tự cảm *L* vào nguồn điện xoay chiều có điện áp hiệu dụng U = 120V, tần số f = 50Hz. Bóng đèn sáng bình thường khi độ tự cảm của cuộn cảm là

A. 1,11H. B. 0,28H. C. 0,89H. D. 0,45H.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có điện trở của đèn: $R = \dfrac{U_d^2}{P_d} = \dfrac{110^2}{60} = 201,7\Omega$

Để bóng đèn sáng bình thường thì công suất của mạch phải là 60*W* tức là

$$P = P_d = RI^2 = \frac{R.U^2}{R^2 + Z_L^2}$$

$$\Rightarrow Z_L = \sqrt{\frac{R.U^2}{P_d} - R^2} = \sqrt{\frac{201,7.120^2}{60} - 201,7^2} = 87,9\Omega \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{87,9}{100\pi} = 0,28H$$

Chọn đáp án B

Câu 11: Một mạch điện xoay chiều gồm các linh kiện lý tưởng R, L, C mắc nối tiếp. Tần số góc để xảy ra cộng hưởng trong mạch là ω₀, điện trở R có thể thay đổi. Hỏi cần phải đặt vào mạch một hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, có tần số góc ω bằng bao nhiêu để hiệu điện thế U_{RC} không phụ thuộc vào R?

A. $\omega = \omega_0$ B. $\omega = 2\omega_0$ C. $\omega = \sqrt{2}\omega_0$ D. $\omega = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{2}}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $U_{RC} = I.Z_{RC} = \dfrac{U}{Z}.Z_{RC}$

$$\Rightarrow U_{RC} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.\sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{U}{\sqrt{1 + \dfrac{Z_L(Z_L - 2Z_C)}{R^2 + Z_C^2}}}$$

$$\Rightarrow U_{RC} \notin R \Leftrightarrow Z_L(Z_L - 2Z_C) = 0 \Leftrightarrow Z_L - 2Z_C = 0$$

$$\Leftrightarrow \omega L - \frac{2}{\omega C} = 0 \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{LC}} = \sqrt{2}\omega_0$$

Chọn đáp án C

Câu 12: Lần lượt mắc điện trở R, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L, tụ điện có điện dung C vào điện áp xoay chiều u = U₀cosωt thì cường độ hiệu dụng của dòng điện qua chúng lần lượt là 4A, 6A, 2A. Nếu mắc nối tiếp các phần tử trên vào điện áp này thì cường độ hiệu dụng của dòng điện qua mạch là.

A. 12A. B. 4A. C. 6A. D. 2,4A.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra, khi mắc lần lượt điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L, tụ điện C vào một điện áp xoay chiều U không đổi nên ta có:

Điện trở thuần: $R = \dfrac{U}{I_R} = \dfrac{U}{4}$

Cảm kháng cuộn dây: $Z_L = \dfrac{U}{I_L} = \dfrac{U}{6}$

Dung kháng của tụ: $Z_C = \dfrac{U}{I_C} = \dfrac{U}{2}$

Khi mắc nối tiếp ba phần tử R, L, C đó rồi mắc vào điện áp xoay chiều trên thì:

Tổng trở của mạch lúc này:

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{\frac{U^2}{16} + \left(\frac{U}{6} - \frac{U}{2}\right)^2} = \frac{5}{12}U$$

Cường độ dòng điện hiệu dụng lúc này: $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{U}{\dfrac{5}{12}U} = 2,4A$

Chọn đáp án D

Chuyên đề 3

BÀI TOÁN VỀ GIÁ TRỊ TỨC THỜI

PHƯƠNG PHÁP

+ Cường độ dòng điện trong mạch: $i = I_0\cos(\omega t + \varphi_i)$

+ Hiệu điện thế hai đầu điện trở:

$$\begin{cases} \varphi_{u_R} = \varphi_i \\ u_R = U_{0R}\cos\left(\omega t + \varphi_{u_R}\right) = U_{0R}\cos\left(\omega t + \varphi_i\right) \end{cases}$$

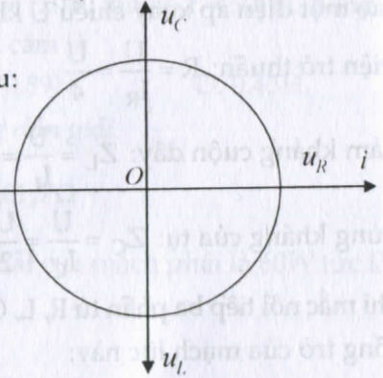
+ Hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm thuần:

$$\begin{cases} \varphi_{u_L} = \varphi_i + \dfrac{\pi}{2} \\ u_L = U_{0L}\cos\left(\omega t + \varphi_{u_L}\right) = U_{0L}\cos\left(\omega t + \varphi_i + \dfrac{\pi}{2}\right) = -U_{0L}\sin\left(\omega t + \varphi_i\right) \end{cases}$$

+ Hiệu điện thế hai đầu tụ điện:

$$\begin{cases} \varphi_{u_C} = \varphi_i - \dfrac{\pi}{2} \\ u_C = U_{0C}\cos\left(\omega t + \varphi_{u_C}\right) = U_{0C}\cos\left(\omega t + \varphi_i - \dfrac{\pi}{2}\right) = U_{0C}\sin\left(\omega t + \varphi_i\right) \end{cases}$$

Biểu diễn cả bốn hàm $i; u_R; u_L; u_C$ trên cùng một đường tròn lượng giác như sau:



+ **Cường độ dòng điện trong mạch:**
$i = I_0\cos(\omega t + \varphi_i)$ là hàm cosin
$\Rightarrow$ cùng chiều trục cosin có chiều (+) từ trái sang phải với biên độ là
$\Rightarrow i_{max} = I_0$

+ **Hiệu điện thế hai đầu điện trở:**
$u_R = U_{0R}\cos\left(\omega t + \varphi_i\right)$ là hàm cosin
$\Rightarrow$ cùng chiều trục cosin có chiều (+) từ trái sang phải với biên độ là
$\Rightarrow u_{Rmax} = U_{0R}$ **thuần**

+ **Hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm:** $u_L = -U_{0L}\sin\left(\omega t + \varphi_i\right)$
Là hàm trừ sin $\Rightarrow$ ngược chiều trục sin nên có chiều (+) hướng từ trên xuống với biên độ $u_{Lmax} = U_{0L}$ và $\varphi_{u_L} = \varphi_i + \dfrac{\pi}{2}$

+ **Hiệu điện thế hai đầu tụ điện:** $u_C = U_{0C}\sin\left(\omega t + \varphi_i\right)$ là hàm sin $\Rightarrow$ cùng chiều trục sin nên có chiều (+) hướng từ dưới lên với biên độ $u_{Cmax} = U_{0C}$. $\varphi_{u_C} = \varphi_i - \dfrac{\pi}{2}$

VÍ DỤ MẪU

Ví dụ 1: Cho mạch điện xoay chiều gồm điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm L và tụ điện $C = \dfrac{10^{-3}}{\pi}$ F mắc nối tiếp. Biểu thức điện áp giữa hai bản tụ điện là $u = 50\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \dfrac{3\pi}{4}\right)$ (V). Cường độ dòng điện trong mạch khi t = 0,01(s) là

A. +5(A). B. –5(A). C. $-5\sqrt{2}$ (A). D. $+5\sqrt{2}$ (A).

Phân tích và hướng dẫn giải

Muốn tìm cường độ dòng điện tại một thời điểm cụ thể nào đó thì việc làm bắt buộc là phải viết được phương trình của cường độ dòng điện sau đó chỉ cần thay t vào phương trình là có ngay đáp án.

Dung kháng của tụ điện: $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{10^{-3}}{\pi}} = 10\Omega$

Biểu thức cường độ dòng điện trong mạch (nhanh pha hơn điện áp hai đầu tụ một góc π/2):

$$i = \frac{U_{0C}}{Z_C}\cos\left(\omega t + \varphi_{uC} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{50\sqrt{2}}{10}\cos\left(100\pi t - \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right)(A)$$

Hay $i = 5\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)(A)$

Khi t = 0,01(s) thì cường độ dòng điện trong mạch:

$$i = 5\sqrt{2}\cos\left(100\pi.0,01 - \frac{\pi}{4}\right)(A) = 5\sqrt{2}\cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = 5\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -5A$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 2: Mạch R nối tiếp với C. Đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều có tần số f = 50Hz. Khi điện áp tức thời hai đầu R là $20\sqrt{7}$ V thì cường độ dòng điện tức thời là $\sqrt{7}$ A và điện áp tức thời hai đầu tụ là 45V. Đến khi điện áp hai đầu R là $40\sqrt{3}$ V thì điện áp tức thời hai đầu tụ C là 30V. Tìm C

A. $\dfrac{3.10^{-3}}{8\pi}$ B. $\dfrac{2.10^{-3}}{3\pi}$ C. $\dfrac{10^{-4}}{\pi}$ D. $\dfrac{10^{-3}}{8\pi}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Các bài toán liên quan tới sự vuông góc thì việc đầu tiên các bạn nên nghĩ tới là hệ thức độc lập theo thời gian. Điều này chúng ta đã gặp rất nhiều trong chương dao động cơ vì thế bài toán này được giải quyết nhanh như sau:

Do mạch chỉ có R nối tiếp với C nên u_R và u_C luôn vuông pha nhau.

Nếu gọi phương trình của i có dạng: $i = I_0\cos\omega t$ (1)

phương trình của u_R có dạng: $u_R = U_{0R}\cos\omega t$ (2)

phương trình của u_C có dạng: $u_C = U_{0C}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_{0C}\sin\omega t$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra $\left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{U_{0C}}\right)^2 = 1$

Theo bài ra ta có hệ phương trình sau:

Ta có hệ $\begin{cases}\left(\dfrac{20\sqrt{7}}{I_0R}\right)^2 + \left(\dfrac{45}{I_0Z_C}\right)^2 = 1\\ \left(\dfrac{40\sqrt{3}}{I_0R}\right)^2 + \left(\dfrac{30}{I_0Z_C}\right)^2 = 1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\left(\dfrac{1}{I_0R}\right)^2 = \dfrac{1}{6400}\\ \left(\dfrac{1}{I_0Z_C}\right)^2 = \dfrac{1}{3600}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}I_0R = 80\\ I_0Z_C = 60\end{cases}$

Ta lại có trong đoạn mạch chỉ có R thì i và u cùng pha nên từ (1) và (2) ta có:

$$\frac{u_R}{U_{0R}} = \frac{i}{I_0} \Rightarrow \frac{20\sqrt{7}}{80} = \frac{\sqrt{7}}{I_0} \Rightarrow I_0 = 4 \Rightarrow Z_C = 15 \Rightarrow C = \frac{2.10^{-3}}{3\pi}F$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 3: Đặt điện áp xoay chiều có $u = 100\sqrt{2}\cos(\omega t)$ V vào hai đầu mạch gồm điện trở R nối tiếp với tụ C có $Z_C = R$. Tại thời điểm điện áp tức thời trên điện trở là 50V và đang tăng thì điện áp tức thời trên tụ là

A. – 50V. B. $-50\sqrt{3}$ V. C. 50V. D. $50\sqrt{3}$ V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Cách 1: Sử dụng vòng tròn lượng giác

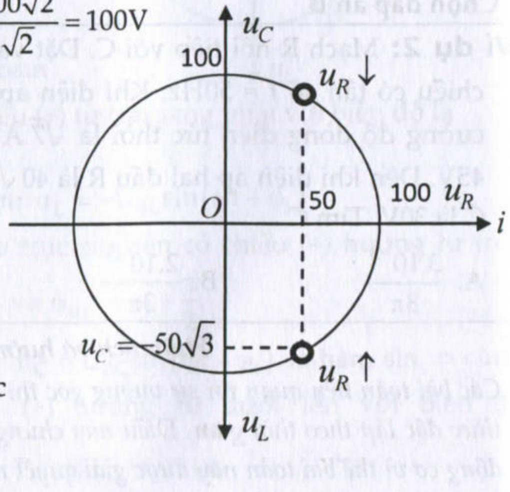
Từ $Z_C = R \Rightarrow U_{0C} = U_{0R} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100V$

$\overrightarrow{u_R} \perp \overrightarrow{u_C} \Rightarrow \frac{u_R^2}{U_{0R}^2} + \frac{u_C^2}{U_{0C}^2} = 1$

$\Leftrightarrow \frac{u_R^2}{U_{0C}^2} + \frac{u_C^2}{U_{0C}^2} = 1$

$\Rightarrow u_C = \pm\sqrt{U_{0C}^2 - u_R^2}$

$= \pm\sqrt{100^2 - 50^2} = \pm 50\sqrt{3}V$



Dựa vào hình vẽ dễ dàng có được

$u_C = -50\sqrt{3}V$

Chọn đáp án B

Cách 2: Sử dụng phương trình lượng giác

Theo bài ra: $R = Z_C \rightarrow U_R = U_C$.

Ta có: $U^2 = U_R^2 + U_C^2 = 2U_R^2 \rightarrow U_R = 50\sqrt{2}\,V = U_C$.

Mặt khác: $\tan\varphi = \frac{-Z_C}{R} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$ (i nhanh hơn u)

Từ đó ta suy ra pha của i là $\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$

Xét đoạn chứa R: $u_R = U_{0R}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = 50 \Rightarrow \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

Vì u_R đang tăng nên $u'_R > 0$ suy ra $\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) < 0$

$\Rightarrow$ vậy ta lấy $\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (1)

và $u_C = U_{0C}.\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = U_{0C}.\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$ (2)

Thay $U_{0C} = 100V$ và thế (1) vào (2) ta có: $u_C = -50\sqrt{3}$ V

Chọn đáp án B

Nhận xét: *với cách giải bằng vòng tròn lượng giác, thời gian tìm ra đáp án ngắn hơn nhiều với việc chỉ cần nhớ nhanh các giá trị đặc biệt của hàm cos và sin thôi. Cách giải theo phương trình lượng giác cũng không khó gì nhưng phải viết nhiều phương trình nên hơi mất thời gian. Cách giải bằng vòng tròn lượng giác được áp dụng rất nhiều trong các chương có phương trình dao động điều hòa vì thế tôi khuyên các bạn nên cố gắn học để nắm rõ phương pháp này.*

Ví dụ 4: Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u = 220\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ V. Thời gian ngắn nhất từ thời điểm ban đầu đến khi điện áp tức thời có giá trị $110\sqrt{2}$ V và đang tăng là:

A. $\frac{1}{120}$ s. B. $\frac{1}{200}$ s. C. $\frac{11}{300}$ s. D. $\frac{11}{600}$ s.

Phân tích và hướng dẫn giải

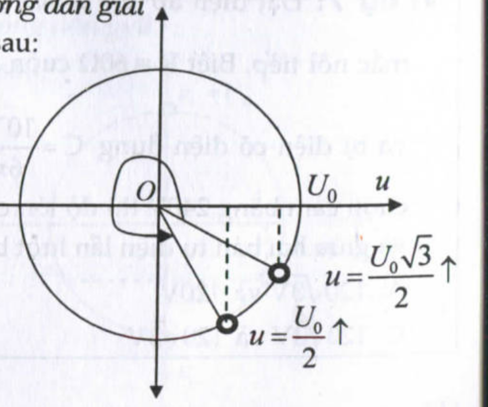
Theo bài ra ta có vòng tròn lượng giác sau:

tại t = 0: $u = \frac{U_0\sqrt{3}}{2}\uparrow$

tại $t = t_{min}$: $u = \frac{U_0}{2}\uparrow$

$\Delta t_{min}\left(u = \frac{U_0\sqrt{3}}{2}\uparrow \rightarrow u = \frac{U_0}{2}\uparrow\right)$

$= \frac{T}{12} + \frac{3T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{11T}{12} = \frac{11}{600}(s)$



O
U_0
u
$u = \frac{U_0\sqrt{3}}{2}\uparrow$
$u = \frac{U_0}{2}\uparrow$

Chọn đáp án D

Ví dụ 5: Mạch điện xoay chiều không phân nhánh gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có cảm kháng Z_L và tụ điện có dung kháng $Z_C = 2Z_L$. Vào một thời điểm khi hiệu điện thế trên điện trở và trên tụ điện có giá trị tức thời tương ứng là 40V và 30V thì hiệu điện thế giữa hai đầu mạch điện là:

A. 50V B. 85V C. 25V D. 55V

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $Z_C = 2Z_L \Rightarrow u_C = -2u_L \Rightarrow u_L = -\frac{u_C}{2} = -\frac{30}{2} = -15V$

(vì u_L; u_C ngược pha nhau nên $u_L.u_C \le 0$)

Ta luôn có: $u = u_R + u_L + u_C = 40 - 15 + 30 = 55V$

Chọn đáp án D

Ví dụ 6: Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Biết dung kháng của tụ điện bằng 2 lần cảm kháng của cuộn cảm. Tại thời điểm t, điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở và điện áp tức thời giữa hai đầu mạch có giá trị tương ứng là 40 V và 60 V. Khi đó điện áp tức thời giữa hai đầu tụ điện là

A. 20V. B. 40V. C. -20V. D. -40V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $Z_C = 2Z_L \Rightarrow u_C = -2u_L \Rightarrow u_L = -\frac{u_C}{2}$

(vì u_L; u_C ngược pha nhau nên $u_L.u_C \le 0$)

Ta luôn có: $u = u_R + u_L + u_C = u_R - \frac{u_C}{2} + u_C = u_R + \frac{u_C}{2}$

$\Rightarrow u_C = 2(u - u_R) = 2(60 - 40) = 40V$

Chọn đáp án B

Ví dụ 7: Đặt điện áp $u = 240\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$ vào hai đầu đoạn mạch *RLC* mắc nối tiếp. Biết $R = 60\Omega$ cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm $L = \frac{1,2}{\pi}(H)$ và tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-3}}{6\pi}(F)$. Khi điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm bằng 240V thì độ lớn của điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở và giữa hai bản tụ điện lần lượt bằng

A. $120\sqrt{3}$V và 120V. B. 120V và $120\sqrt{3}$V.

C. $120\sqrt{2}$V và $120\sqrt{3}$V. D. 240V và 0V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra:

Điện trở thuần: $R = 60\Omega$

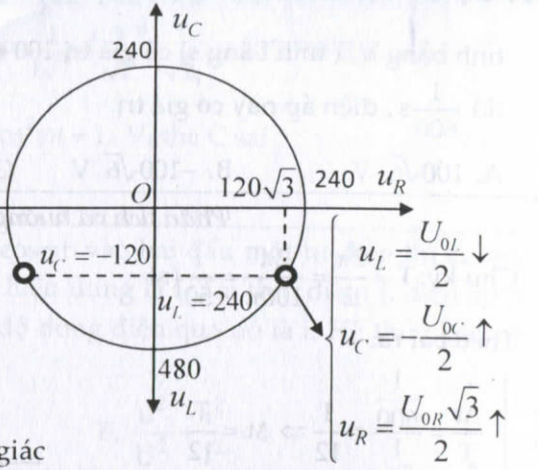
Cảm kháng: $Z_L = 120\Omega$

Dung kháng: $Z_C = 60\Omega$

Tổng trở: $Z = 60\sqrt{2}\Omega$

$\Rightarrow I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{240\sqrt{2}}{60\sqrt{2}} = 4A$

$\Rightarrow \begin{cases} U_{0R} = 240V \\ U_{0L} = 480V \\ U_{0C} = 240V \end{cases}$


u_C
240
O
$120\sqrt{3}$
240
u_R
$u_C = -120$
$u_L = 240$
480
u_L
$u_L = \frac{U_{0L}}{2} \downarrow$
$u_C = -\frac{U_{0C}}{2} \uparrow$
$u_R = \frac{U_{0R}\sqrt{3}}{2} \uparrow$

Từ đây ta có vòng tròn lượng giác biểu diễn ba đại lượng trên

Khi điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm bằng $u_L = 240V = \frac{U_0}{2}$ chính là hai điểm trên hình vẽ, vì chỉ xét về độ lớn nên ta chỉ cần xét một điểm, ở đây ta xét điểm phía bên phải. Từ hình vẽ dễ dàng ta **chọn đáp án B**

Nhận xét: *để tìm các giá trị tức thời thì cách giải này là trực quan, dễ hiểu và ít tốn thời gian nhất. Những điều này chúng ta đã học qua trong chương dao động cơ nên để làm được các bài toán dạng này không có gì khó cả.*

Ví dụ 8: Trong một đoạn mạch xoay chiều có RLC mắc nối tiếp, tần số dòng điện là 50Hz. Tại một thời điểm điện áp hai đầu cuộn cảm thuần có độ lớn bằng một nửa biên độ của nó và đang giảm dần. Sau khoảng thời gian ngắn nhất là bao nhiêu thì điện áp giữa hai bản tụ điện có độ lớn cực đại?

A. $\Delta t = \frac{1}{150}$s B. $\Delta t = \frac{1}{300}$s C. $\Delta t = \frac{1}{600}$s D. $\Delta t = \frac{1}{100}$s

Phân tích và hướng dẫn giải

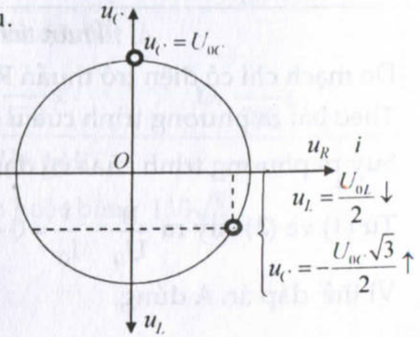
Theo bài ra ta có vòng tròn lượng giác sau.

$\Delta t_{min}\left(u_L = \frac{U_{0L}}{2} \downarrow \rightarrow u_C = U_{0C}\right)$

$= \Delta t_{min}\left(u_C = -\frac{U_{0C}\sqrt{3}}{2} \uparrow \rightarrow u_C = U_{0C}\right)$

$= \frac{T}{12} + \frac{T}{4} = \frac{T}{3} = \frac{1}{150}(s)$

Chọn đáp án A

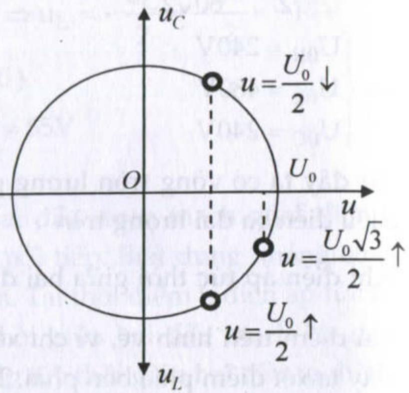

u_C
$u_C = U_{0C}$
O
u_R
i
$u_L = \frac{U_{0L}}{2} \downarrow$
$u_C = -\frac{U_{0C}\sqrt{3}}{2} \uparrow$
u_L

Ví dụ 9: Tại thời điểm t, điện áp $u = 200\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (trong đó u tính bằng V, t tính bằng s) có giá trị $100\sqrt{2}$ V và đang tăng. Sau thời điểm đó $\frac{1}{600}$s, điện áp này có giá trị

A. $100\sqrt{6}$ V B. $-100\sqrt{6}$ V C. $100\sqrt{2}$ V D. 100V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50}(s)$



u_C
$u = \frac{U_0}{2}\downarrow$
O
U_0
u
$u = \frac{U_0\sqrt{3}}{2}\uparrow$
$u = \frac{U_0}{2}\uparrow$
u_L

Theo bài ra:

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta t}{T} = \dfrac{\frac{1}{600}}{\frac{1}{50}} = \dfrac{1}{12} \Rightarrow \Delta t = \dfrac{T}{12} \\ \dfrac{u}{U_0} = \dfrac{100\sqrt{2}}{200\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow u = \dfrac{U_0}{2} \end{cases}$$

Tại thời điểm t: $u = \frac{U_0}{2}\uparrow$ sau đó $\Delta t = \frac{T}{12}$

$$u = \frac{U_0\sqrt{3}}{2}\uparrow = \frac{200\sqrt{2}\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{6}V$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 10: Đặt điện áp xoay chiều u = U₀cosωt vào hai đầu đoạn mạch chỉ có điện trở thuần. Gọi U là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch; i, I₀ và I lần lượt là giá trị tức thời, giá trị cực đại và giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện trong đoạn mạch. Hệ thức nào sau đây sai?

A. $\frac{u}{U} - \frac{i}{I} = 0$ B. $\frac{U}{U_0} - \frac{I}{I_0} = 0$

C. $\frac{u^2}{U_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1$ D. $\frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = \sqrt{2}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Do mạch chỉ có điện trở thuần R nên u và i luôn cùng pha nhau.

Theo bài ra phương trình của u có dạng: $u = U_0\cos(\omega t)$ (1)

Suy ra phương trình của i có dạng: $i = I_0\cos(\omega t)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{u}{U_0} - \frac{i}{I_0} = 0 \Leftrightarrow \frac{u}{U\sqrt{2}} - \frac{i}{I\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow \frac{u}{U} - \frac{i}{I} = 0$

Vì thế đáp án A đúng.

Từ đáp án D ta có: $\frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = \frac{U}{U\sqrt{2}} + \frac{I}{I\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$. Vì thế D đúng

Từ đáp án B ta có: $\frac{U}{U_0} - \frac{I}{I_0} = \frac{U}{U\sqrt{2}} - \frac{I}{I\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$. Vì thế B đúng

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{u^2}{U_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 2\cos^2\omega t \neq 1$. Vì thế C sai

Vậy chọn đáp án C

Ví dụ 11: Đặt điện áp $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$ vào hai đầu một tụ điện thì cường độ dòng điện qua nó có giá trị hiệu dụng là I. Tại thời điểm t, điện áp ở hai đầu tụ điện là u và cường độ dòng điện qua nó là i. Hệ thức liên hệ giữa các đại lượng là

A. $\frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = \frac{1}{4}$ B. $\frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = 1$

C. $\frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = 2$ D. $\frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = \frac{1}{2}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Do mạch chỉ có tụ C nên u và i luôn vuông pha nhau.

Theo bài ra phương trình của u có dạng: $u = U_0\cos(\omega t)$ (1)

Suy ra phương trình của i có dạng: $i = I_0\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -I_0\sin\omega t$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{i^2}{2I^2} + \frac{u^2}{2U^2} = 1 \Rightarrow \frac{i^2}{I^2} + \frac{u^2}{U^2} = 2$

Vì thế C đúng và dễ dàng thấy được các đáp án còn lại đều sai. Trong các đáp án sai thì đáp án B sẽ khiến nhiều bạn nhầm lẫn nhất.

Chọn đáp án C

Ví dụ 12: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Một đèn ống được mắc vào mạng điện xoay chiều 220V – 50Hz, điện áp mồi của đèn là $110\sqrt{2}$(V). Biết trong một chu kỳ của dòng điện, đèn sáng và tắt hai lần. Khoảng thời gian một lần đèn tắt là.

A. $\frac{1}{150}$s. B. $\frac{1}{50}$s. C. $\frac{2}{150}$s. D. $\frac{1}{300}$s.

Phân tích và hướng dẫn giải

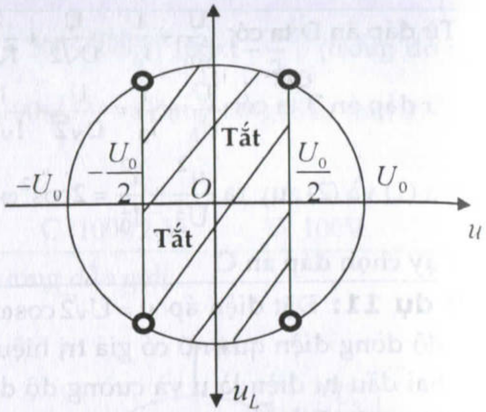
Đèn sáng khi giá trị điện áp tức thời lớn hơn hoặc bằng $110\sqrt{2}$

Ta có $u = 110\sqrt{2} = \frac{U_0}{2}$.

Trong một chu kỳ, đèn tắt 2 lần nên thời gian 1 lần đèn tắt là:

$$t = t_{\left(0\to\frac{U_0}{2}\right)} + t_{\left(\frac{U_0}{2}\to 0\right)}$$

$$= \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = \frac{1}{300}\text{ s.}$$



Chọn đáp án D.

Ví dụ 13: Đặt vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi. Tại thời điểm t_1 các giá trị tức thời $u_{L1} = \frac{-20\sqrt{5}}{3}$ V, $u_{C_1} = 20\sqrt{5}$ V, $u_{R_1} = 20$V. Tại thời điểm t_2 các giá trị tức thời $u_{L_2} = 20$V; $u_{C_2} = -60$V, $u_{R_2} = 0$. Tính biên độ điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch.

A. 60V B. 50V C. 40v D. $40\sqrt{3}$ V

Phân tích và hướng dẫn giải

Bài toán này mang tính tổng quát hơn vì bài toán có đủ cả ba phần tử R, L, C. Cách giải bài toán này là phải viết phương trình của từng u giữa hai đầu các phần tử bằng cách vận dụng tính chất nhanh pha, chậm pha $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ *giữa các phần tử, sau đó liên hệ giữa các giá trị của cos và sin và cuối cùng là tìm được kết quả. Tuy hơi dài một chút nhưng giải cũng không mất nhiều thời gian lắm.*

Giả sử dòng điện qua mạch có biểu thức: $i = I_0\cos\omega t$ (A). Khi đó:

$u_R = U_{0R}\cos\omega t$ (V) $u_L = U_{0L}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ (V) và $u_C = U_{0C}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ (V)

Khi $t = t_1$: $u_{R_1} = U_{0R}\cos\omega t_1 = 20$ (V) (1)

$u_{L_1} = U_{0L}\cos(\omega t_1 + \frac{\pi}{2}) = -\frac{20\sqrt{5}}{3} \Rightarrow U_{0L}\sin\omega t_1 = \frac{20\sqrt{5}}{3}$ (V) (2)

$u_{C_1} = U_{0C}\cos(\omega t_1 - \frac{\pi}{2}) = 20\sqrt{5} \Rightarrow U_{0C}\sin\omega t_1 = 20\sqrt{5}$ (V) (3)

Khi $t = t_2$: $u_{R_2} = U_{0R}\cos\omega t_2 = 0$ (V) $\Rightarrow \cos\omega t_2 = 0 \Rightarrow \sin\omega t_2 = \pm 1$ (4)

$u_{L_2} = U_{0L}\cos(\omega t_2 + \frac{\pi}{2}) = 20$ (V) $\Rightarrow U_{0L}\sin\omega t_2 = 20$ (V) (5)

$u_{C_2} = U_{0C}\cos(\omega t_2 - \frac{\pi}{2}) = -60$ (V) $\Rightarrow U_{0C}\sin\omega t_2 = -60$ (V) (6)

Từ (4); (5); (6) ta có $U_{0L} = 20$ (V) (*); $U_{0C} = 60$ (V) (**)

Thay $U_{0C} = 60$ (V) vào (3) $\Rightarrow \sin\omega t_1 = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\Rightarrow \cos\omega t_1 = \pm\frac{2}{3}$. Thay vào (1) ta được $U_{0R} = \frac{20}{|\cos\omega t_1|} = 30$ (V) (***)

Từ (*); (**) và (***) ta có: $U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2} = 50$ (V).

Chọn đáp án B

BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Trong mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp thì

A. điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch bằng tổng các điện áp tức thời trên các phần tử.

B. điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch bằng tổng các điện áp hiệu dụng trên các phần tử.

C. điện áp cực đại ở hai đầu đoạn mạch bằng tổng các điện áp cực đại trên các phần tử.

D. dòng điện tức thời trong mạch bằng tổng các dòng điện tức thời qua các phần tử.

Phân tích và hướng dẫn giải

A. điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch bằng tổng các điện áp tức thời trên các phần tử **đúng** vì $u = u_R + u_L + u_C$

B. điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch bằng tổng các điện áp hiệu dụng trên các phần tử **sai** vì $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$

C. điện áp cực đại ở hai đầu đoạn mạch bằng tổng các điện áp cực đại trên các phần tử **sai** vì $U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2}$

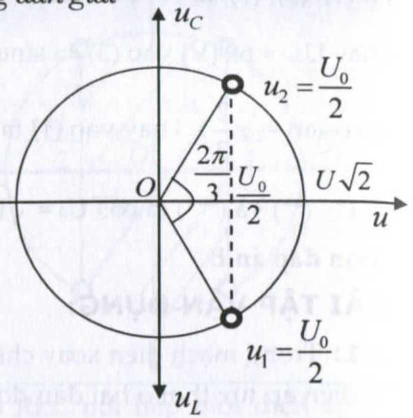
D. dòng điện tức thời trong mạch bằng tổng các dòng điện tức thời qua các phần tử **sai** vì dòng điện tức thời trong mạch không bằng tổng các dòng điện tức thời qua các phần tử

Chọn đáp án A

Câu 2: Xét hai điện áp xoay chiều $u_1 = U\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$ và $u_2 = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ (biết $\varphi \neq -\frac{\pi}{4}$ và $-\frac{2\pi}{3} \le \varphi \le \frac{2\pi}{3}$). Ở thời điểm t cả hai điện áp tức thời cùng có giá trị $\frac{U\sqrt{2}}{2}$. Giá trị của φ bằng

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{12}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Phân tích và hướng dẫn giải



Hai điện áp cùng tần số góc và cùng biên độ $\left(U_{01} = U_{02} = U_0 = U\sqrt{2}\right)$ vì thế ta biểu diễn hai điện áp trên trong một vòng tròn lượng giác như sau: theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} \varphi_1 = -\dfrac{\pi}{4} \\ \varphi_2 - \varphi_1 = \dfrac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \varphi_2 = \varphi = \frac{5\pi}{12}$$

Chọn đáp án C

Câu 3: Đặt điện áp $u = U_0\cos\omega t$ vào 2 đầu cuộn cảm thuần có $L = \frac{1}{3\pi}H$. Ở thời điểm t₁ các giá trị tức thời của u và i lần lượt là 100V và $-2{,}5\sqrt{3}$ A. Ở thời điểm t₂ có giá trị là $100\sqrt{3}$ V và −2,5A. Tìm ω có giá trị

A. $\omega = 120\pi(\text{rad/s})$
B. $\omega = 110\pi(\text{rad/s})$
C. $\omega = 100\pi(\text{rad/s})$
D. $\omega = 90\pi(\text{rad/s})$

Phân tích và hướng dẫn giải

Do mạch chỉ có L nên u và i luôn vuông pha nhau. Phương trình của i có dạng: $i = I_0\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_0\sin\omega t$ (1)

$u = U_0\cos\omega t$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1$

Ta có hệ $\begin{cases} \left(\dfrac{2{,}5\sqrt{3}}{I_0}\right)^2 + \left(\dfrac{100}{U_0}\right)^2 = 1 \\ \left(\dfrac{2{,}5}{I_0}\right)^2 + \left(\dfrac{100\sqrt{3}}{U_0}\right)^2 = 1 \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} I_0 = 5 \\ U_0 = 200V \end{cases}$

Mà $I_0 = \frac{U_0}{Z_L} \leftrightarrow 5 = \frac{200}{\frac{1}{3\pi}\omega} \leftrightarrow \omega = 120\pi(\text{rad/s})$

Chọn đáp án A

Câu 4: Đoạn mạch xoay chiều AB mắc nối tiếp thứ tự gồm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L, đoạn mạch X và tụ điện có điện dung C. Gọi P là điểm nối giữa cuộn dây và X, Q là điểm nối giữa X và tụ. Nối A,B với nguồn xoay chiều có tần số f.

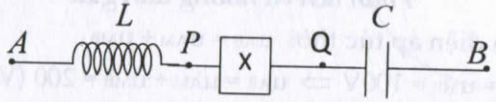
Biết $4\pi^2f^2LC = 1$, $u_{AQ} = 80\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)(V)$ và $u_{PB} = 160\sqrt{2}\cos(\omega t)(V)$.

Điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch AB bằng

A. $60\sqrt{11}$ V
B. $40\sqrt{14}$ V
C. $40\sqrt{7}$ V
D. $20\sqrt{14}$ V

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có hình vẽ mô tả mạch điện như sau:



Ta có $u_{AQ} = u_X + u_L = 80\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)(V)$

$u_{PB} = u_X + u_C = 160\sqrt{2}\cos(\omega t)(V)$

Theo bài ra: $4\pi^2f^2LC = 1 \Rightarrow Z_L = Z_C \Rightarrow u_L + u_C = 0$ (vì u_L ngược pha với u_C)

Ta lại có: $u_{AB} = u_L + u_X + u_C = u_X$

$\Rightarrow u_{AQ} + u_{PB} = 2u_X = 2u_{AB} \Rightarrow u_{AB} = \frac{1}{2}\left(u_{AQ} + u_{PB}\right) \xrightarrow[\text{fx500es}]{\text{casio}}$

$\Rightarrow u_{AB} = 40\sqrt{14}\cos(\omega t + 0{,}333)(V)$

Điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch AB:

$$U_{AB} = \frac{U_{0AB}}{\sqrt{2}} = \frac{40\sqrt{14}}{\sqrt{2}} = 40\sqrt{7}(V)$$

Vậy đáp án C

Câu 5: Đặt điện áp $u = U_0\cos\omega t$ vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp có L thuần cảm thì đoạn mạch xảy ra cộng hưởng. Gọi i là cường độ dòng điện tức thời trong đoạn mạch, P là công suất tiêu thụ của mạch; u_L và u_R lần lượt là điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm và giữa hai đầu điện trở. Quan hệ nào sau đây **không đúng**?

A. u cùng pha với i.
B. u trễ pha so với u_L góc $\frac{\pi}{2}$.
C. $P = \frac{u^2}{R}$.
D. $u = u_R$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi đoạn mạch xảy ra cộng hưởng thì u cùng pha với i (A đúng), u trễ pha so với u_L góc $\frac{\pi}{2}$ (B đúng), u cùng pha với u_R nên $u = u_R$ (D đúng), P là công suất tiêu thụ của mạch $P = \frac{U^2}{R} \neq \frac{u^2}{R}$ nên (C sai).

Chọn đáp án C

Câu 6: Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Biết điện áp hai đầu đoạn mach AM và điện áp hai đầu đoạn mạch MB lệch pha nhau góc π/3 rad. Tại thời điểm t_1 giá trị tức thời của hai điện áp u_{AM} và u_{MB} đều bằng 100V. Lúc đó, điện áp tức thời hai đầu mạch AB có giá trị bằng

A. $100\sqrt{2}$ V   B. 200 V   C. 100 V   D $100\sqrt{3}$ V

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta luôn có giá trị điện áp tức thời $u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$

Tại $t = t_1$ thì $u_{AM} = u_{MB} = 100V \Rightarrow u_{AB} = u_{AM} + u_{MB} = 200$ (V).

Chọn đáp án B

Câu 7: Đặt điện áp xoay chiều có $u = 100\sqrt{2}\cos(\omega t)$ V vào hai đầu mạch gồm điện trở R nối tiếp với tụ C có $Z_C = R$. Tại thời điểm điện áp tức thời trên điện tụ là 50V và đang giảm thì điện áp tức thời trên trở là

A. – 50V.   B. $-50\sqrt{3}$ V.   C. 50V.   D. $50\sqrt{3}$ V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Từ $Z_C = R \Rightarrow U_{0C} = U_{0R} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100V$

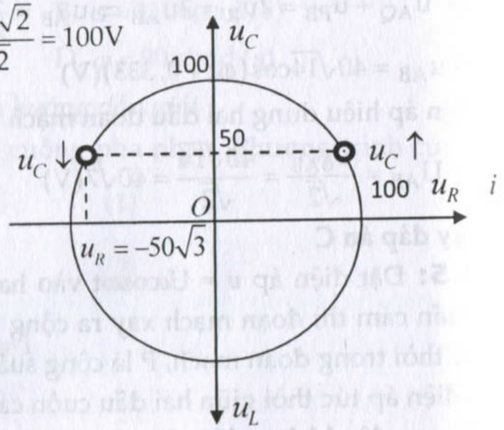
$$\overrightarrow{u_R} \perp \overrightarrow{u_C} \Rightarrow \frac{u_R^2}{U_{0R}^2} + \frac{u_C^2}{U_{0C}^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{u_R^2}{U_{0C}^2} + \frac{u_C^2}{U_{0C}^2} = 1$$

$$\Rightarrow u_R = \pm\sqrt{U_{0C}^2 - u_C^2}$$

$$= \pm\sqrt{100^2 - 50^2} = \pm 50\sqrt{3}V$$

$$u_C \downarrow \Rightarrow u_R = -50\sqrt{3}V$$



Chọn đáp án B

Câu 8: Vào cùng một thời điểm nào đó, hai dòng điện xoay chiều có cường độ $i_1 = I_0\cos(\omega t + \varphi_1)$ (A) và $i_2 = I_0\cos(\omega t + \varphi_2)$ (A) có cùng giá trị tức thời là $0{,}5I_0$, nhưng một dòng điện có cường độ đang tăng còn một dòng điện có cường độ đang giảm. Hai dòng điện này lệch pha nhau

A. $\frac{2\pi}{3}$ rad.   B. $\frac{\pi}{2}$ rad.   C. π rad.   D. $\frac{\pi}{3}$ rad.

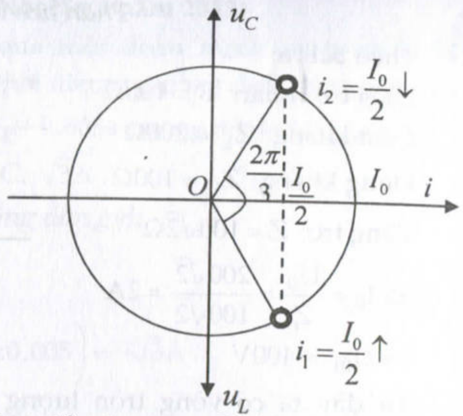
Phân tích và hướng dẫn giải

Hai dòng điện cùng tần số góc và cùng biên độ $(I_{01} = I_{02} = I_0)$

Vì thế ta biểu diễn hai điện áp trên trong một vòng tròn lượng giác như sau:

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} i_1 = \frac{I_0}{2} \uparrow \\ i_2 = \frac{I_0}{2} \downarrow \end{cases} \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{3}$$


u_C
$i_2 = \frac{I_0}{2} \downarrow$
$\frac{2\pi}{3}$
O
$\frac{I_0}{2}$
I_0
i
$i_1 = \frac{I_0}{2} \uparrow$
u_L

Chọn đáp án A

Câu 9: Đặt một điện áp $u = U_0\cos\omega t$ vào hai đầu đoạn mạch chỉ có cuộn cảm thuần. Gọi U là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch; i, I_0, I lần lượt là giá trị tức thời, giá trị cực đại và giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện trong mạch. Hệ thức nào sau đây **sai** ?

A. $\frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = \sqrt{2}$ B. $\frac{u^2}{U_0^2} - \frac{i^2}{I_0^2} = 0$ C. $\frac{U}{U_0} - \frac{I}{I_0} = 0$ D. $\frac{u^2}{U_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1$

Phân tích và hướng dẫn giải

Do mạch chỉ có L nên u và i luôn vuông pha nhau.

Nếu phương trình của i có dạng: $i = I_0\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_0\sin\omega t$ (1)

Suy ra phương trình của u có dạng: $u = U_0\cos\omega t$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1$ Vì thế D đúng

Từ đáp án A ta có: $\frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = \frac{U}{U\sqrt{2}} + \frac{I}{I\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$. Vì thế A đúng

Từ đáp án C ta có: $\frac{U}{U_0} - \frac{I}{I_0} = \frac{U}{U\sqrt{2}} - \frac{I}{I\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$. Vì thế C đúng

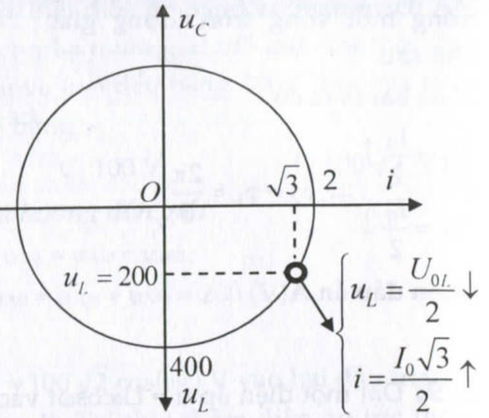
Từ (1) và (2) suy ra $\left(\frac{u}{U_0}\right)^2 - \left(\frac{i}{I_0}\right)^2 = \cos^2\omega t - \sin^2\omega t \neq 0$. Vì thế B sai

Vậy chọn đáp án B

Câu 10: Đặt điện áp xoay chiều $u = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ V vào 2 đầu mạch gồm điện trở thuần $R = 100\Omega$ nối tiếp với cuộn cảm thuần $L = \frac{2}{\pi}$ (H) và tụ $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$(F). Khi điện áp tức thời hai đầu cuộn cảm bằng 200V và đang giảm thì cường độ dòng điện tức thời bằng

A. $\sqrt{3}$ A.   B. $\sqrt{2}$ A.   C. 1A.   D. 2A.

Phân tích và hướng dẫn giải


u_C
O
$\sqrt{3}$
2
i
$u_L = 200$
$\begin{cases} u_L = \frac{U_{0L}}{2} \downarrow \\ i = \frac{I_0\sqrt{3}}{2} \uparrow \end{cases}$
400
u_L

Theo bài ra:

Điện trở thuần: $R = 100\Omega$

Cảm kháng: $Z_L = 200\Omega$

Dung kháng: $Z_C = 100\Omega$

Tổng trở: $Z = 100\sqrt{2}\Omega$

$\Rightarrow I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{200\sqrt{2}}{100\sqrt{2}} = 2A$

$\Rightarrow U_{0L} = 400V$

Từ đây ta có vòng tròn lượng giác biểu diễn hai đại lượng trên

Khi điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm bằng $u_L = 200V = \frac{U_0}{2}$ và đang giảm chính là điểm trên hình vẽ.

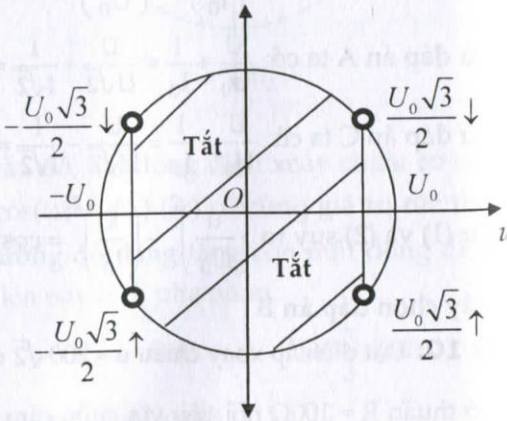
Từ hình vẽ dễ dàng ta dễ dàng có $i = \frac{I_0\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}A$

Chọn đáp án A

Câu 11: Mắc một bóng đèn vào nguồn điện xoay chiều có điện áp tức thời là $u = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t)(V)$ thì đèn chỉ phát sáng khi điện áp đặt vào đèn có độ lớn không nhỏ hơn $110\sqrt{6}$ V. Khoảng thời gian đèn sáng trong 1/2 chu kỳ là

A. 1/300 (s) B. 2/300(s) C. 1/150(s). D. 1/200(s).

Phân tích và hướng dẫn giải


$-\frac{U_0\sqrt{3}}{2}\downarrow$
Tắt
$\frac{U_0\sqrt{3}}{2}\downarrow$
$-U_0$
O
U_0
u
Tắt
$-\frac{U_0\sqrt{3}}{2}\uparrow$
$\frac{U_0\sqrt{3}}{2}\uparrow$

Ta có:

$\frac{u}{U_0} = \frac{100\sqrt{6}}{220\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow u = \frac{\sqrt{3}}{2}U_0$

Theo bài ra: đèn chỉ phát sáng khi điện áp đặt vào đèn có độ lớn không nhỏ hơn $110\sqrt{6}$ V vì thế trong 1/2 chu kỳ đèn sáng hết thời gian:

$t = t_{\left(\frac{U_0\sqrt{3}}{2}\uparrow \to U_0\right)} + t_{\left(U_0 \to \frac{U_0\sqrt{3}}{2}\downarrow\right)}$

$= \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = \frac{1}{300}$s.

Chọn đáp án A.

Câu 12: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Cường độ dòng điện tức thời chạy qua một đoạn mạch xoay chiều là $i = 2\cos 100\pi t(A)$, t đo bằng giây. Tại thời điểm t_1, dòng điện đang giảm và có cường độ bằng 1A. Đến thời điển $t = t_1 + 0,005s$ cường độ dòng điện bằng.

A. $-\sqrt{3}A$. B. $-\sqrt{2}A$. C. $\sqrt{3}A$. D. $\sqrt{2}A$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Tại thời điểm t_1 ta có $\varphi_1 = \frac{\pi}{3}$

Tại thời điểm t_2 ta có $i = 2\cos\left(\frac{\pi}{3} + 100\pi 0,005\right) = -\sqrt{3}A$

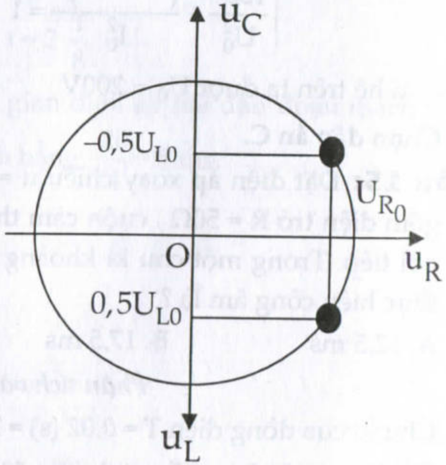
Chọn đáp án A.

Câu 13 (Trích đề thi đại học 2013):

Đặt điện áp $u = 220\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở 20Ω, cuộn cảm thuần có độ tự cảm $\frac{0,8}{\pi}$H và tụ điện có điện dung $\frac{10^{-3}}{6\pi}$F. Khi điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở bằng $110\sqrt{3}$ V thì điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm có độ lớn là

A. 330V. B. 440V. C. $440\sqrt{3}$ V. D. $330\sqrt{3}$ V.

Phân tích và hướng dẫn giải



Theo bài ra:

Điện trở thuần: $R = 20\Omega$

Cảm kháng: $Z_L = 80\Omega$

Dung kháng: $Z_C = 60\Omega$

Tổng trở: $Z = 20\sqrt{2}\Omega$

$\Rightarrow I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{220\sqrt{2}}{20\sqrt{2}} = 11A$

$\Rightarrow \begin{cases} U_{0R} = 220V \\ U_{0L} = 880V \\ U_{0C} = 660V \end{cases}$

Từ hình vẽ ta thấy, điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm:

$|u_L| = \left|\frac{U_0}{2}\right| = 440V$

Chọn đáp án B

Ta có thể giải theo hệ thức độc lập: vì $u_R \perp u_L \Rightarrow \frac{u_R^2}{U_{0R}^2} + \frac{u_L^2}{U_{0L}^2} = 1$

$$\Rightarrow u_L = U_{0L}\sqrt{1 - \frac{u_R^2}{U_{0R}^2}} = 880\sqrt{1 - \frac{\left(110\sqrt{3}\right)^2}{(220)^2}} = 440V$$

Chọn đáp án B

Câu 14: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Đặt điện áp xoay chiều $u = U_0\cos\omega t(V)$ vào hai đầu một tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-3}}{4\pi}F$. Ở thời điểm t_1 giá trị của điện áp là $u_1 = 100\sqrt{3}V$ và dòng điện trong mạch là $i_1 = -2{,}5A$. Ở thời điểm t_2 các giá trị nói trên là 100V và $-2{,}5\sqrt{3}A$. Điện áp cực đại giữa hai đầu tụ điện là.

A. $200\sqrt{2}V$. B. $100\sqrt{2}V$. C. 200V D. 100V

Phân tích và hướng dẫn giải

Do *u* và *i* vuông pha nên ta có hệ

$$\begin{cases} \frac{\left(100\sqrt{3}\right)^2}{U_0^2} + \frac{(-2{,}5)^2}{I_0^2} = 1 \\ \frac{100^2}{U_0^2} + \frac{\left(-2{,}5\sqrt{3}\right)^2}{I_0^2} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được $U_0 = 200V$

Chọn đáp án C.

Câu 15: Đặt điện áp xoay chiều $u = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ vào 2 đầu đoạn mạch gồm điện trở $R = 50\Omega$, cuộn cảm thuần $Z_L = 100\Omega$ và tụ điện $Z_C = 50\Omega$ mắc nối tiếp. Trong một chu kì khoảng thời gian điện áp 2 đầu mạch thực hiện thực hiện công âm là ?

A. 12,5 ms B. 17,5 ms C. 15 ms D. 5 ms

Phân tích và hướng dẫn giải

Chu kì của dòng điện T = 0,02 (s) = 20 (ms)

Dễ dàng tính được tổng trở: $Z = 50\sqrt{2}\,\Omega$

Độ lệch pha giữa u và i: $\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$

Biểu thức cường độ dòng điện qua mạch $i = 4{,}4\cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ (A)

Biểu thức tính công suất tức thời: $p = ui = 965\sqrt{2}\cos 100\pi t\cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$

Điện áp sinh công âm cung cấp điện năng cho mạch khi $p < 0$

hay biểu thức $Y = \cos 100\pi t\cos(100\pi t - \frac{\pi}{4}) < 0$

Xét dấu của biểu thức $Y = \cos\alpha.\cos(\alpha - \frac{\pi}{4})$ trong một chu kì 2π

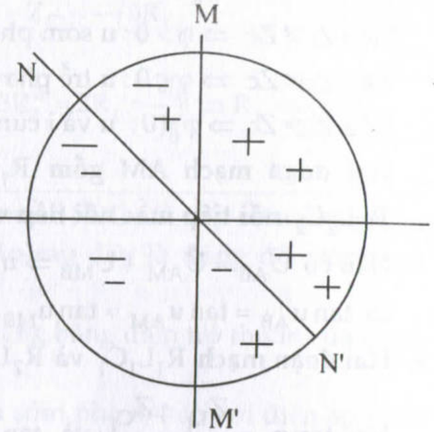
$\cos\alpha > 0$ khi $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Vùng phía phải đường thẳng MM′

$\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) > 0$ khi $-\frac{\pi}{2} < \alpha - \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2}$

hay khi $-\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$

Vùng phía trên đường thẳng NN′



Theo hình vẽ dấu cộng và dấu trừ lớn hơn ứng với dấu của cosα và nhỏ hơn là dấu của $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4})$ ta thấy vùng $Y < 0$

khi cosα và $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4})$ trái dấu từ N đến M và từ N′ đến M′

Như vậy trong một chu kì $Y < 0$ trong $t = 2\frac{T}{8} = \frac{T}{4}$

Do đó trong một chu kì, khoảng thời gian điện áp hai đầu đoạn mạch sinh công âm cung cấp điện năng cho mạch bằng: $\frac{20}{4} = 5$ ms.

Chọn đáp án D

Chuyên đề 4

BÀI TOÁN VỀ ĐỘ LỆCH PHA

PHƯƠNG PHAP

1. Độ lệch pha giữa điện áp và dòng điện:

$$\tan\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$

Nếu $Z_L > Z_C \Rightarrow \varphi > 0$: u sớm pha hơn i (tính cảm kháng)

Nếu $Z_L < Z_C \Rightarrow \varphi < 0$: u trễ pha hơn i (tính dung kháng)

Nếu $Z_L = Z_C \Rightarrow \varphi = 0$: u và i cùng pha (cộng hưởng điện)

2. Hai đoạn mạch AM gồm $R_1L_1C_1$ nối tiếp và đoạn mạch MB gồm $R_2L_2C_2$ nối tiếp mắc nối tiếp với nhau

Nếu có $U_{AB} = U_{AM} + U_{MB} \Rightarrow u_{AB}$; u_{AM} và u_{MB} cùng pha

$\Rightarrow \tan u_{AB} = \tan u_{AM} = \tan u_{MB}$

3. Hai đoạn mạch $R_1L_1C_1$ và $R_2L_2C_2$ mắc nối tiếp có pha lệch nhau $\Delta\varphi$

Với $\tan\varphi_1 = \dfrac{Z_{L_1} - Z_{C_1}}{R_1}$ và $\tan\varphi_2 = \dfrac{Z_{L_2} - Z_{C_2}}{R_2}$ (giả sử $\varphi_1 > \varphi_2$)

Có $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi \Rightarrow \dfrac{\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2}{1 + \tan\varphi_1\tan\varphi_2} = \tan\Delta\varphi$

Trường hợp đặc biệt $\Delta\varphi = \pi/2$ (*vuông pha nhau*) thì $\tan\varphi_1\tan\varphi_2 = -1$.

4. Liên quan độ lệch pha:

Khi: $\varphi_1 + \varphi_2 = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \tan\varphi_1.\tan\varphi_2 = 1$

Khi: $\varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \tan\varphi_1.\tan\varphi_2 = -1$

Khi: $|\varphi_1| + |\varphi_2| = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \tan\varphi_1.\tan\varphi_2 = \pm 1$

VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Đặt điện áp xoay chiều $u = U_0\cos\left(\omega t - \dfrac{\pi}{6}\right)$(V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm biến trở R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C. Điều chỉnh biến trở R đến giá trị R_1 thì dòng điện trong mạch có biểu thức $i = I_0\sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{6}\right)$(A). Giá trị của R_1 bằng

A. $\dfrac{U_0}{2I_0}$.   B. $\dfrac{U_0}{I_0}$.   C. $\dfrac{2U_0}{I_0}$.   D. $\dfrac{U_0}{I_0\sqrt{3}}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện:

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3}$$

Vì thế ta có: $\tan\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R_1} = -\sqrt{3} \Rightarrow Z_L - Z_C = -\sqrt{3}R_1$

Tổng trở: $Z = \sqrt{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R_1^2 + 3R_1^2} = 2R_1 = \dfrac{U_0}{I_0} \Rightarrow R_1 = \dfrac{U_0}{2I_0}$

Chọn đáp án A

Ví dụ 2: Điện áp giữa hai đầu một đoạn mạch RLC nối tiếp sớm pha $\pi/4$ so với cường độ dòng điện. Phát biểu nào sau đây là **đúng** đối với đoạn mạch này?

A. Hiệu số giữa cảm kháng và dung kháng bằng điện trở thuần của đoạn mạch.

B. Điện áp giữa hai đầu điện trở thuần sớm pha $\pi/4$ so với điện áp giữa hai bản tụ điện.

C. Tổng trở của đoạn mạch bằng hai lần điện trở thuần của mạch.

D. Tần số dòng điện trong đoạn mạch nhỏ hơn giá trị cần để xảy ra cộng hưởng.

Phân tích và hướng dẫn giải

Điện áp giữa hai đầu một đoạn mạch RLC nối tiếp sớm pha $\pi/4$ so với cường độ dòng điện nên:

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 1 \Rightarrow Z_L - Z_C = R \ (*)$$

Sau đây là cách chọn và không chọn đáp án của bài toán:

A. khi $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \dfrac{\pi}{4}$ nên theo (*) thì hiệu số giữa cảm kháng và dung kháng bằng điện trở thuần của đoạn mạch vì thế A đúng

B. ta có $\varphi_{u_R} = \varphi_i < \varphi_u$ nên điện áp giữa hai đầu điện trở thuần ~~sớm~~ trễ pha $\pi/4$ so với điện áp giữa hai bản tụ điện vì thế B sai

C. theo (*) $Z_L - Z_C = R \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$ nên tổng trở của đoạn mạch bằng ~~hai~~ căn hai lần điện trở thuần của mạch vì thế C sai.

D. Tần số dòng điện để xảy ra cộng hưởng là: $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

Khi $Z_L - Z_C = R \Leftrightarrow \omega L - \frac{1}{\omega C} = R \Leftrightarrow \omega^2 LC - 1 = RC\omega$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 + RC\omega \Rightarrow \omega_0 = \frac{\omega}{\sqrt{1+RC\omega}}$$

Với R, C, ω là các hằng số dương nên $1 + RC\omega > 1 \Rightarrow \omega_0 = \frac{\omega}{\sqrt{1+RC\omega}} < \omega$

Vậy tần số dòng điện trong đoạn mạch ~~nhỏ~~ lớn hơn giá trị cần để xảy ra cộng hưởng. Đáp án này cũng sai

Chọn đáp án A

Ví dụ 3: Trong đoạn mạch RLC nối tiếp đang xảy ra cộng hưởng điện. Nếu tăng dần tần số dòng điện và giữ nguyên các thông số khác của mạch thì kết luận nào sau đây **không đúng** ?

A. Hệ số công suất của đoạn mạch giảm.

B. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở giảm.

C. Công suất tiêu thụ trên toàn mạch tăng.

D. Cường độ hiệu dụng của dòng điện giảm.

Phân tích và hướng dẫn giải

Tổng trở của mạch: $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

Khi mạch cộng hưởng thì: $Z_L - Z_C = 0 \Rightarrow Z = Z_{min} = R$

Khi tăng tần số thì:

$$Z_L = \omega L \uparrow; Z_C = \frac{1}{\omega C} \downarrow \Rightarrow Z_L - Z_C > 0 \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} > R \Rightarrow Z \uparrow$$

Cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch: $I = \frac{U}{Z\uparrow} \Rightarrow I \downarrow$

Sau đây là cách chọn và không chọn đáp án của bài toán:

A. Hệ số công suất của đoạn mạch: $\cos\varphi = \frac{R}{Z\uparrow} \Rightarrow \cos\varphi \downarrow$ vậy A đúng

B. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở: $U_R = RI \downarrow \Rightarrow U_R \downarrow$ nên B đúng

C. Công suất tiêu thụ trên toàn mạch: $P = RI^2 \downarrow \Rightarrow P \downarrow$ nên C sai

D. Cường độ hiệu dụng của dòng điện giảm. Đúng như lập luận trên.

Chọn đáp án C

Ví dụ 4: Đặt điện áp u = U₀cos 100πt vào hai đầu đoạn mạch điện trở thuần R nối tiếp với cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Khi $L = L_1 = \frac{\sqrt{3}}{3\pi}$ H thì i lệch pha ϕ_1 so với u, khi $L = L_2 = \frac{\sqrt{3}}{\pi}$ H thì i lệch pha ϕ_2 so với u. Biết $\varphi_1 + \varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$. Giá trị của R là

A. $\frac{200\sqrt{3}}{3}\,\Omega$. B. $100\,\Omega$. C. $50\,\Omega$. D. $\frac{400\sqrt{3}}{3}\,\Omega$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra, ta có:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_1 = -\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \tan\varphi_1 = \tan\left[-\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right)\right] = \cot g\varphi_2$$

$$\Rightarrow \tan\varphi_1 = \frac{1}{\tan\varphi_2} \Leftrightarrow \tan\varphi_1.\tan\varphi_2 = 1 \Leftrightarrow \frac{Z_{L_1}}{R}.\frac{Z_{L_2}}{R} = 1$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{Z_{L_1}.Z_{L_2}} = \sqrt{\frac{100}{\sqrt{3}}.100\sqrt{3}} = 100\Omega$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 5: Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có điện trở thuần, giữa hai điểm M và N chỉ có tụ điện, giữa hai điểm N và B chỉ có cuộn dây. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều 240V - 50 Hz thì u_{MB} và u_{AM} lệch pha nhau $\frac{\pi}{3}$, u_{MB} và u_{MB} lệch pha nhau $\frac{\pi}{6}$. Điện áp hiệu dụng trên R là

A. $60\sqrt{3}$(V) B. 80 (V). C. $80\sqrt{3}$(V) D. 60 (V).

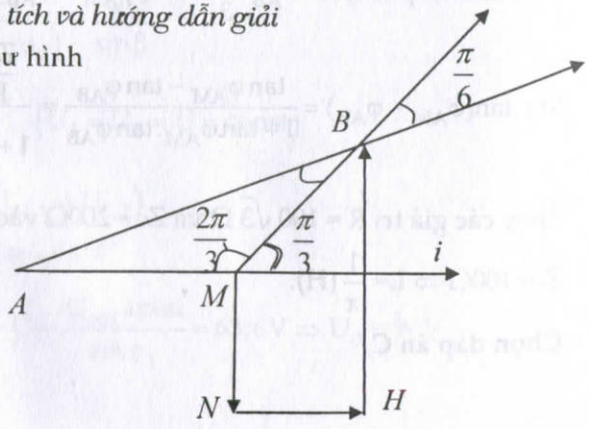
Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có giản đồ vecto trượt như hình vẽ:từ hình vẽ dễ dàng thấy:

$$\widehat{ABM} = \frac{\pi}{6}; \widehat{AMB} = \frac{2\pi}{3}$$

Áp dụng định lý hàm sin trong tam giác AMB

$$\frac{AM}{\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{AB}{\sin\frac{2\pi}{3}}$$



$$\Rightarrow AM = \frac{\sin\frac{\pi}{6}}{\sin\frac{2\pi}{3}}AB = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{240}{\sqrt{3}} = 80\sqrt{3} \Rightarrow U_R = 80\sqrt{3}V$$

Vậy chọn đáp án C

Nhận xét:

Các bài toán về pha trong dòng điện xoay chiều nói chung là rất phổ biến trong đề thi đại học. Có hai cách giải dạng toán này là giải theo biến đổi đại số và giải theo hình học ứng dụng của cách vẽ vecto trượt. Trong cách giải theo vecto trượt, trực quan và dễ hiểu hơn, các bạn cố gắng nắm thật chắc để tiết kiệm thời gian trong quá trình làm bài thi.

Ví dụ 6: Đặt điện áp $u = U_0\cos100\pi t$ (V) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần $100\sqrt{3}\Omega$ mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Đoạn mạch MB chỉ có tụ điện có điện dung $\frac{10^{-4}}{2\pi}F$. Biết điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AM lệch pha $\frac{\pi}{3}$ so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AB. Giá trị của L bằng

A. $\frac{3}{\pi}H$ B. $\frac{2}{\pi}H$ C. $\frac{1}{\pi}H$ D. $\frac{\sqrt{2}}{\pi}H$

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có dung kháng của tụ: $Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{\frac{10^{-4}}{2\pi}.100\pi} = 200\Omega$

Vì u_{AM} sớm pha hơn u_{AB} $\frac{\pi}{3}$ nên $(\varphi_{AM} - \varphi_{AB}) = \frac{\pi}{3}$

Mà $\tan(\varphi_{AM} - \varphi_{AB}) = \frac{\tan\varphi_{AM} - \tan\varphi_{AB}}{1 + \tan\varphi_{AM}.\tan\varphi_{AB}} = \frac{\frac{Z_L}{R} - \frac{Z_L - Z_C}{R}}{1 + \frac{Z_L}{R}.\frac{Z_L - Z_C}{R}} = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

Thay các giá trị $R = 100\sqrt{3}\,\Omega$ và $Z_C = 200\Omega$ vào biểu thức trên ta suy ra

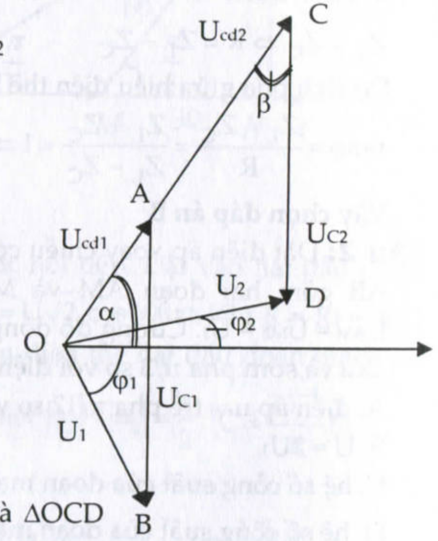
$Z_L = 100\Omega \Rightarrow L = \frac{1}{\pi}$ (H).

Chọn đáp án C

Ví dụ 7 **(Trích đề thi đại học 2013):** Đặt điện áp $u = U_0\cos\omega t$ (V) (với U_0 và ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C (thay đổi được). Khi $C = C_0$ thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn u là φ_1 $(0 < \varphi_1 < \frac{\pi}{2})$ và điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây là 45V. Khi $C = 3C_0$ thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn u là $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$ và điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây là 135V. Giá trị của U_0 **gần giá trị nào nhất sau đây?**

A. 95V. B. 75V. C. 64V. D. 130V.

Phân tích và hướng dẫn giải



Theo bài ra ta có: $\begin{cases} C_1 = C_0 \\ C_2 = 3C_0 \end{cases} \Rightarrow Z_{C_1} = 3Z_{C_2}$

$\begin{cases} U_{cd1} = 45V \\ U_{cd2} = 135V \end{cases} \Rightarrow U_{cd2} = 3U_{cd1}$

$\Rightarrow I_2 = 3I_1 \Rightarrow U_{r2} = 3U_{r1}$

$U_{C2} = I_2.Z_{C2} = 3I_1.\frac{Z_{C1}}{3} = I_1.Z_{C1} = U_{C1}$

$U_{r2} = 3U_{r1} \Leftrightarrow U\cos\varphi_2 = 3U\cos\varphi_1$

$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right) = \sin\varphi_1 = 3\cos\varphi_1$

$\Rightarrow \varphi_1 = 71,6^0 \Rightarrow \varphi_2 = 18,4^0$

Áp dụng định lý hàm sin cho hai ΔOAB và ΔOCD

$\frac{U_{C1}}{\sin(\alpha + \varphi_1)} = \frac{U_1}{\sin\beta}$; $\frac{U_{C2}}{\sin(\alpha - \varphi_2)} = \frac{U_2}{\sin\beta}$

$\Rightarrow \frac{U_{C1}}{\sin(\alpha + \varphi_1)} = \frac{U_{C2}}{\sin(\alpha - \varphi_2)}$ $(U_1 = U_2 = U = const)$

$\sin(\alpha + \varphi_1) = \sin(\alpha - \varphi_2)$ $(U_{C1} = U_{C2})$

$\Rightarrow \alpha + \varphi_1 = 180^0 - (\alpha - \varphi_2) \Rightarrow \alpha = 63,4^0$

$U_{r1} = U_{cd1}.\cos\alpha = U.\cos\varphi_1 \Rightarrow U = \frac{U_{cd1}.\cos\alpha}{\cos\varphi_1} = 63,6V \Rightarrow U_0 = 90V$

Chọn đáp án A

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp có điện trở R biến đổi được. Điều chỉnh biến trở R để công suất tiêu thụ cực đại. Biết mạch có tính dung kháng. Kết luận nào sau đây là **đúng**?

A. Điện áp hai đầu đoạn mạch trễ pha so với cường độ dòng điện một góc $\frac{\pi}{4}$

B. Điện áp hai đầu đoạn mạch sớm pha so với cường độ dòng điện một góc $\frac{\pi}{4}$

C. Điện áp hai đầu đoạn mạch trễ pha so với cường độ dòng điện một góc $\frac{\pi}{2}$

D. Điện áp hai đầu đoạn mạch sớm pha so với cường độ dòng điện một góc $\frac{\pi}{2}$

Phân tích và hướng dẫn giải

R biến thiên để P_{max} khi $R = |Z_L - Z_C|$, mạch có tính dung kháng nên $Z_L > Z_C \Rightarrow R = Z_L - Z_C$

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế hai đầu mạch so với cường độ dòng điện:

$$\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L - Z_C} = 1 \Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{4} > 0$$

Vậy chọn đáp án B

Câu 2: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn AM và MB mắc nối tiếp. Biết điện áp hiệu dụng $U_{AM} = U_{MB} = U_1$. Cường độ dòng điện trong mạch trễ pha $\pi/6$ so với điện áp u_{AM} và sớm pha $\pi/3$ so với điện áp u_{MB}. Ta có

A. điện áp u_{AB} trễ pha $\pi/12$ so với cường độ dòng điện.

B. $U = 2U_1$.

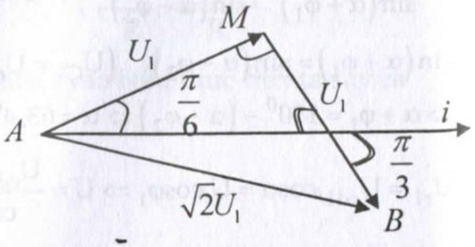
C. hệ số công suất của đoạn mạch AM bằng 0,5.

D. hệ số công suất của đoạn mạch MB bằng $0,5\sqrt{3}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra, ta có giản đồ vecto trượt như hình vẽ: tam giác AMB vuông tại M, với AM = MB nên tam giác AMB vuông cân tại M vì thế:

$$\begin{cases} U_{AB} = \sqrt{2}U_1 \\ \widehat{MAB} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12} \\ \varphi_{AM} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \cos\varphi_{AM} = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \varphi_{MB} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \cos\varphi_{MB} = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \end{cases}$$



Vậy chọn đáp án A

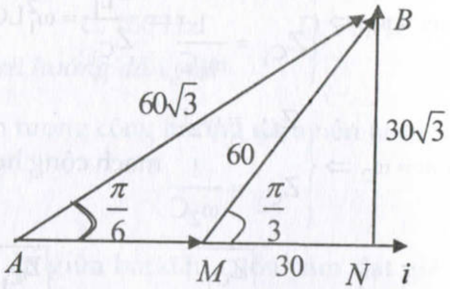
Câu 3: Mạch điện xoay chiều gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với cuộn dây. Đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ (V). Điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn dây là $U_d = 60$ V. Dòng điện trong mạch lệch pha $\frac{\pi}{6}$ so với u và lệch pha $\frac{\pi}{3}$ so với u_d. Điện áp hiệu dụng ở hai đầu mạch có giá trị

A. $60\sqrt{3}$ V. B. $60\sqrt{2}$ V. C. 120 V. D. 90 V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có giản đồ như hình vẽ:

Từ đó dễ dàng tính được:



$$NB = MB.\sin\frac{\pi}{3} = 60.\frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow U_L = 30\sqrt{3}V$$

$$AB = \frac{NB}{\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{30\sqrt{3}}{0,5} = 60\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow U_{AB} = 60\sqrt{3}V$$

Chọn đáp án A

Câu 4: Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có dạng $u = U\sqrt{2}.\cos 100\pi t$. Khi $R = R_1 = 90\Omega$ và $R = R_2 = 160\Omega$ thì độ lệch pha giữa hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện lần lượt là ϕ_1 và ϕ_2. Biết $|\phi_1| + |\phi_2| = \frac{\pi}{2}$; $C = \frac{10^{-4}}{\pi}F$. Độ tự cảm có giá trị là:

A. $\frac{2,5}{\pi}H$ B. $\frac{2,2}{\pi}H$ C. $\frac{1}{\pi}H$ D. $\frac{1,6}{\pi}H$

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra, ta có:

$$|\varphi_1| + |\varphi_2| = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan\varphi_1.\tan\varphi_2 = 1 \Leftrightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R_1}.\frac{Z_L - Z_C}{R_2} = 1$$

$$\Rightarrow |Z_L - Z_C| = \sqrt{R_1R_2} = \sqrt{90.160} = 120$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} Z_L - Z_C = 120 \\ Z_L - Z_C = -120 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} Z_L = 220 \\ Z_L = -20(l) \end{array}\right. \Rightarrow L = \frac{2,2}{\pi}H$$

Chọn đáp án B

Câu 5 (Trích đề thi Đại học 2012):

Đặt điện áp xoay chiều u = U₀cos ω t (U₀ không đổi, ω thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch có R, L, C mắc nối tiếp. Khi ω = ω₁ thì cảm kháng và dung kháng của đoạn mạch lần lượt là Z_{1L} và Z_{1C} . Khi ω = ω₂ thì trong đoạn mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng. Hệ thức đúng là

A. $\omega_1 = \omega_2 \dfrac{Z_{1L}}{Z_{1C}}$ B. $\omega_1 = \omega_2 \sqrt{\dfrac{Z_{1L}}{Z_{1C}}}$ C. $\omega_1 = \omega_2 \dfrac{Z_{1C}}{Z_{1L}}$ D. $\omega_1 = \omega_2 \sqrt{\dfrac{Z_{1C}}{Z_{1L}}}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi $\omega = \omega_1 \Rightarrow \begin{cases} Z_{L_1} = \omega_1 L \\ Z_{C_1} = \dfrac{1}{\omega_1 C} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{Z_{L_1}}{Z_{C_1}} = \omega_1^2 LC$

Khi $\omega = \omega_2 \Rightarrow \begin{cases} Z_{L_2} = \omega_2 L \\ Z_{C_2} = \dfrac{1}{\omega_2 C} \end{cases}$ mạch cộng hưởng $\Rightarrow Z_{L_2} = Z_{C_2} \Leftrightarrow \omega_2 L = \dfrac{1}{\omega_2 C}$

$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_1 \sqrt{\frac{Z_{C_1}}{Z_{L_1}}} \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 \sqrt{\frac{Z_{L_1}}{Z_{C_1}}}$$

Vậy chọn đáp án B

Câu 6: Cho mạch điện AB gồm điện trở thuần R, tụ C và cuộn dây mắc nối tiếp. Xét điểm M nối giữa R và C, đoạn NB chứa cuộn dây. Biết hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch có biểu thức $u_{AB} = 120\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{6})$. Cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là I = 2A, u_{MB} lệch pha nhau π/3 so với u_{AM}, u_{MB} lệch pha nhau π/6 so với u_{AB}. Điện trở thuần của cuộn dây là

A. $r = 20\sqrt{3}\ (\Omega)$ B. $r = 10\sqrt{2}\ (\Omega)$ C. $r = 10\sqrt{3}\ (\Omega)$ D. $r = 20\sqrt{2}\ (\Omega)$

Phân tích và hướng dẫn giải

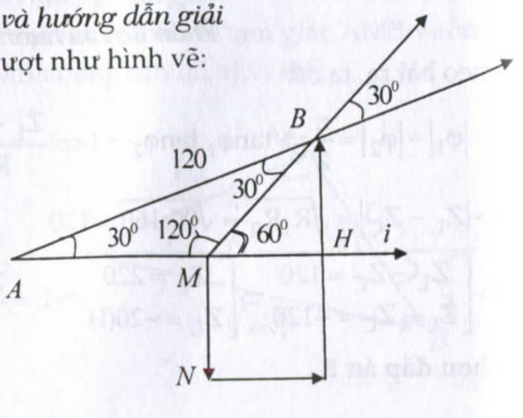
Theo bài ra ta có giản đồ vecto trượt như hình vẽ:

$AH = AB\cos 30 = 120.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3}$

$AM = \dfrac{\sin 30}{\sin 120}.AB = 40\sqrt{3}$

$MH = AH - AM = 20\sqrt{3}$

$r = \dfrac{U_r}{I} = \dfrac{MH}{I} = \dfrac{20\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\Omega$



Câu 7: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Đoạn mạch nối tiếp gồm một điện trở thuần $R = 50\Omega$, một tụ điện có điện dung C và một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Điện áp xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch có biểu thức $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft$. Khi thay đổi giá trị của tự cảm tới $L_1 = \frac{1}{\pi}H$ cường độ dòng điện trong mạch cùng pha với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch. Khi thay đổi giá trị của tự cảm tới $L_2 = \frac{2}{\pi}H$ điện áp giữa hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại. Tần số f có giá trị là?

A. 25 Hz. B. 50 Hz. C. 100 Hz. D. 75 Hz.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi $L_1 = \frac{1}{\pi}H$ thì mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện nên ta có

$Z_{L_1} = Z_C \Rightarrow Z_C = 2\pi f.L_1 = 2f$

Khi $L_2 = \frac{2}{\pi}H \Rightarrow Z_{L_2} = 4f$ thì điện áp giữa hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại vì thế: $Z_{L_2} = \dfrac{Z_C^2 + R^2}{Z_C} \Leftrightarrow 4f = \dfrac{4f^2 + R^2}{2f} \Rightarrow f = \dfrac{R}{2} = \dfrac{50}{2} = 25Hz.$

Chọn đáp án A.

Câu 8: Cho đoạn mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây mắc nối tiếp với tụ điện. Độ lệch pha của điện áp giữa hai đầu cuộn dây so với cường độ dòng điện trong mạch là $\frac{\pi}{4}$. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện bằng $\sqrt{2}$ lần điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây. Độ lệch pha của điện áp giữa hai đầu cuộn dây so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch trên là

A. 0. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $-\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

$\tan\varphi_d = \dfrac{Z_L}{r} = \tan\dfrac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow Z_L = r$

Theo bài ra: $U_C = \sqrt{3}.\sqrt{U_L^2 + U_r^2} \Leftrightarrow Z_C = \sqrt{3}.\sqrt{Z_L^2 + r^2} = 2r$

$\Leftrightarrow \tan\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{r} = -1 \Leftrightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi_{cd} - \varphi = \dfrac{\pi}{2}.$

Chọn đáp án B

Chuyên đề 5

CÔNG SUẤT VÀ HỆ SỐ CÔNG SUẤT

NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Mạch RLC không phân nhánh:

+ Công suất tiêu thụ của mạch điện xoay chiều:

$\boxed{P = UI\cos\varphi}$ hay $\boxed{P = I^2R = \frac{U^2R}{Z^2}}$.

+ Hệ số công suất: $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$.

+ Ý nghĩa của hệ số công suất cosφ

- Trường hợp cosφ = 1 tức là φ = 0: mạch chỉ có R, hoặc mạch RLC có cộng hưởng điện

  ($Z_L = Z_C$) thì: $P = P_{max} = UI = \frac{U^2}{R}$.

- Trường hợp cosφ = 0 tức là $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$: Mạch chỉ có L, hoặc C, hoặc có cả L và C mà không có R thì: $P = P_{min} = 0$.

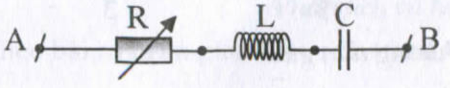
+ Để nâng cao cosφ bằng cách thường mắc thêm tụ điện thích hợp sao cho cảm kháng và dung kháng của mạch xấp xỉ bằng nhau để cosφ ≈ 1.

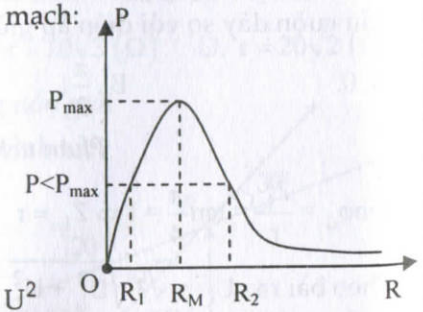
+ Nâng cao hệ số công suất cosφ để giảm cường độ dòng điện nhằm giảm hao phí điện năng trên đường dây tải điện.

a. R thay đổi để $P = P_{max}$

+ Khi L, C, ω không đổi thì mối liên hệ giữa Z_L và Z_C không thay đổi nên sự thay đổi của R **không** gây ra **hiện tượng cộng hưởng**

+ Tìm công suất tiêu thụ cực đại của đoạn mạch:





Ta có $P = RI^2 = R\frac{U^2}{R^2+(Z_L-Z_c)^2} = \frac{U^2}{R+\frac{(Z_L-Z_C)^2}{R}}$

Do U = Const nên để $P = P_{max}$ thì $\left(R+\frac{(Z_L-Z_C)^2}{R}\right)$ đạt giá trị min

Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho 2 số dương R và $(Z_L-Z_C)^2$ ta được:

$$R+\frac{(Z_L-Z_C)^2}{R} \ge 2\sqrt{R.\frac{(Z_L-Z_C)^2}{R}} = 2|Z_L-Z_C|$$

Vậy $\left(R+\frac{(Z_L-Z_C)^2}{R}\right)_{min}$ là $2|Z_L-Z_C|$ lúc đó dấu "=" của bất đẳng thức xảy ra nên ta có

$\boxed{R=|Z_L-Z_C|} \Rightarrow P = \boxed{P_{max} = \frac{U^2}{2|Z_L-Z_C|}}$ và $I = I_{max} = \frac{U}{|Z_L-Z_C|\sqrt{2}}$.

Lúc đó: $\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$; tan φ = 1

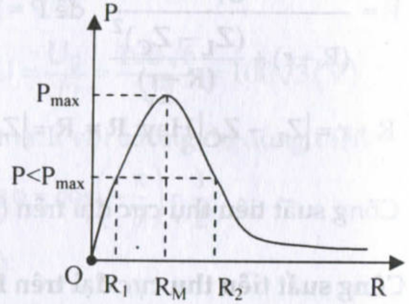
b. Hai giá trị của điện trở cho cùng một công suất P (P < Pmax):

$$P = I^2R = \frac{U^2}{Z^2}R = \frac{U^2}{\left(R^2+(Z_L-Z_C)^2\right)}R$$

$$\Rightarrow PR^2 + P(Z_L-Z_C)^2 = U^2R$$

$$\Leftrightarrow PR^2 - U^2R + P\left(Z_L-Z_C\right)^2 = 0 (*)$$

(*) Là phương trình bậc hai theo R vì thế điều kiện để (*) có 2 nghiệm phân biệt là: $|Z_L-Z_C| < \frac{U^2}{2P}$



Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} R_1+R_2 = \frac{U^2}{P} \\ R_1R_2 = \left(Z_L - Z_C\right)^2 \end{cases}$

2. *Mạch RLrC không phân nhánh:*

(Cuộn dây không thuần cảm có điện trở thuần r)

+ Công suất tiêu thụ của cả đoạn mạch xoay chiều:

$\boxed{P = UI\cos\varphi}$ hay $\boxed{P = I^2(R+r) = \frac{U^2(R+r)}{Z^2}}$.

+ Hệ số công suất của cả đoạn mạch: $\cos\varphi = \frac{R+r}{Z}$.

+ Công suất tiêu thụ trên điện trở R: $\boxed{P_R = I^2.R = \frac{U^2.R}{Z^2}}$

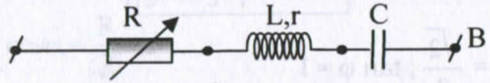
Với $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

+ Công suất tiêu thụ của cuộn dây: $\boxed{P_r = I^2.r = \dfrac{U^2.r}{Z^2}}$

+ Hệ số công suất của đọan mạch chứa cuộn dây: $\cos\varphi_d = \dfrac{r}{Z_d} = \dfrac{r}{\sqrt{r^2 + Z_L^2}}$

a. Công suất tiêu thụ cực đại của cả đoạn mạch: có L,r,C, ω không đổi.

+ **R thay đổi để P_{max}:** Khi L,C, ω không đổi thì mối liên hệ giữa Z_L và Z_C không thay đổi nên sự thay đổi của R **không** gây ra **hiện tượng cộng hưởng**



Ta có $P = (R + r)I^2 = (R+r)\dfrac{U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_c)^2}$

$P = \dfrac{U^2}{(R+r) + \dfrac{(Z_L - Z_C)^2}{(R+r)}}$, để $P = P_{max} \Rightarrow (R + r + \dfrac{(Z_L - Z_C)^2}{R+r})_{min}$ thì:

$R + r = |Z_L - Z_C|$ Hay: **R =** $R = |Z_L - Z_C| - r$

Công suất tiêu thụ cực đại trên (R+r): $\boxed{P_{max} = \dfrac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}}$

b. Công suất tiêu thụ cực đại trên R:

Ta có: $P_R = RI^2 = \dfrac{U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_c)^2}R$

$$= \frac{U^2}{2r + \left[R + \dfrac{(Z_L - Z_C)^2 + r^2}{R}\right]} = \frac{U^2}{2r + X}$$

Để công suất tỏa nhiệt trên điện trở đạt cực đại P_{Rmax} ta phải có:

$X = (R + \dfrac{(Z_L - Z_C)^2 + r^2}{R})$ đạt giá trị min

$\Rightarrow R = \dfrac{(Z_L - Z_C)^2 + r^2}{R} \Rightarrow \boxed{R = \sqrt{(Z_L - Z_C)^2 + r^2}}$

Lúc đó $\boxed{P_{Rmax} = \dfrac{U^2}{2r + 2\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}$

VÍ DỤ MẪU

Ví dụ 1: Cho hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch là: $u = 100\sqrt{6}\cos\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)(V)$ và cường độ dòng điện qua mạch: $i = 8\sqrt{5}\cos\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{6}\right)(A)$.

Công suất tiêu thụ trên mạch có giá trị là:

A. P = 1080(W) B. P = 1020 (W) C. P = 1095 (W) D. P = 1059(W)

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây có thể nói là bài toán khá dễ của dạng toán công suất. Chỉ cần vận dụng công thức tính công suất tiêu thụ của hai đầu mạch $P = UI\cos\varphi$ sau đó tìm U, I và $\cos\varphi$ là xong. Nói dễ có nghĩa là các đại lượng này để đã cho sẵn chỉ cần tìm từ hai phương trình là có ngay.

Cường độ dòng điện hiệu dụng: $I = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}} = \dfrac{8\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{10}(A)$

Và hiệu điện thế hiệu dụng của mạch: $U = \dfrac{U_0}{\sqrt{2}} = \dfrac{100\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{3}(V)$

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế hai đầu mạch với cường độ dòng điện:

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow \cos\varphi = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

Vậy công suất tiêu thụ của đoạn mạch là:

$$P = U.I.\cos\varphi = 100\sqrt{3}.4\sqrt{10}.\frac{1}{2} = 1095(W).$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 2: Mạch điện gồm R, L, C nối tiếp trong đó cuộn dây thuần cảm $L = \dfrac{2}{\pi}$ H, tụ điện có điện dung $C = \dfrac{10^{-4}}{3\pi}F$ và R biến thiên. Đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều: $u = 200.\cos(100\pi.t)$ (V) thì công suất toàn mạch là 80 W tại hai giá trị R_1, R_2. Tìm R_1, R_2.

A. R = 100 Ω hoặc R = 100 Ω. B. R = 200 Ω hoặc R = 100 Ω.

C. R = 200 Ω hoặc R = 200 Ω. D. R = 200 Ω hoặc R = 50 Ω.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $U = 100$, $Z_L = \dfrac{2}{\pi}.100\pi = 200\,\Omega$, $Z_C = \dfrac{1}{\omega.C} = 300\Omega$

Dễ thấy, công suất trên mạch đạt được tại hai giá trị R khi R thay đổi , suy ra P < P max.(Vì P max chỉ tại một giá trị R khi R thay đổi là: $R = |Z_L - Z_C|$).

Nên ta có R_1, R_2 là nghiệm của phương trình:

$$R^2 - \frac{U^2}{P}.R + (Z_L - Z_C)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow R^2 - \frac{(100\sqrt{2})^2}{80}.R + (200-300)^2 = 0 \;\Leftrightarrow R = 200\,\Omega \text{ hoặc } R = 50\,\Omega.$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 3: Cho mạch điện RLC; $u = 300\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V). R thay đổi được; Khi mạch có $R = R_1 = 90\Omega$ thì độ lệch pha giữa u và i là φ_1. Khi mạch có $R = R_2 = 160\Omega$ thì độ lệch pha giữa u và i là φ_2. biết $\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$. Công suất ứng với R_1 và R_2 có giá trị

A. $250\sqrt{3}$W B. $360\sqrt{3}$W C. 360W D.250W

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \tan\varphi_1.\tan\varphi_2 = 1$

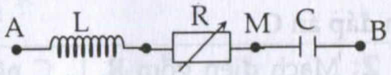
$$\Leftrightarrow \frac{(Z_L - Z_C)}{R_1}.\frac{(Z_L - Z_C)}{R_2} = 1 \Rightarrow R_1R_2 = (Z_L - Z_C)^2$$

Phương trình này thỏa mãn điều kiện: hai giá trị của biến trở cho cùng một công suất vì thế ta có: $P_1 = P_2 \Rightarrow P = P_1 = P_2 = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{300^2}{90+160} = 360W$

Chọn đáp án C

Ví dụ 4:

Một mạch điện xoay chiều gồm:



Cuộn cảm thuần có $L = \frac{2}{\pi}$ (H);

Tụ điện có $C = \frac{2.10^{-4}}{\pi}$ (F); R là một biến trở.

Giữa hai đầu AB được duy trì một hiệu điện thế $u = 120\sqrt{2}\cos(100\pi t)$(V).

Điều chỉnh R để công suất tiêu thụ của đoạn mạch cực đại. Tìm R và công suất đó.

A. $R = 160\Omega$; $P_{max} = 48W$ B. $R = 150\Omega$; $P_{max} = 48W$

C. $R = 160\Omega$; $P_{max} = 53W$ D. $R = 150\Omega$; $P_{max} = 53W$

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng của cuộn dây: $Z_L = \omega L = \frac{2}{\pi}.100\pi = 200\Omega$

Dung kháng của tụ: $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{2.10^{-4}}{\pi}} = 50\Omega$

Công suất tiêu thụ trên toàn mạch

$$P = R.\frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} = \frac{U^2}{y_{min}}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương a = R và $b = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}$

Ta luôn có: $y = R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \geq 2|Z_L - Z_C|$

$\Rightarrow$ giá trị nhỏ nhất của y là: $y_{min} = 2|Z_L - Z_C|$

$$\Leftrightarrow R = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \Rightarrow R = |Z_L - Z_C| = 200 - 50 = 150\Omega$$

Công suất tiêu thụ trên toàn mạch đạt cực đại:

$$P_{max} = \frac{U^2}{y_{min}} = \frac{120^2}{2.150} = 48W$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 5: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U = 200 (V), tần số f = 50 (Hz) vào hai đầu không phân nhánh RLC trong đó R biến thiên. Khi R = 50(Ω) và R = 200 (Ω) thì công suất tiêu thụ trên toàn mạch đều bằng nhau. Thay đổi R để công suất toàn mạch đạt cực đại là bao nhiêu?

A. 100 W. B. 300 W. C. 260 W. D. 200 W.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi $R = R_1$ và $R = R_2$ thì $P_1 = P_2 \Rightarrow R_1R_2 = (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow |Z_L - Z_C| = \sqrt{R_1R_2}$ (*)

Công suất tiêu thụ trên toàn mạch

$$P = R.\frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}}$$

Theo bất đẳng thức Cosi thì P_{max} khi:

$$R = |Z_L - Z_C| \text{ và } P_{max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} \;(**)$$

Từ (*) và (**): $P_{max} = \dfrac{U^2}{2\left|Z_L - Z_C\right|} = \dfrac{U^2}{2\sqrt{R_1R_2}} = \dfrac{200^2}{2\sqrt{50.200}} = 200\text{W}$

Chọn đáp án D

Ví dụ 6: Đặt một điện áp xoay chiều $u = 200\sqrt{2}\cos(100\pi\, t)$ vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự các phần tử gồm một biến trở R có điện trở thay đổi từ 0 đến ∞, tụ điện có điện dung $C = \dfrac{10^{-4}}{\pi}$F và một cuộn dây không thuần cảm có $r = 60\Omega$ và độ tự cảm $L = \dfrac{1,5}{\pi}$H. Xác định công suất cực đại của mạch.

A. 130 W. B. 393,4 W. C. 289 W. D. 400 W.

Phân tích và hướng dẫn giải

Điện trở của cuộn dây: $r = 60\Omega$

Cảm kháng của cuộn dây: $Z_L = \omega L = \dfrac{1,5}{\pi}.100\pi = 150\,\Omega$

Dung kháng của tụ: $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{10^{-4}}{\pi}} = 100\Omega$

R biến thiên để công suất tiêu thụ trên mạch cực đại khi:

$$\begin{cases} R + r = \left|Z_L - Z_C\right| (1) \\ P_{max} = \dfrac{U^2}{2\left|Z_L \text{-} Z_C\right|} = \dfrac{U^2}{2(R+r)} (2) \end{cases}$$

Với U và r đề đã cho muốn có P_{max} ta cần xác định R vì thế từ (1) ta suy ra $R = \left|Z_L - Z_C\right| - r = \left|150 - 100\right| - 60 = -10\Omega$ mà điện trở thì không có giá trị âm nên bài toán tới đây tạm thời bế tắt.

Lưu ý: *khi* $r > \left|Z_L - Z_C\right|$ *thì ta không thể áp dụng cách giải như ở trên để tìm công suất tiêu thụ trên mạch cực đại mà ta cần lập luận từ công thức tổng quát của công suất tiêu thụ của mạch như sau:*

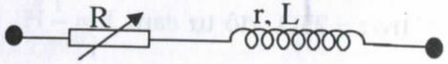
Công suất tiêu thụ trên mạch:

$$P = \frac{U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}.(R+r) \Rightarrow P_{max} \Leftrightarrow R = 0$$

Vậy $P_{max} = \dfrac{U^2}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}.r = \dfrac{200^2}{60^2 + (150 - 100)^2}.60 = 393,4(\text{W})$

Chọn đáp án B

Ví dụ 7: Cho đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh, cuộn dây có điện trở $r = 15(\Omega)$, độ tự cảm $L = \dfrac{1}{5\pi}(\text{H})$



Và một biến trở R mắc như hình vẽ.

Hiệu điện thế hai đầu mạch là: $U = 80.\cos(100\pi t)(\text{V})$

Công suất tỏa nhiệt trên toàn mạch đạt giá trị cực đại là bao nhiêu?

A. 89W B. 66W C. 80W D. 59W

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng của cuộn dây: $Z_L = \omega L = \dfrac{1}{5\pi}.100\pi = 20\,\Omega$

Mạch khuyết C nên công suất tiêu thụ trên toàn mạch:

$$P = I^2.(r+R) = \frac{U^2}{Z^2}.(r+R) = \frac{U^2}{\left((r+R)^2\right) + (Z_L)^2}.(r+R) = \frac{U^2}{(r+R) + \dfrac{Z_L^2}{r+R}}$$

Do tử số là U không đổi nên P lớn nhất khi mẫu số bé nhất.

Nghĩa là: $y = r + R + \dfrac{Z_L^2}{r+R}$ bé nhất.

Áp dụng bất đẳng thức côsi cho hai số không âm ta có:

$$y = r + R + \frac{Z_L^2}{r+R} \geq 2\sqrt{(r+R).\frac{Z_L^2}{r+R}} = 2Z_L$$

Dấu bằng xảy ra khi $r + R = Z_L \to R = Z_L - r = 20 - 15 = 5(\Omega)$

Công suất cực đại: $P_{max} = \dfrac{U^2}{2(r+R)^2} = \dfrac{\left(40\sqrt{2}\right)^2}{2(15+5)} = 80(\text{W})$

Chọn đáp án C

Khi làm trắc nghiệm ta giải nhanh như sau:

Công suất tiêu thụ trên toàn mạch cực đại khi điện trở thay đổi thỏa mãn:

$$\begin{cases} R + r = \left|Z_L - Z_C\right| = Z_L (Z_C = 0) \\ P_{max} = \dfrac{U^2}{2(R+r)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = Z_L - r = 20 - 15 = 5\Omega \\ P_{max} = \dfrac{U^2}{2(R+r)} = \dfrac{\left(40\sqrt{2}\right)^2}{2(5+15)} = 80(\text{W}) \end{cases}$$

Cách giải trên có lẽ là hay nhất đúng không các bạn! Vào phòng thi, các bạn không thể đi chứng minh công thức để dùng mà tốt nhất là hãy chứng minh ở nhà để vào phòng thi mà dùng.

Ví dụ 8: Cho đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh, cuộn dây có điện trở $r = 25\Omega$, độ tự cảm $L = \frac{1}{\pi}H$, tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}F$ và một biến trở R có giá trị thay đổi. Hiệu điện thế hai đầu mạch là: $u = 220\sqrt{2}\cos100\pi t(V)$. Công suất tỏa nhiệt trên biến trở đạt giá trị cực đại khi biến trở có giá trị nào và giá trị của công suất là bao nhiêu

A. 189W B. 126W C. 100W D. 219W

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng của cuộn dây: $Z_L = \omega L = \frac{1}{\pi}.100\pi = 100\ \Omega$

Dung kháng của tụ: $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{10^{-4}}{2\pi}} = 200\Omega$

Công suất tỏa nhiệt trên biến trở R là :

$$P = I^2R = \frac{U^2}{(R+r)^2+(Z_L-Z_C)^2}R = \frac{U^2}{\frac{(R+r)^2+(Z_L-Z_C)^2}{R}}$$

$$= \frac{U^2}{2r+R+\frac{r^2+(Z_L-Z_C)^2}{R}}$$

$$P_{Rmax} \Leftrightarrow \left(2r+R+\frac{r^2+(Z_L-Z_C)^2}{R}\right)_{min} \Leftrightarrow R = \frac{r^2+(Z_L-Z_C)^2}{R}$$

$$\Rightarrow R^2 = r^2+(Z_L-Z_C)^2$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{r^2+(Z_L-Z_C)^2} = \sqrt{25^2+(100-200)^2} = 103\Omega$$

Công suất cực đại trên R là: $P_{R\max} = \frac{U^2}{2r+2R} = \frac{220^2}{2(25+103)} = 189(W)$

Vậy chọn đáp án A

Khi làm trắc nghiệm, ta làm như sau:

R biến thiên để $P_{R\max}$ khi: $\begin{cases} R^2 = r^2+(Z_L-Z_C)^2 \\ P_{Rmax} = \dfrac{U^2}{2(r+R)} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = \sqrt{r^2+(Z_L-Z_C)^2} = \sqrt{25^2+(100-200)^2} = 103\Omega \\ P_{max} = \dfrac{U^2}{2(r+R)} = \dfrac{220^2}{2(25+103)} = 189(W) \end{cases}$$

Ví dụ 9: Cho mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây có điện trở $r = 15\Omega$ và độ tự cảm $L = \frac{1}{5\pi}$ H nối tiếp với biến trở R. Đặt vào hai đầu của đoạn mạch một điện áp: $u = 80.\cos100\pi.t$ (V). Khi dịch chuyển biến trở đến giá trị R_0 thì công suất trên biến trở cực đại. Tìm R_0 và giá trị P max.

A. 19W B. 26W C. 40W D. 29W

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra, ta có: $r = 15\ \Omega$, $Z_L = \frac{1}{5\pi}.100\pi = 20\ \Omega$, $U = 40\sqrt{2}$ V

Chú ý: *để yêu cầu tìm P trên R cực đại phải phân biệt với công suất trên toàn mạch gồm (r + R). Bài toán gồm R biến thiên nối tiếp với cuộn dây có r. Khi đó từ công thức đã chứng minh, ta được:*

P trên R max khi và chỉ khi: $R^2 = Z_L^2 + r^2 \Leftrightarrow R = \sqrt{20^2+15^2} = 25.\Omega$

Giá trị công suất cực đại trên R là: $P_{R\max} = \frac{U^2}{2(R+r)} = \frac{(40\sqrt{2})^2}{2(25+15)} = 40$ W

Chọn đáp án C

Ví dụ 10: (Đại học 2012):

Đặt điện áp $u = 400\cos100\pi t$ (u tính bằng V, t tính bằng s) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần 50 Ω mắc nối tiếp với đoạn mạch X. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch là 2 A. Biết ở thời điểm t, điện áp tức thời giữa hai đầu AB có giá trị 400 V; ở thời điểm $t + \frac{1}{400}$ (s), cường độ dòng điện tức thời qua đoạn mạch bằng không và đang giảm. Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch X là

A. 400 W. B. 200 W. C. 160 W. D. 100 W.

Phân tích và hướng dẫn giải

$U = 200\sqrt{2}$ V; I = 2A

Ở thời điểm t, u = 400V ⇒ pha của hiệu điện thế hai đầu mạch $\varphi_u = 100\pi t = k2\pi$

Ở thời điểm $t + \frac{1}{400}$, i = 0, đang giảm

$$\Rightarrow \ \varphi'_i = 100\pi\left(t + \frac{1}{400}\right) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow 100\pi t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow \varphi_i = \frac{\pi}{4} + k2\pi$$

$\Rightarrow$ tại thời điểm t pha của dòng điện: $\varphi_i = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$

Độ lệch pha giữa u và i: $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\dfrac{\pi}{4}$

Công suất: $P = UI\cos\varphi = 200\sqrt{2}.2.\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = 400W$

Chọn đáp án A

Ví dụ 11: Đoạn mạch xoay chiều AB gồm điện trở R nối tiếp cuộn dây thuần cảm có L thay đổi được, điện áp hai đầu cuộn cảm được đo bằng một vôn kế có điện trở rất lớn. Khi L = L₁ thì vôn kế chỉ V₁, độ lệch pha giữa điện áp hai đầu đoạn mạch với dòng điện là φ₁, công suất của mạch là P₁. Khi L = L₂ thì vôn kế chỉ V₂, độ lệch pha giữa điện áp hai đầu đoạn mạch và dòng điện là φ₂, công suất của mạch là P₂.

Biết φ₁ + φ₂ = π/2 và V₁ = 2V₂. Tỉ số P₁/P₂ là:

A. 1/4 B. 6 C. 5 D. 8

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo giả thiết:

$$\begin{cases} L = L_1 \Rightarrow \tan\varphi_1 = \dfrac{Z_{L_1}}{R} \\ L = L_2 \Rightarrow \tan\varphi_2 = \dfrac{Z_{L_2}}{R} \\ \varphi_1 + \varphi_2 = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \dfrac{\pi}{2} - \varphi_2 \end{cases} \Rightarrow \tan\varphi_1.\tan\varphi_2 = 1 \Leftrightarrow \frac{Z_{L_1}}{R}.\frac{Z_{L_2}}{R} = 1 \Rightarrow R^2 = Z_{L_1}Z_{L_2}$$

Gọi U là điện áp hiệu dụng đặt vào hai đầu đoạn mạch, khi đó:

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{U}{Z_1} = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + Z_{L_1}^2}} = \dfrac{U}{\sqrt{Z_{L_1}(Z_{L_2} + Z_{L_1})}} \\ I_2 = \dfrac{U}{Z_2} = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + Z_{L_2}^2}} = \dfrac{U}{\sqrt{Z_{L_2}(Z_{L_1} + Z_{L_2})}} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{\sqrt{Z_{L_2}}}{\sqrt{Z_{L_1}}}$$

$$V_1 = U_{L_1} = I_1.Z_{L_1} = \frac{U.Z_{L_1}}{\sqrt{Z_{L_1}(Z_{L_2} + Z_{L_1})}}$$

$$V_2 = U_{L_2} = I_2.Z_{L_2} = \frac{U.Z_{L_2}}{\sqrt{Z_{L_2}(Z_{L_1} + Z_{L_2})}}$$

Theo bài ra: $V_1 = 2V_2 \Rightarrow \sqrt{Z_{L_1}} = 2\sqrt{Z_{L_2}} \Rightarrow Z_{L_1} = 4Z_{L_2}$

Theo yêu cầu đề cần tìm: $\dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{I_1^2R}{I_2^2R} = \dfrac{I_1^2}{I_2^2} = \dfrac{Z_{L_2}}{Z_{L_1}} = \dfrac{1}{4}$

Chọn đáp án A

Ví dụ 12: Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm điện trở thuần $R = 100\,\Omega$ mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần $L = 1/\pi(H)$. Đoạn MB là tụ điện có điện dung C. Biểu thức điện áp trên đoạn mạch AM và MB lần lượt là: $u_{AM} = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t + \pi/4)(V)$ và $u_{MB} = 200\cos(100\pi t - \pi/2)(V)$. Hệ số công suất của đoạn mạch AB là:

A. $\cos\varphi = \sqrt{2}/2$ B. $\cos\varphi = \sqrt{3}/2$ C. 0,5 D. 0,75.

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng: $Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{1}{\pi} = 100\Omega$

Tổng trở đoạn AM: $Z_{AM} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}\Omega$

Biểu thức cường độ dòng điện:

$$i = \frac{u_{AM}}{Z_{AM}} \xrightarrow[\text{fx 570 es}]{\text{casio}} \frac{100\sqrt{2}\angle\dfrac{\pi}{4}}{100 + 100i} = 1 \Rightarrow i = \cos 100\pi t$$

Tổng trở tính theo số phức:

$Z = \dfrac{u_{AB}}{i} = \dfrac{u_{AM} + u_{MB}}{i} = \dfrac{100\sqrt{2}\angle\dfrac{\pi}{4} + 200\angle-\dfrac{\pi}{2}}{1\angle 0} = 100 - 100i$ bấm tiếp Shift 23

$= 141,4\angle-\dfrac{\pi}{4}$ Bấm tiếp Shift 21 $= -\dfrac{\pi}{4}$ cuối cùng bấm $\cos(\text{ans}) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

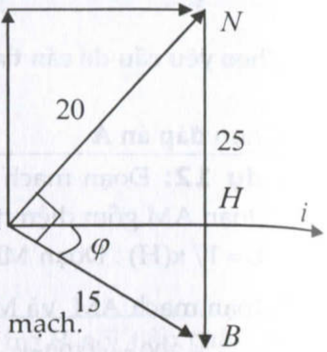
$\left(-\dfrac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{4} \Rightarrow \cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Chọn đáp án A

Ví dụ 13: Một mạch điện xoay chiều AB gồm đoạn mạch AN chứa cuộn dây thuần cảm và điện trở thuần mắc nối tiếp, đoạn mạch NB chứa tụ điện. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp $u_{AB} = 15\sqrt{2}\cos 100\pi t\,(V)$ thì điện áp hiệu dụng hai đầu AN và NB lần lượt bằng U_{AN} = 20V và U_{NB} = 25V. Hệ số công suất đoạn mạch là

A. 0,6. B. 0,866. C. 0,8. D. 0,707.

Phân tích và hướng dẫn giải



Theo bài ra ta có giản đồ vecto trượt như hình vẽ:

$15^2 + 20^2 = 25^2 \Leftrightarrow U_{NB}^2 = U_{AN}^2 + U_{AB}^2$

$\Rightarrow \Delta NAB$ vuông tại A.

Theo tính chất đường cao trong tam giác vuông:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{20^2} + \frac{1}{15^2}$$

$\Rightarrow AH = 12$

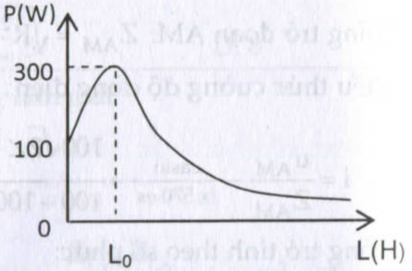
Từ đây dễ dàng tính được hệ số công suất hai đầu mạch.

$\cos\varphi = \frac{AH}{AB} = \frac{12}{15} = 0,8$.

Chọn đáp án C

Ví dụ 14: Đặt một điện áp u = U₀cosωt (U₀, ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Cho biết R= 100 B, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được.

Hình bên là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch theo độ tự cảm L.



Dung kháng của tụ điện là

A. 100 Ω. B. $100\sqrt{2}$ Ω.

C. 200 Ω. D. 150 Ω

Phân tích và hướng dẫn giải

Công suất tiêu thụ của đoạn mạch: $P = I^2.R = \frac{U^2.R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

Từ hình vẽ ta có:

Khi $L = 0 \Rightarrow P_0 = I^2.R = \frac{U^2.R}{(R^2 + Z_C{}^2)} = 100W$

$L = L_0 \Rightarrow P = P_{max} = \frac{U^2}{R} = 300W$

Giải hệ chia 2 vế cho nhau: $Z_C = R.\sqrt{2} = 100\sqrt{2}\Omega$

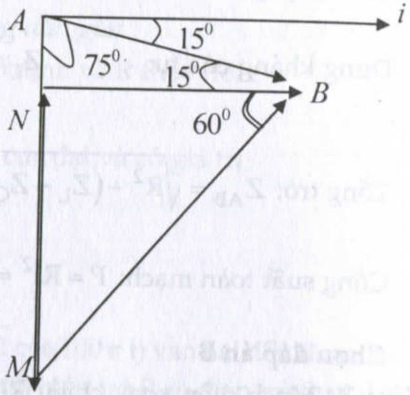
Chọn đáp án B

Ví dụ 15: (Đại học 2012):

Đặt điện áp u = U₀cosωt (U₀ và ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB theo thứ tự gồm một tụ điện, một cuộn cảm thuần và một điện trở thuần mắc nối tiếp. Gọi M là điểm nối giữa tụ điện và cuộn cảm. Biết điện áp hiệu dụng giữa hai đầu AM bằng điện áp hiệu dụng giữa hai đầu MB và cường độ dòng điện trong đoạn mạch lệch pha $\frac{\pi}{12}$ so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch. Hệ số công suất của đoạn mạch MB là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. 0,26 C. 0,50 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Phân tích và hướng dẫn giải



Theo giả thiết bài cho ta có giản đồ vecto trượt như hình vẽ:

Theo bài ra:

$\widehat{iAB} = \frac{\pi}{12} = 15^0 \Rightarrow \widehat{MAB} = 75^0$

mà AM=BM $\Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{MBA} = 75^0$

$\Rightarrow \widehat{MBN} = 60^0$

$\Rightarrow \cos\varphi_{MB} = \cos\widehat{MBN} = \cos 60^0 = 0,5$

Chọn đáp án C

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Cho hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch là: $u_{AB} = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(V)$ và cường độ dòng điện qua mạch: $i = \sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(A)$.

Công suất mạch?

A. P = 180(W) B. P = 0 (W) C. P = 100 (W) D. P = 150(W)

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có cường độ dòng điện và hiệu điện thế hiệu dụng của mạch

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1(A);\quad U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100(V)$$

Độ lệch pha giữa u với i: $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2}$

Công suất tiêu thụ của đoạn mạch là:

$$P = U.I.\cos\varphi = 100.1.\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Chọn đáp án B

Câu 2: Cho đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh. Điện trở $R = 50(\Omega)$. Một cuộn dây thuần cảm $L = \frac{1}{\pi}(H)$ và tụ biến đổi $C = \frac{10^{-3}}{22\pi}(F)$. Hiệu điện thế hai đầu mạch: $u_{AB} = 220\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)(V)$. Tính công suất toàn mạch?

A. $P = 130{,}8(W)$ B. $P = 143{,}2(W)$ C. $P = 100(W)$ D. $P = 150{,}5(W)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng của cuộn dây: $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{1}{\pi} = 100\,\Omega$

Dung kháng của tụ: $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{10^{-3}}{22\pi}} = 220\Omega$

Tổng trở: $Z_{AB} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{50^2 + (100 - 220)^2} = 130(\Omega)$

Công suất toàn mạch: $P = RI^2 = R\left(\frac{U_{AB}}{Z_{AB}}\right)^2 = 50.\left(\frac{220}{130}\right)^2 = 143{,}2W.$

Chọn đáp án B

Câu 3: Mạch điện xoay chiều RLC ghép nối tiếp, đặt vào hai đầu mạch một điện áp $u = U_0\cos\omega t$ (V). Điều chỉnh $C = C_1$ thì công suất của mạch đạt giá trị cực đại $P_{max} = 600W$. Điều chỉnh $C = C_2$ thì hệ số công suất của mạch là $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Công suất của mạch khi đó là

A. 550W B. 250W C. 450W D. 350W

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi $C = C_1$ thì công suất của mạch đạt giá trị cực đại nên lúc này trong mạch xảy ra cộng hưởng.

$$\Rightarrow P_{max} = \frac{U^2}{R} = 400 \Rightarrow U^2 = 400R = const$$

Khi $C = C_2$ thì hệ số công suất của mạch là $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 0{,}75.\left[R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2\right] = R^2$$

$$\Rightarrow (Z_L \; Z_{C2})^2 = \frac{0{,}25R^2}{0{,}75} = \frac{R^2}{3}$$

Công suất tiêu thụ của mạch trong trường hợp này:

$$P_2 = R.I_2^2 = R.\frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2} = R.\frac{600R}{R^2 + \frac{R^2}{3}} = \frac{600}{\frac{4}{3}} = 450W.$$

Chọn đáp án C

Câu 4: Điện áp hai đầu mạch RLC mắc nối tiếp có dạng: $u = 200\sqrt{2}.\cos(2\pi f.t)$ (V), (biết cuộn dây thuần cảm) và L, C, ω cố định. Điều chỉnh biến trở khi $R = 50\Omega$ thì giá trị cực đại của công suất là:

A. 400 W. B. 500 W. C. 660 W. D. 800 W.

Phân tích và hướng dẫn giải

Bài toán là tìm cực trị của P khi L, C, ω cố định và R thay đổi .

Ta có: $U = 200$ V, $R = 50\,\Omega$

Như vậy khi: $R = |Z_L - Z_C|$ thì công suất cực đại và có giá trị:

$$P_{max} = \frac{U^2}{2R} = \frac{100^2}{2.50} = 800\,W.$$

Chọn đáp án D

Câu 5: Đặt một điện áp xoay chiều $u = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự các phần tử gồm một biến trở R có điện trở thay đổi từ 0 đến ∞, tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{\pi}F$ và một cuộn dây không thuần cảm có $r = 60\Omega$ và độ tự cảm $L = \frac{1{,}5}{\pi}H$. Công suất cực đại trên R

A. 230 W. B. 394 W. C. 256 W. D. 300 W.

Phân tích và hướng dẫn giải

Công suất trên R đạt cực đại thì $R = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 10\sqrt{61}\Omega$

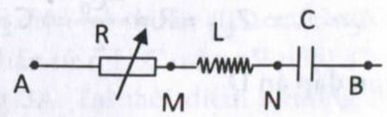
$$P_{max} = \frac{U^2}{2r + 2\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 256\,W$$

Chọn đáp án C

Câu 6: Cho mạch điện như hình vẽ: R là biến trở $U_{AB} = 100\sqrt{2}$ V; $U_{AN} = 100\sqrt{2}$ V; $U_{NB} = 200V$. Công suất của mạch là $P = 100\sqrt{2}$ W. Công suất cực đại của mạch

A. $P_{max} = P$ B. $P_{max} < P$

C. $P_{max} > P$ D. $P_{max} = 2P$



Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có:

$$U_{AB}^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2;\ U_{AN}^2 = U_R^2 + U_L^2;\ U_{NB} = U_C = 200V$$

$$U_{AN} = U_{AB} \to U_L = \frac{U_C}{2} = 100V \to U_R = 100V$$

Vậy $U_R = |U_L - U_C| \to R = |Z_L - Z_C| \to P = P_{Max}$

Chọn đáp án A

Câu 7: Cho mạch điện xoay chiều AB chứa R,L,C mắc nối tiếp. Đoạn AM có điện trở thuần và cuộn dây thuần cảm $2R = Z_L$, đoạn MB có điện dung C có thể thay đổi được. Đặt vào 2 đầu đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều $u = U_0 \cos\omega t$ có U_0 và ω không đổi. Thay đổi $C = C_0$ công suất mạch đạt giá trị CĐ, khi đó mắc thêm tụ C_1 vào mạch MB công suất mạch giảm 1 nửa, tiếp tục mắc thêm tụ C_2 vào mạch MB để công suất mạch tăng gấp đôi. Tụ C_2 có thể nhận giá trị nào sau đây:

A. $\frac{C_0}{3}$ hoặc $3C_0$

B. $\frac{C_0}{2}$ hoặc $3C_0$

C. $\frac{C_0}{2}$ hoặc $2C_0$

D. $\frac{C_0}{3}$ hoặc $2C_0$

Phân tích và hướng dẫn giải

Lúc đầu do cộng hưởng nên $Z_C = Z_L = 2R$

Để công suất đoạn mạch giảm 1 nửa tức là sau khi ghép thêm C₁ thì dung kháng của bộ tụ phải thỏa mãn $|Z_C - Z_L| = R$ nên xảy ra 2 trường hợp:

Trường hợp 1: $Z_C > Z_L$ nên lắp tụ C₁ nối tiếp với C₀ ta có lúc đó

$$Z_C = 3R = \frac{3Z_{C_0}}{2}.$$

Vậy để công suất lại tăng 2 lần thì lúc đó lại có $Z_C = 2R$.

Tức phải mắc tụ C₂ song song với C₀ và C₁ khi đó

$$Z_C = 6R = 3Z_{C0} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{3}C_0$$

Trường hợp 2: Tương tự cho $Z_C < Z_L$ tức là:

$$Z_C = R \Rightarrow Z_{C2} = R = \frac{Z_{C_0}}{2} \Rightarrow C_2 = 2C_0$$

Chọn đáp án D

Câu 8: Một đoạn mạch nối tiếp gồm cuộn dây có điện trở thuần $r = 100\sqrt{2}\ \Omega$ và độ tự cảm L = 0,191 H, tụ điện có điện dung C = 1/4π(mF), điện trở R có giá trị thay đổi được. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch $u = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ V. Thay đổi giá trị của R để công suất tiêu thụ trong mạch đạt cực đại, giá trị cực đại đó là

A. 200 W

B. 277,3W

C. 100W

D. 50W

Phân tích và hướng dẫn giải

Điện trở của cuộn dây: $r = 100\sqrt{2}\ \Omega$

Cảm kháng của cuộn dây: $Z_L = \omega L = 0{,}191.100\pi = 60\ \Omega$

Dung kháng của tụ: $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{10^{-3}}{4\pi}} = 40\Omega$

Công suất tiêu thụ trên mạch: $P = \frac{U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}.(R+r)$

$$P_{max} \Leftrightarrow R + r = |Z_L - Z_C| \Rightarrow R = |Z_L - Z_C| - r = |60 - 40| - 100\sqrt{2} < 0$$

$\Rightarrow P_{max} \Leftrightarrow R = 0$ Vậy

$$P_{max} = \frac{U^2}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}.r = \frac{200^2}{\left(100\sqrt{2}\right)^2 + (60-40)^2}.100\sqrt{2} = 277{,}3(W)$$

Chọn đáp án B

Câu 9: Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp: cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L, tụ điện có điện dung C, R thay đổi được. Đặt một điện áp xoay chiều ổn định ở hai đầu đoạn mạch có U = 100V, f = 50Hz. Điều chỉnh R thì thấy có hai giá trị 30Ω và 20Ω mạch tiêu thụ cùng một công suất P. Xác định P lúc này?

A. 4W.

B. 100W.

C. 400W

D. 200W.

Phân tích và hướng dẫn giải

Bài này đã quá quen thuộc vì thế chỉ cầm mất khoảng 10 giây là có ngay đáp án.

$$P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{100^2}{30 + 20} = 200W$$

Chọn ngay đáp án D

Câu 10: Đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng $100\sqrt{3}$ V và tần số 50Hz vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần 40 Ω mắc nối tiếp với hộp kín X (hộp X chứa hai trong ba phần tử r, L, C mắc nối tiếp). Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch bằng 3A. Tại thời điểm t cường độ dòng điện qua mạch bằng $3\sqrt{2}$ A, đến thời điểm t'= t+ 1/300 (s) điện áp hai đầu đoạn mạch bằng không và đang giảm. Công suất tiêu thụ trên hộp kín X là

A. 90W B. 120W C. $75\sqrt{3}$ W D. $150\sqrt{3}$ W

Phân tích và hướng dẫn giải

$U = 100\sqrt{3}V; I = 3A$

Gọi phương trình của cường độ có dạng: $i = 3\sqrt{2}\cos 100\pi t$

Ở thời điểm t, $i = 3\sqrt{2}\cos 100\pi t = 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ pha của dòng điện $\varphi_i = 100\pi t = k2\pi$

Ở thời điểm $t' = t + \frac{1}{300}$, u = 0, đang giảm $\Rightarrow$

$$\varphi'_u = 100\pi(t + \frac{1}{300}) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow 100\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow \varphi_u = \frac{\pi}{6} + k2\pi$$

$\Rightarrow$ tại thời điểm t pha của hiệu điện thế: $\varphi_u = \frac{\pi}{3} + k2\pi$

Độ lệch pha giữa u và i: $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{3}$

Công suất: $P = UI\cos\varphi = 100\sqrt{3}.3.\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 150\sqrt{3}W$

Chọn đáp án D

Câu 11: Đặt điện áp $u = 175\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm và tụ điện mắc nối tiếp. Biết các điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở, hai đầu cuộn cảm và hai đầu tụ điện lần lượt là 25 V, 25 V và 175 V. Hệ số công suất của đoạn mạch là

A. 1/7. B. 7/25. C. 1/25. D. $1/\sqrt{37}$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có giản đồ vecto trượt như hình vẽ:

Trong ΔAHB vuông tại H.

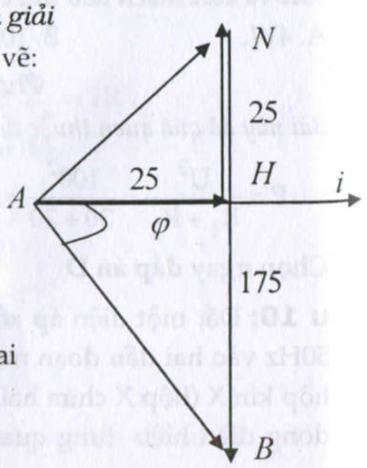
$\Leftrightarrow AB^2 = AH^2 + HB^2$

$= AH^2 + (NB - HN)^2$

$= 15^2 + (175 - 25)^2 = 23125$

$\Rightarrow AB = 25\sqrt{37}V$

Từ đây dễ dàng tính được hệ số công suất hai đầu mạch.



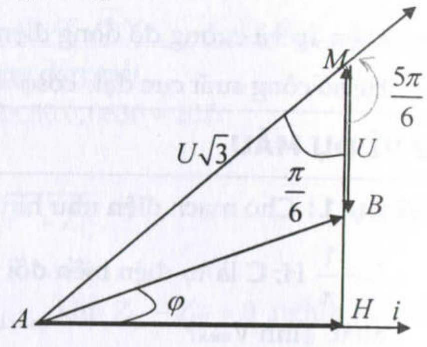
$$\cos\varphi = \frac{AH}{AB} = \frac{25}{25\sqrt{37}} = \frac{1}{\sqrt{37}}.$$

Chọn đáp án D

Câu 12: Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần, đoạn mạch MB chỉ có một tụ điện. Đặt vào A, B điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi thì điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch AM và MB lần lượt là: $u_{AM} = U\sqrt{3}\cos\omega t$, $u_{MB} = U\cos(\omega t - 5\pi/6)$. Hệ số công suất của mạch điện bằng

A. 0,707. B. 0,5. C. 0,87. D. 0,25.

Phân tích và hướng dẫn giải



Theo bài ra ta có giản đồ vecto:

$\varphi_{AM} - \varphi_{MB} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \widehat{AMB} = \frac{\pi}{6}$

Áp dụng định lý cosin trong ΔAMB

$AB^2 = AM^2 + MB^2 - 2AM.MB\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$

$= 3U^2 + U^2 - 2.\sqrt{3}U.U\frac{\sqrt{3}}{2} = U^2$

$\Rightarrow AB = U$

Trong ΔAHM vuông tại H ta có:

$AH = AM.\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}U}{2}$

Từ đây dễ dàng tính được:

$$\cos\varphi = \frac{AH}{AB} = \frac{\frac{U\sqrt{3}}{2}}{U} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,87.$$

Chọn đáp án C

Chuyên đề 6

BÀI TOÁN VỀ CỰC TRỊ

DẠNG 1. CỰC TRỊ LIÊN QUAN ĐẾN CỘNG HƯỞNG

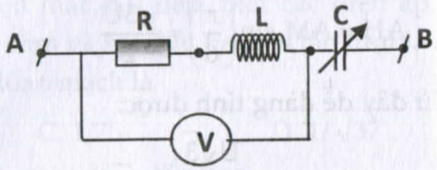
Phương pháp:

Hiện tượng cộng hưởng xảy ra khi: $Z_L = Z_C \Leftrightarrow \omega L = \dfrac{1}{C\omega} \Leftrightarrow LC\omega^2 = 1$

- + Cường độ dòng điện trong mạch cực đại: $I_{max} = \dfrac{U}{Z_{min}} = \dfrac{U}{R} = \dfrac{U_R}{R}$
- + Điện áp hiệu dụng: $U_L = U_C \Rightarrow U_R = U$; $P = P_{max} = \dfrac{U^2}{R}$
- + Điện áp và cường độ dòng điện cùng pha (tức $\varphi_u = \varphi_i \Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$)
- + Hệ số công suất cực đại: $\cos\varphi = 1$

🕮 VÍ DỤ MẪU

Ví dụ 1: Cho mạch điện như hình vẽ. $u_{AB} = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V). $R = 100\,\Omega$; $L = \dfrac{1}{\pi}$ H; C là tụ điện biến đổi ; $R_{V \to \infty}$. Tìm C để vôn kế V có số chỉ lớn nhất. Tính V_{max}?



A. $C = \dfrac{10^{-4}}{\pi}$(F); $V_{max} = 200\sqrt{2}$(V)

B. $C = \dfrac{10^{-4}}{\pi}$(F); $V_{max} = 200$(V)

C. $C = \dfrac{10^{-4}}{2\pi}$(F); $V_{max} = 200\sqrt{2}$(V)

D. $C = \dfrac{10^{-4}}{2\pi}$(F); $V_{max} = 200$(V)

Hướng dẫn giải:

Số chỉ của Vôn Kế (V) là giá trị điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch chứa R và L.

Ta có: $V = U_{RL} = I.Z_{RL} = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.\sqrt{R^2 + Z_L^2}$

Do R, L có giá trị không đổi và hiệu điện thế hiệu dụng U được giữ không đổi nên $U_V = U_{Vmax} \Leftrightarrow Z_L = Z_C$ nghĩa là trong mạch xảy ra cộng hưởng điện, vì thế điện dung trên tụ được xác định như sau:

$$Z_L = Z_C \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{\frac{1}{\pi}(100\pi)^2} = \frac{10^{-4}}{\pi}(\text{F}).$$

Giá trị cực đại của vôn kế:

$$V_{max} = \frac{U}{R}.\sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{200}{100}.\sqrt{100^2 + 100^2} = 200\sqrt{2}\text{V}$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 2: Cho mạch điện không phân nhánh gồm $R = 40\Omega$, cuộn dây có $r = 20\Omega$ và $L = 0{,}0636$H, tụ điện có điện dung thay đổi. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có $f = 50$Hz và $U = 120$V. Điều chỉnh C để điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây đạt giá trị cực đại, giá trị đó bằng:

A. 60V B. 120V C. $40\sqrt{2}$ V D. $60\sqrt{2}$ V

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng của cuộn dây: $Z_L = 2\pi f.L = 2\pi.50.0{,}0636 = 20\Omega$

Điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây:

$$U_d = I.Z_d = \frac{U}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.\sqrt{r^2 + Z_L^2}$$

Do R, r, Z_L, U là hằng số nên $U_d = U_{d\,max}$ khi $Z_L - Z_C = 0$ nghĩa là trong mạch xảy ra cộng hưởng điện. Lúc đó:

$$U_{dmax} = \frac{U}{R+r}.\sqrt{r^2 + Z_L^2} = \frac{120}{40+20}.\sqrt{20^2 + 20^2} = 40\sqrt{2}(\text{V})$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 3: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Biết $R = 50\Omega$, $L = \dfrac{1}{\pi}$H. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u = 220\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V). Biết tụ điện C có thể thay đổi được. Định C để điện áp đồng pha với cường độ dòng điện.

A. $C = \dfrac{10^{-4}}{\pi}$(F) B. $C = \dfrac{2.10^{-4}}{\pi}$(F) C. $C = \dfrac{10^{-4}}{3\pi}$(F) D. $C = \dfrac{10^{-4}}{2\pi}$(F)

Phân tích và hướng dẫn giải

Để u và i đồng pha thì trong mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện.

$$\Rightarrow Z_L = Z_C \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{\frac{1}{\pi}(100\pi)^2} = \frac{10^{-4}}{\pi}(\text{F}).$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 4: **(Trích đề thi đại học):**

Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 120V, tần số 50Hz vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần 30 Ω, cuộn cảm thuần có độ tự cảm $\frac{0,4}{\pi}$ (H) và tụ điện có điện dung thay đổi được. Điều chỉnh điện dung của tụ điện thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại bằng

A. 60V B. 160V C. $120\sqrt{2}$ V D. $100\sqrt{2}$ V

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng của cuộn dây: $Z_L = 2\pi f.L = 2\pi.50.\frac{0,4}{\pi} = 40\Omega$.

Điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm:

$$U_L = I.Z_L = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.Z_L$$

Do R, Z_L, U là hằng số nên $U_L = U_{L\max}$ khi trong mạch xảy ra cộng hưởng điện $(Z_L - Z_C = 0)$.

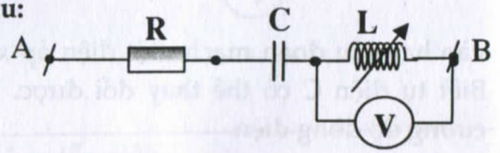
Lúc đó: $U_{L\max} = \frac{U}{R}.Z_L = \frac{120}{30}.40 = 160(V)$

Chọn đáp án B

DẠNG 2: CỰC TRỊ ĐIỆN ÁP HIỆU DỤNG KHI THAY ĐỔI L (HOẶC C, HOẶC f) MÀ KHÔNG LIÊN QUAN ĐẾN CỘNG HƯỞNG.

LOẠI 1: L BIẾN THIÊN ĐỂ $U_{L\max}$:

Loại toán này có 3 cách giải như sau:



Cách 1: Phương pháp dùng công cụ đạo hàm:

Lập biểu thức dưới dạng:

$$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\left(R^2 + Z_C^2\right)\frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C\frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Để $U_{L\max}$ thì $y_{\min}$.

Dùng công cụ đạo hàm khảo sát trực tiếp hàm số:

$$y = \left(R^2 + Z_C^2\right)\frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C\frac{1}{Z_L} + 1$$

Cách 2: Phương pháp dùng tam thức bậc hai:

Lập biểu thức dưới dạng:

$$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\left(R^2 + Z_C^2\right)\frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C\frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}.$$

$$\text{Đặt } y = \left(R^2 + Z_C^2\right)\frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C\frac{1}{Z_L} + 1 = ax^2 + bx + 1$$

$$\text{Với } x = \frac{1}{Z_L},\ a = R^2 + Z_C^2,\ b = -2Z_C$$

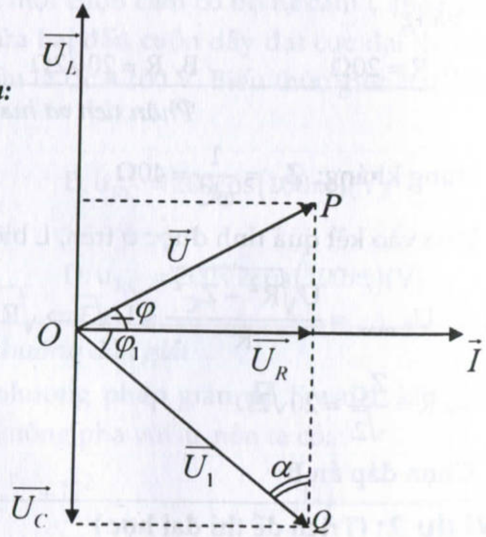
$$\Rightarrow \Delta = 4Z_C^2 - 4\left(R^2 + Z_C^2\right) = -4R^2$$

$U_{L\max}$ khi $y_{\min}$. Tam thức bậc hai y đạt cực tiểu khi $x = -\frac{b}{2a}$ (vì a > 0)

$$\text{hay } Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C},\ y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{R^2}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}}.$$

$$\Rightarrow U_{L\max} = U\frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$$

Cách 3: Phương pháp giản đồ Fre-nen:



Từ giản đồ Fre-nen, ta có:

$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$

Đặt $\vec{U}_1 = \vec{U}_R + \vec{U}_{C'}$,

với $U_1 = IZ_1 = I\sqrt{R^2 + Z_C^2}$.

Áp dụng định lý hàm số sin, ta có:

$$\frac{U_L}{\sin\beta} = \frac{U}{\sin\alpha} \Rightarrow U_L = \frac{U\sin\beta}{\sin\alpha}$$

Vì U không đổi

$$\text{và } \sin\alpha = \frac{U_R}{U_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \text{const}$$

nên $U_L = U_{L\max}$ khi sinβ đạt cực đại hay sinβ = 1.

$$\text{Khi đó } U_{L\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$$

Khi $\sin\beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}$, ta có: $\cos\alpha = \frac{U_1}{U_L} = \frac{U_C}{U_1} \Rightarrow \frac{Z_1}{Z_L} = \frac{Z_C}{Z_1}$

$$\Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow L = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega Z_C}$$

Chú ý: Nếu tìm điện áp cực đại ở hai đầu cuộn dây có điện trở thuần r thì lập biểu thức $U_d = \frac{U}{\sqrt{y}}$ và dùng đạo hàm, lập bảng biến thiên để tìm y_{min}, U_{dmax} và giá trị của L.

VÍ DỤ MẪU

Ví dụ 1: Đặt điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2}\cos100\pi t$ (U không đổi, t tính bằng s) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được và tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-3}}{4\pi}$F. Điều chỉnh độ tự cảm của cuộn dây để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu dây giá trị cực đại. Giá trị cực đại đó bằng $U\sqrt{3}$. Điện trở R bằng

A. $R = 20\Omega$ B. $R = 20\sqrt{2}\Omega$ C. $R = 30\Omega$ D. $R = 30\sqrt{2}\Omega$

Phân tích và hướng dẫn giải

Dung kháng: $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 40\Omega$

+ Dựa vào kết quả tính được ở trên, L biến thiên để U_{Lmax} khi:

$$U_{Lmax} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C{}^2}}{R} = U\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{R^2 + Z_C{}^2} = R\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow R = \frac{Z_C}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2}\Omega$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 2: (Trích đề thi đại học)

Đặt điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2}\cos100\pi t$ vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện có điện dung C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L để điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại thì giá trị cực đại đó bằng 100V và điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện bằng 36V. Giá trị của U là

A. 80V B. 100V C. 40V D. $80\sqrt{2}$ V

Phân tích và hướng dẫn giải

Dựa vào kết quả tính được theo phương pháp giản đồ Fresnel, khi điều chỉnh L để $U_{L\,max}$ thì khi đó u_{RC} vuông pha với u nên ta có:

$$U_{LMAX}{}^2 = U_{RC}{}^2 + U^2 = U_R{}^2 + U_C{}^2 + U^2 \quad (1)$$

Kết hợp với công thức về U hiệu dụng:

$$U^2 = U_R{}^2 + (U_{Lmax} - U_C)^2 \Rightarrow U_R{}^2 = U^2 - (U_{Lmax} - U_C)^2 \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được:

$$U_{Lmax}{}^2 = U_{RC}{}^2 + U^2 = U^2 - (U_{Lmax} - U_C)^2 + U_C{}^2 + U^2$$

$$\Leftrightarrow U_{Lmax}{}^2 - U_{Lmax}.U_C - U^2 = 0$$

$$\Rightarrow U = \sqrt{U_{Lmax}{}^2 - U_{Lmax}.U_C} = 80V$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 3: Đặt một điện áp xoay chiều $u = 200\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})$ vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự các phần tử gồm một điện trở thuần R, một tụ điện có điện dung C và một cuộn cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L để điện áp giữa hai đầu cuộn dây đạt cực đại thì khi đó điện áp giữa hai đầu của tụ điện là Uc = 100 V. Biểu thức giữa hai đầu của R và C

A. $u_{RC} = 200\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(V)$ B. $u_{RC} = 200\cos(100\pi t)(V)$

C. $u_{RC} = 200\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)(V)$ D. $u_{RC} = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t)(V)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Dựa vào kết quả tính được theo phương pháp giản đồ Fresnel, khi điều chỉnh L để $U_{L\,max}$ thì khi đó u_{RC} vuông pha với u nên ta có:

$$U_{LMAX}{}^2 = U_{RC}{}^2 + U^2 = U_R{}^2 + U_C{}^2 + U^2 \quad (1)$$

Kết hợp với công thức về U hiệu dụng:

$$U^2 = U_R{}^2 + (U_{Lmax} - U_C)^2 \Rightarrow U_R{}^2 = U^2 - (U_{Lmax} - U_C)^2 \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được:

$$U_{LMmax}{}^2 = U_{RC}{}^2 + U^2 = U^2 - (U_{Lmax} - U_C)^2 + U_C{}^2 + U^2$$

$$\Leftrightarrow U_{Lmax}{}^2 - U_{Lmax}.U_C - U^2 = 0 \Leftrightarrow U_{Lmax}{}^2 - 100U_{Lmax} - \left(100\sqrt{2}\right)^2 = 0$$

$\Rightarrow U_{L\max} = 200V$

Ta có $U_{RC}^2 = U_{L\max}^2 - U^2 \Rightarrow U_{RC} = 100\sqrt{2}V$

Điện áp hai đầu trở: $U_R = \sqrt{U_{RC}^2 - U_C^2} = \sqrt{\left(100\sqrt{2}\right)^2 - (100)^2} = 100V$

Và $\tan\varphi_{RC} = \dfrac{-U_C}{U_R} = \dfrac{-100}{100} = -1 \Rightarrow \varphi_{RC} = -\dfrac{\pi}{4}(\text{rad})$

Biểu thức điện áp hai đầu RC: $u_{RC} = 200\cos\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)(V)$

Chọn đáp án C

Ví dụ 4: Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u = 200\cos(100\pi t)$ (V) gồm điện trở R, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được và một tụ điện có điện dung $C = \dfrac{10^{-4}}{\pi}F$. Khi $L = \dfrac{3}{\pi}H$ thì điện áp trên hai đầu cuộn dây đạt cực đại. Tính URC và UL max.

A. $\begin{cases} U_{L\max} = 100(V) \\ U_{RC} = 100(V) \end{cases}$ B. $\begin{cases} U_{L\max} = 100(V) \\ U_{RC} = 100\sqrt{3}(V) \end{cases}$

C. $\begin{cases} U_{L\max} = 100\sqrt{3}(V) \\ U_{RC} = 100\sqrt{3}(V) \end{cases}$ D. $\begin{cases} U_{L\max} = 100\sqrt{3}(V) \\ U_{RC} = 100(V) \end{cases}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng: $Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{3}{\pi} = 300\Omega$;

Dung kháng: $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{10^{-4}}{\pi}} = 100\Omega$

L biến thiên để $U_{L\max}$ khi

$$\begin{cases} Z_L = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow R = \sqrt{Z_L.Z_C - Z_C^2} = \sqrt{300.100 - 100^2} = 100\sqrt{2}\Omega \\ U_{L\max} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = \dfrac{100\sqrt{2}\sqrt{\left(100\sqrt{2}\right)^2 + (100)^2}}{100\sqrt{2}} = 100\sqrt{3}(V) \\ U_{RC} = \sqrt{U_{L\max}^2 - U^2} = \sqrt{\left(100\sqrt{3}\right)^2 - \left(100\sqrt{2}\right)^2} = 100(V) \end{cases}$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 5: Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u = 100\sqrt{2}\cos(\omega t)$ (V) gồm một điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được và một tụ điện có điện dung C. Khi thay đổi L ta thấy UL đạt cực đại và hiệu điện thế hai đầu tụ điện bằng hiệu điện thế hai đầu điện trở thuần. Viết biểu thức điện áp giữa hai đầu của u_{RL}

A. $u_{RL} = 400\sqrt{5}\cos\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{10}\right)V$ B. $u_{RL} = 400\cos(100\pi t)V$

C. $u_{RL} = 400\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{10}\right)V$ D. $u_{RL} = 100\cos\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{10}\right)V$

Phân tích và hướng dẫn giải

Nhận xét: *Thông thường khi viết biểu thức điện áp của hai đầu đoạn mạch nào đó ta phải tính được điện áp cực đại giữa hai đầu đoạn mạch đó và độ lệch pha của nó so với cường độ dòng điện trong mạch. Đối với bài này thì để làm như vậy rất dài so với thời gian của một bài trắc nghiệm.*

Tuy nhiên ta có thể làm việc đó tương đối đơn giản nếu chú ý đến những giữ kiện bài toán cho.

Theo giả thiết $U_C = U_R \Rightarrow Z_C = R$ mà $Z_L = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow Z_L = 2R$

Độ lệch pha giữa uRL và i $\tan\varphi_{u_{RL}} = \dfrac{Z_L}{R} = 2 \to \varphi_{u_{RL}} = \dfrac{63\pi}{180}$

Khi UL cực đại thì $U_{L\max} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_C} = U\sqrt{2} = 100\sqrt{2}$ (V)

Kết hợp với biểu thức $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$

$\Rightarrow U_R = 2U_L = 200\sqrt{2}V \Rightarrow U_{RL} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{5}U_L = 200\sqrt{10}V$

Vì UL max nên $\overrightarrow{U_{RC}} \perp \vec{U} \to \varphi - \varphi_{RC} = \dfrac{\pi}{2}$

Mặt khác $\tan\varphi_{RC} = \dfrac{-Z_C}{R} = -1 \to \varphi_{RC} = \dfrac{-\pi}{4} \to \varphi = \dfrac{\pi}{4}$

Vậy độ lệch pha giữa uRL và u mạch $\Delta\varphi = \dfrac{63\pi}{180} - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{10}$ (rad)

Biểu thức điện áp giữa hai đầu của điện trở và cuộn dây:

$u_{RL} = 400\sqrt{5}\cos\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{10}\right)V$

Chọn đáp án A

Ví dụ 6: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng $U = 30\sqrt{2}$ V vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Biết cuộn dây thuần cảm, có độ cảm L thay đổi được. Khi điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây đạt cực đại thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ điện là 30V. Giá trị hiệu điện thế hiệu dụng cực đại hai đầu cuộn dây là:

A. 60V B. 120V C. $30\sqrt{2}$ V D. $60\sqrt{2}$ V

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi L thay đổi U_{Lmax} khi $Z_L = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ (1) và $U_{Lmax} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$

Ta có: $\dfrac{U}{Z} = \dfrac{U_C}{Z_C} \Rightarrow \dfrac{30\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \dfrac{30}{Z_C} \Rightarrow 2Z_C^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2$ (2)

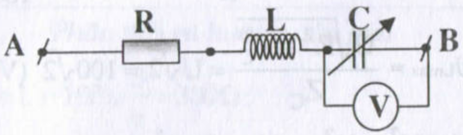
Thế (1) vào (2) ta được pt: $R^4 + Z_C^2R^2 - 2Z_C^4 = 0 \Rightarrow R^2 = Z_C^2 \Rightarrow R = Z_C$

Do đó $U_{Lmax} = \dfrac{UR\sqrt{2}}{R} = U\sqrt{2} = 60$ V

Chọn đáp án A

LOẠI 2: C BIẾN THIÊN ĐỂ U_{Cmax}:

Lập biểu thức dưới dạng:



$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \frac{U}{\sqrt{\left(R^2 + Z_L^2\right)\dfrac{1}{Z_C^2} - 2Z_L\dfrac{1}{Z_C} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Cách 1: Phương pháp đạo hàm:

Đặt $y = \left(R^2 + Z_L^2\right)\dfrac{1}{Z_C^2} - 2Z_L\dfrac{1}{Z_C} + 1 = \left(R + Z_L^2\right)x^2 - 2x.Z_L + 1$ (với $x = \dfrac{1}{Z_C}$)

U_{Cmax} khi y_{min}

Khảo sát hàm số: $y = \left(R^2 + Z_L^2\right)x^2 - 2x.Z_L + 1 \Rightarrow y' = 2\left(R^2 + Z_L^2\right)x - 2Z_L$

$y' = 0 \Leftrightarrow 2\left(R^2 + Z_L^2\right)x - 2Z_L = 0 \Rightarrow x = \dfrac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$

Bảng biến thiên:

$$\begin{array}{c|ccccc}
X & 0 & & \dfrac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} & & \infty \\
\hline
y' & & - & 0 & + & \\
\hline
y & & \searrow & y_{min} & \nearrow &
\end{array}$$

$\Rightarrow y_{min}$ khi $x = \dfrac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$ hay $\dfrac{1}{Z_C} = \dfrac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow Z_C = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$

$\Rightarrow U_{Cmax} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$ (V)

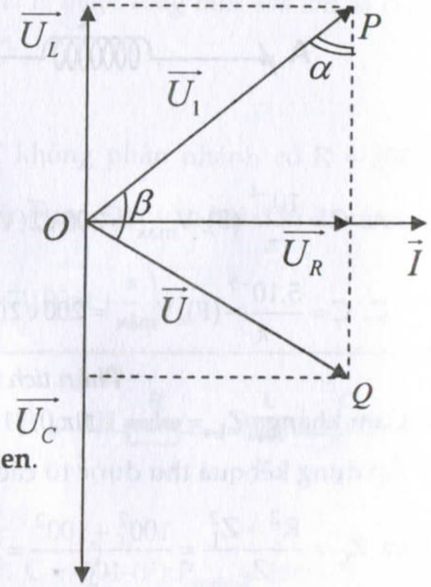
Cách 2: Phương pháp dùng tam thức bậc hai.

Ta có:

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\left(R^2 + Z_L^2\right)\dfrac{1}{Z_C^2} - 2Z_L\dfrac{1}{Z_C} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Đặt $y = \left(R^2 + Z_L^2\right)\dfrac{1}{Z_C^2} - 2Z_L\dfrac{1}{Z_C} + 1 = ax^2 + bx + 1$

(với $x = \dfrac{1}{Z_C}$; $a = R^2 + Z_L^2$; $b = -2Z_L$)



U_{Cmax} khi y_{min}. Vì hàm số y có hệ số góc a > 0, nên y đạt cực tiểu khi:

$x = -\dfrac{b}{2a}$

Hay $\dfrac{1}{Z_C} = \dfrac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow Z_C = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$

$\Rightarrow U_{Cmax} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$ (V)

Cách 3: Phương pháp dùng giản đồ Fre-nen.

Ta có: $\vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_R + \vec{U}_C$

Áp dụng định lý hàm số sin, ta có:

$\dfrac{U}{\sin\alpha} = \dfrac{U_C}{\sin\beta} \Rightarrow U_C = \dfrac{U}{\sin\alpha}\sin\beta$

Vì U và $\sin\alpha = \frac{U_R}{U_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$ không đổi nên U_{Cmax} khi sinβ cực đại hay $\sin\beta = 1$.

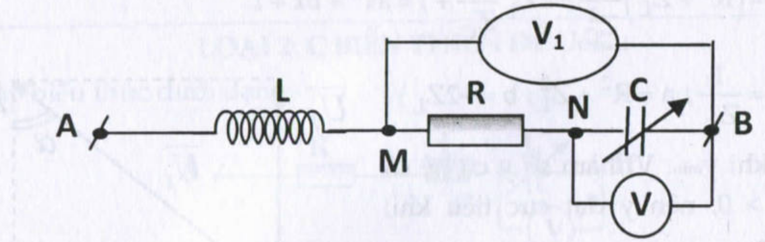
Khi $\sin\beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{U_L}{U_1} = \frac{U_1}{U_C} \Rightarrow \frac{Z_L}{Z_1} = \frac{Z_1}{Z_C}$

$$\Rightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow U_{Cmax} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \text{ (V)}$$

Chú ý: Nếu tìm điện áp cực đại ở hai đầu đoạn mạch nhỏ gồm R nối tiếp C thì lập biểu thức $U_{RC} = \frac{U}{\sqrt{y}}$ và dùng đạo hàm, lập bảng biến thiên để tìm y_{min}.

🕮 VÍ DỤ MẪU

Ví dụ 1: Mạch điện như hình vẽ. Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L = 0,318H, R = 100Ω, tụ C là tụ xoay. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có biểu thức $u = 20\sqrt{2}\cos 100\pi$ (V). Tìm C để điện áp giữa hai đầu bản tụ đạt giá trị cực đại, tính giá trị cực đại đó.



A. $C = \frac{10^{-4}}{\pi}(F); V_{max} = 200\sqrt{2}(V)$

B. $C = \frac{10^{-4}}{\pi}(F); V_{max} = 200(V)$

C. $C = \frac{5.10^{-5}}{\pi}(F); V_{max} = 200\sqrt{2}(V)$

D. $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}(F); V_{max} = 200(V)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng: $Z_L = \omega L = 100\pi.0,318 = 100\Omega$

Áp dụng kết quả thu được từ cách 1 và cách 2, C biến thiên để U_{Cmax} khi:

$$\Rightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega$$

Điện dung giữa hai đầu tụ lúc này: $C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.200} = \frac{5.10^{-5}}{\pi}F$

Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ cực đại có giá trị:

$$U_{C\,max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{200\sqrt{100^2 + 100^2}}{100} = 200\sqrt{2}\,(V)$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 2: Một đoạn mạch RLC không phân nhánh gồm điện trở thuần 100Ω, cuộn dây cảm thuần có độ tự cảm $\frac{1}{\pi}$H và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp $u = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$. Thay đổi điện dung C của tụ điện cho đến khi điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại. Giá trị cực đại đó bằng bao nhiêu?.

A. 2000V

B. 220V

C. $200\sqrt{2}$ V

D. $160\sqrt{2}$ V

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng của cuộn dây: $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{1}{\pi} = 100\Omega$

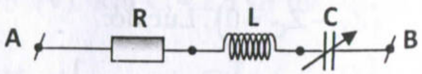
Áp dụng công thức tính U_{Cmax} khi C biến thiên:

$$U_{Cmax} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{200\sqrt{100^2 + 100^2}}{100} = 200\sqrt{2}(V)\ (V)$$

Nhận xét: *với dạng toán này việc cần thiết là thuộc công thức sau khi đã chứng minh, chỉ có cách này mới tiết kiệm thời gian.*

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Một mạch điện xoay chiều RLC không phân nhánh có R = 100Ω, $L = \frac{2}{\pi}$H, tụ điện có điện dung C thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u_{AB} = 200\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$.



Giá trị của C và công suất tiêu thụ của mạch khi điện áp giữa hai đầu R cùng pha với điện áp hai đầu đoạn mạch nhận cặp giá trị nào sau đây:

A. $C = \frac{10^{-4}}{\pi}(F); P_{max} = 300(W)$

B. $C = \frac{10^{-3}}{2\pi}(F); P_{max} = 400(W)$

C. $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}(F); P_{max} = 400(W)$

D. $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}(F); P_{max} = 500(W)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta thấy khi uR cùng pha với uAB nghĩa là uAB cùng pha với cường độ dòng điện i. Vậy trong mạch xảy ra **cộng hưởng điện**:

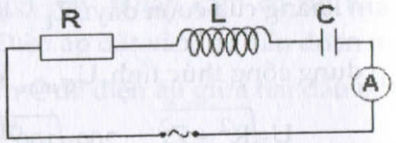
$$Z_L = Z_C \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{\frac{2}{\pi}(100\pi)^2} = \frac{10^{-4}}{2\pi}(F)$$

Lúc này công suất: $P = P_{max} = \frac{U^2}{R} = \frac{200^2}{100} = 400W$. **Chọn đáp án C**

Câu 2: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.

Biết $R = 200\Omega$, $L = \frac{2}{\pi}$ H, $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F.

Đặt vào hai đầu mạch điện một điện áp xoay chiều $u = 100\cos 100\pi t$ (V). Khi R, L, C không đổi để số chỉ của ampe kế lớn nhất, thì tần số dòng điện phải bằng bao nhiêu? Tính số chỉ ampe kế lúc đó. (Biết rằng dây nối và dụng cụ đo không làm ảnh hưởng đến mạch điện).



A. $f = 50Hz; I_{max} = 0,35(A)$

B. $f = 60Hz; I_{max} = 0,5(A)$

C. $f = 35,35Hz; I_{max} = 0,35(A)$

D. $f = 45Hz; I_{max} = 0,3(A)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Cảm kháng: $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{2}{\pi} = 200\Omega$;

Dung kháng: $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{10^{-4}}{\pi}} = 100\Omega$

Ta có cường độ dòng điện chạy trong mạch (số chỉ Ampe kế):

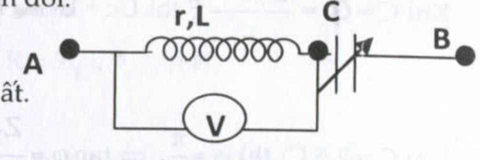
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Do R, Z_L, U là hằng số nên $I = I_{max}$ khi trong mạch xảy ra cộng hưởng điện $(Z_L - Z_C = 0)$. Lúc đó:

$$\begin{cases} 2\pi f.L = \frac{1}{2\pi f.C} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{2}{\pi}.\frac{10^{-4}}{\pi}}} = 35,35Hz \\ I_{max} = \frac{U}{Z_{min}} = \frac{U}{R} = \frac{100}{\sqrt{2}.200} = 0,35(A) \end{cases}$$

Chọn đáp án C

Câu 3: Cho mạch điện như hình vẽ: $u = 120\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ (V); cuộn dây có $r = 15\Omega$; $L = \frac{2}{25\pi}(H)$. C là tụ điện biến đổi.



Điện trở vôn kế vô cùng lớn.

Điều chỉnh C để số chỉ vôn kế lớn nhất.

Tìm C và số chỉ vôn kế lúc này?

A. $C = \frac{10^{-2}}{8\pi}(F)$; $U_V = 136(V)$ B. $C = \frac{10^{-2}}{4\pi}(F)$; $U_V = 163(V)$

C. $C = \frac{10^{-2}}{3\pi}(F)$; $U_V = 136(V)$ D. $C = \frac{10^{-2}}{5\pi}(F)$; $U_V = 186(V)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Do vôn kế mắc vào hai đầu cuộn dây nên số chỉ vôn kế là:

$$U_V = U_d = I.Z_d = \frac{U}{Z}.Z_d = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$$

Do Zd không phụ thuộc C nên nó không đổi. Vậy biểu thức trên tử số không đổi. Vì thế số chỉ Vôn kế lớn nhất khi mẫu số bé nhất: $\left(\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}\right)_{min}$

Điều này xảy ra khi **cộng hưởng điện**: $Z_C = Z_L = 8(\Omega)$.

Suy ra: $C = \frac{10^2}{8\pi}(F)$, lúc đó $Z = r$

Và số chỉ vôn kế:

$$U_V = U_d = \frac{U}{r}.\sqrt{r^2 + (\omega L)^2} = \frac{120}{15}.\sqrt{15^2 + (8)^2} = \frac{120}{15}.17 = 136V$$

Chọn đáp án A.

Câu 4: Mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây có $L = \frac{0,4}{\pi}$ (H) mắc nối tiếp với tụ điện C. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$(V).

Khi $C = C_1 = \frac{2.10^{-4}}{\pi}$ F thì $U_{Cmax} = 100\sqrt{5}$ (V). Khi $C = 2,5\ C_1$ thì cường độ dòng điện trễ pha $\frac{\pi}{4}$ so với điện áp hai đầu đoạn mạch. Giá trị của U là

A. 50V B. 100V C. $100\sqrt{2}$ V D. $50\sqrt{5}$ V

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài cho, ta có:

Khi C = C₁ = $\frac{2.10^{-4}}{\pi}$ F thì Uc = UCmax lúc đó $\begin{cases} Z_{C_1} = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \\ U_{C\max} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \end{cases}$

Khi C = 2,5 C₁ thì $\varphi = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan\varphi = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R} = \tan\frac{\pi}{4} = 1$

$\Rightarrow R = Z_L - Z_{C_2} = Z_L - 0,4Z_{C_1}$ (vì C₂ = 2,5C₁ nên $Z_{C_2} = 0,4Z_{C_1}$)

$\Rightarrow R = Z_L - 0,4\frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow RZ_L = Z_L^2 - 0,4R^2 - 0,4Z_L^2$

$\Rightarrow 0.4R^2 + Z_LR - 0.6Z_L^2 = 0 \Rightarrow R = 0,5Z_L$ suy ra $Z_L = 2R$

Do đó $U_{C\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{U\sqrt{R^2 + 4R^2}}{R} = U\sqrt{5}$

$\Rightarrow U = \frac{U_{C\max}}{\sqrt{5}} = 100 \text{ (V)}$

Chọn đáp án B

Câu 5: Cho mạch điện xoay chiều gồm R,L,C mắc nối tiếp theo thứ tự như trên. Vôn kế V_1 đặt vào hai đầu điện trở R, vôn kế V_2 đặt vào hai đầu cuộn dây và vôn kế V_3 đặt vào hai đầu tụ. Điện dung C có giá trị thay đổi được và cuộn dây thuần cảm. Điều chỉnh giá trị của C và ghi lại số chỉ lớn nhất trên từng vôn kế thì thấy UCmax = 3ULmax. Khi đó UCmax gấp bao nhiêu lần URmax?

A. $\frac{3}{\sqrt{8}}$ B. $\frac{\sqrt{8}}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{3}{4\sqrt{2}}$

Phân tích và hướng dẫn giải

C biến thiên để:

$U_C = U_{C\max}$ khi đó: $\begin{cases} Z_C = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \\ U_{C\max} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \end{cases}$ (1)

$U_L = U_{L\max}$ khi đó: $\begin{cases} Z_L = Z_C \Rightarrow Z_{\min} = R \\ U_{L\max} = I_{\max}.Z_L = \dfrac{U}{Z_{\min}}.Z_L = \dfrac{U}{R}.Z_L \end{cases}$ (2)

(cộng hưởng điện)

$U_R = U_{R\max}$ khi đó: $\begin{cases} Z_L = Z_C \Rightarrow Z_{\min} = R \\ U_{R\max} = U \quad (3) \end{cases}$ (cộng hưởng điện)

Lấy $\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{U_{C\max}}{U_{L\max}} = 3 = \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{Z_L} \Rightarrow R = Z_L\sqrt{8}$ (4)

Lấy $\frac{(1)}{(3)} \Rightarrow \frac{U_{C\max}}{U_{R\max}} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{Z_L}$ (5)

Từ (4) và (5): $\frac{U_{C\max}}{U_{R\max}} = \frac{3}{\sqrt{8}}$

Chọn đáp án A

Câu 6: Cho mạch điện xoay chiều gồm R, L, C mắc nối tiếp theo thứ tự như trên. Vôn kế V_1 đặt vào hai đầu điện trở R và vôn kế V_2 đặt vào hai đầu tụ. Điện dung C có giá trị thay đổi được và cuộn dây thuần cảm. Điều chỉnh giá trị của C thì thấy: ở cùng thời điểm số chỉ của V₁ cực đại thì số chỉ của V₁ gấp đôi số chỉ của V₂. Hỏi khi số chỉ của V₂ cực đại thì số chỉ của V₂ gấp bao nhiêu lần số chỉ V₁?

A. 2 lần. B. 1,5 lần. C. 2,5 lần. D. 3lần

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi V₁ cực đại thì mạch cộng hưởng: UR = U = 2UC = 2UL hay R = 2ZL (vì L và R không đổi nên UR = 2UL ⇒ R = 2Z_L)

Khi V₂ cực đại ta có: $\begin{cases} U_{C\max} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \dfrac{U\sqrt{4Z_L^2 + Z_L^2}}{Z_L} \\ Z_C = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \dfrac{4Z_L^2 + Z_L^2}{Z_L} = 5Z_L = 2,5R \end{cases}$

$\Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + (0,5R - 2,5R)^2} = R\sqrt{5}$

Chỉ số của V₁ lúc này là $U_R = IR = \frac{UR}{Z} = \frac{U}{\sqrt{5}}$

Vậy ta có: $\frac{U_{C\max}}{U_R} = \frac{5}{2} = 2,5$

Chọn đáp án C

Câu 7: Cho một đoạn mạch RLC không phân nhánh, cuộn dây thuần cảm, độ tự cảm của cuộn dây có thể thay đổi được. Khi thay đổi giá trị của L thì thấy ở thời điểm điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở cực đại thì điện áp này gấp bốn điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây. Khi điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây cực đại thì điện áp này so với điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở khi đó gấp:

A. 4,25 lần. B. 2,5 lần. C. 4 lần. D. $4\sqrt{2}$ lần.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi U_{Rmax} (mạch có cộng hưởng), ta có: $U_L = U_C$ và $U_{Rmax} = U = 4U_L = 4U_C$

$\Rightarrow R = 4Z_C$ (hằng số) (1)

Khi U_{Lmax} ta có: $U_{Lmax} = \dfrac{U_R^2 + U_C^2}{U_C}$ (2)

Từ (1) suy ra $U_R = 4U_C$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra $U_{Lmax} = 4{,}25\ U_R$

Chọn đáp án A

Câu 8: Cho đoạn mạch R, L, C nối tiếp với L có thể thay đổi được. Trong đó R và C xác định. Mạch điện được đặt dưới hiệu điện thế $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$. Với U không đổi và ω cho trước. Khi hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm cực đại. Thì hệ thức nào sau đây đúng:

A. $LC\omega^2 = 2C^2\omega^2 R^2 + 1$ B. $LC\omega^2 = C^2\omega^2 R^2 + 1$

C. $LC^2\omega^2 = C^2\omega^2 R^2 + 1$ D. $2LC\omega^2 = 2C^2\omega^2 R^2 + 1$

Phân tích và hướng dẫn giải

L biến thiên để hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm cực đại thỏa mãn: $Z_L = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Leftrightarrow Z_L Z_C = R^2 + Z_C^2 \Leftrightarrow \omega L.\dfrac{1}{\omega C} = R^2 + \dfrac{1}{\omega^2 C^2}$

$\Rightarrow LC\omega^2 = R^2\omega^2 C^2 + 1$ (quy đồng mẫu thức với mẫu thức chung là $\omega^2 C^2$)

Vậy chọn đáp án B

Câu 9: Cho mạch điện xoay chiều AB gồm hai đoạn AM và MB mắc nối tiếp, đoạn AM gồm biến trở R và tụ điện có điện dung C, đoạn MB chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều ổn định $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$ (V). Ban đầu, giữ $L = L_1$, thay đổi giá trị của biến trở R ta thấy điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch AM luôn không đổi với mọi giá trị của biến trở. Sau đó, giữ $R = Z_{L1}$ thay đổi L để điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm cực đại, giá trị điện áp hiệu dụng cực đại trên cuộn cảm bằng

A. $\sqrt{3}U/2$ (V). B. $\sqrt{2}U/2$ (V). C. $\sqrt{5}U/2$ (V). D. $U/2$ (V).

Phân tích và hướng dẫn giải

Hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu AM:

$$U_{AM} = I.Z_{AM} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(Z_{L_1} - Z_C\right)^2}}.\sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{U}{\sqrt{1 + \dfrac{Z_{L_1}\left(Z_{L_1} - 2Z_C\right)}{R^2 + Z_C^2}}}$$

Theo bài ra: $U_{AM} \notin R \Leftrightarrow Z_{L_1} - 2Z_C = 0 \Rightarrow Z_{L_1} = 2Z_C = R$

L biến thiên để $U_{L\max} \Rightarrow U_{L\max} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = \dfrac{U\sqrt{4Z_C^2 + Z_C^2}}{2Z_C} = \dfrac{U\sqrt{5}}{2}$

Chọn đáp án C

Câu 10: Đặt một điện áp xoay chiều có điện áp hiệu dụng 120V và tần số 50Hz vào hai đầu đoạn mạch gồm một điện trở thuần $R = 30\,\Omega$, một cuộn cảm thuần có $L = 0{,}4/\pi$ (H) và một tụ điện có điện dung thay đổi được. Điều chỉnh điện dung của tụ điện sao cho điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại. Điện dung của tụ điện lúc đó và điện áp cực đại nói trên tương ứng bằng

A. $\dfrac{1{,}6.10^{-4}}{\pi}$ (F) và 128V B. $\dfrac{10^{-3}}{4\pi}$ (F) và $120\sqrt{2}$ V

C. $\dfrac{1{,}6.10^{-4}}{\pi}$ (F) và 200V D. $\dfrac{10^{-3}}{4\pi}$ (F) và 160V

Phân tích và hướng dẫn giải

C biến thiên để $U_{L\max} \Leftrightarrow$ mạch cộng hưởng

$\Rightarrow Z_C = Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{0{,}4}{\pi} = 40\Omega \Rightarrow C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.40} = \dfrac{10^{-3}}{4\pi}$ F

$\Rightarrow U_{L\max} = \dfrac{U}{Z_{\min}}.Z_L = \dfrac{U}{R}.Z_L = \dfrac{120}{30}.40 = 160\text{V}$

Chọn đáp án D

Câu 11: Cho mạch điện xoay chiều gồm ba đoạn mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm điện trở thuần R, đoạn MN gồm cuộn dây thuần cảm, đoạn NB gồm tụ xoay có thể thay đổi điện dung. Mắc vôn kế thứ nhất vào AM, vôn kế thứ hai vào NB. Điều chỉnh giá trị của C thì thấy ở cùng thời điểm số chỉ của V_1 cực đại thì số chỉ của V_1 gấp đôi số chỉ của V_2. Hỏi khi số chỉ của V_2 cực đại và có giá trị $V_{2Max} = 200$V thì số chỉ của vôn kế thứ nhất là

A. 100V. B. 50 V. C. 80 V. D. 120V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi V_1 cực đại thì mạch cộng hưởng:

$U_R = U = 2U_C = 2U_L$ hay $R = 2Z_L$ (1)

Khi V_2 cực đại ta có: $U_{C\max} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$ theo (1)

$$U_{Cmax} = \frac{U\sqrt{4Z_L^2 + Z_L^2}}{2Z_L} = \frac{U\sqrt{5}}{2} \qquad (2)$$

Khi đó lại có: $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$ theo (1) ta được:

$$Z_C = 5Z_L = 2{,}5R,\ Z = R\sqrt{5} \qquad (3)$$

Chỉ số của V_1 lúc này là $U_R = IR = \frac{UR}{Z} = \frac{U}{\sqrt{5}}$ (4)

Từ (3) và (4) ta có: $\frac{U_{Cmax}}{U_R} = \frac{5}{2} = 2{,}5$ Vậy $V'_1 = 80V$.

Chọn đáp án C

Câu 12: Đặt điện áp u = $U_0\cos2\pi ft$ vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp. Gọi U_R, U_L, U_C lần lượt là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở, giữa hai đầu cuộn cảm và giữa hai đầu tụ điện. Trường hợp nào sau đây trong mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện?

A. Thay đổi C để U_{Cmax} B. Thay đổi f để U_{Lmax}

C. Thay đổi R để P_{max} D. Thay đổi C để U_{Rmax}

Phân tích và hướng dẫn giải

Thay đổi C để $U_{Cmax} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \\ U_{Cmax} = \frac{U.\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \end{cases}$ không phải cộng hưởng

$\Rightarrow$ A sai

Thay đổi *f* để $U_{Lmax} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \\ U_{Lmax} = \frac{2U.L}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} \end{cases}$ không phải cộng hưởng

$\Rightarrow$ B sai

Thay đổi R để $P_{max} \Leftrightarrow \begin{cases} R = |Z_L - Z_C| \\ P_{max} = \frac{U^2}{2R} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} \end{cases}$ không phải cộng hưởng

$\Rightarrow$ C sai

Thay đổi C để $U_{Rmax} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_C = Z_L \\ U_{Rmax} = U \end{cases}$ cộng hưởng xảy ra $\Rightarrow$ D đúng

Vậy chọn đáp án D

Câu 13: Mạch nối tiếp gồm điện trở R, cuộn dây thuần cảm L, tụ điện C có điện dung thay đổi được. Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch là 220V - 50Hz. Thay đổi C ta thấy U_{Cmax} = 440V. Chọn phương án đúng.

A. $Z_L = R$. B. $Z_L = 3R$. C. $Z_L = \sqrt{3}R$. D. $Z_L = R$.

Phân tích và hướng dẫn giải

C biến thiên để hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu tụ cực đại thỏa mãn :

$$U_{Cmax} = \frac{U.\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \Rightarrow \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{U_{Cmax}}{U}.R = \frac{440}{220}.R = 2R \Rightarrow Z_L = \sqrt{3}R$$

Chọn đáp án C

Câu 14: Đặt điện áp $u = 100\sqrt{6}\cos(100\pi t)$ (V) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Biết cuộn cảm thuần có độ tự cảm thay đổi được. Điều chỉnh độ tự cảm L để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện là 200 V. Giá trị cực đại đó là

A. 100 V. B. 250 V. C. 300 V. D. 150 V.

Phân tích và hướng dẫn giải

L biến thiên để hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm cực đại nên :

$$\begin{cases} Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Leftrightarrow Z_L Z_C = R^2 + Z_C^2 \Rightarrow U_L U_C = U_R^2 + U_C^2 (1) \\ U_L = U_{Lmax} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = \frac{U\sqrt{U_R^2 + U_C^2}}{U_R} (2) \\ U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = U_R^2 + U_C^2 + U_L^2 - 2U_L U_C = -U_R^2 - U_C^2 + U_L^2 (3) \end{cases}$$

Từ (2) và (3) ta có:

$$U_L^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2 = \frac{U^2(U_R^2 + U_C^2)}{U_R^2}$$

$$\Leftrightarrow U^2U_R^2 + U_R^4 + U_C^2U_R^2 = U^2U_R^2 + U^2U_C^2$$

$$\Leftrightarrow U_R^4 + U_C^2U_R^2 - U^2U_C^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow U_R^4 + 40000U_R^2 - 30000.40000 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} U_R^2 = 20000 \\ U_R^2 = -60000 (l) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow U_L = \sqrt{U^2 + U_R^2 + U_C^2} = \sqrt{30000 + 20000 + 40000} = 300(V)$$

Chọn đáp án C

Câu 15: Đặt điện áp xoay chiều $u = 80\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện có điện dung C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L để điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại thì thấy giá trị cực đại đó bằng 100 V, điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở bằng bao nhiêu?

A. 48 V B. 64 V C. 60 V D. 36 V

Phân tích và hướng dẫn giải

L biến thiên để U_L max nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{U_{RC}} \perp \vec{U} \Rightarrow U_{RC} = \sqrt{U_{L\max}^2 - U^2} = \sqrt{100^2 - 80^2} = 60V \\ Z_L = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow U_R^2 + U_C^2 = U_L U_C \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_{RC} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = \sqrt{U_L U_C} \Rightarrow U_C = \frac{U_{RC}^2}{U_L} = \frac{60^2}{100} = 36V$$

$$\Rightarrow U_R = \sqrt{U_{RC}^2 - U_C^2} = \sqrt{60^2 - 36^2} = 48V$$

Chọn đáp án A

Câu 16: (Trích đề thi đại học 2012):

Đặt điện áp $u = U_0\cos 2\pi ft$ vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp. Gọi U_R, U_L, U_C lần lượt là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở, giữa hai đầu cuộn cảm và giữa hai đầu tụ điện. Trường hợp nào sau đây, điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch cùng pha với điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở?

A. Thay đổi C để $U_{R\max}$ B. Thay đổi R để $U_{C\max}$

C. Thay đổi L để $U_{L\max}$ D. Thay đổi f để $U_{C\max}$

Phân tích và hướng dẫn giải

$U_{R\max}$ khi $Z_L = Z_C$; lúc đó i cùng pha với u thì điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch cùng pha với điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở.

Chọn đáp án A

LOẠI 4. ω BIẾN THIÊN ĐỂ $U_{L\max}$

Ta có: $U_L = I.Z_L = \dfrac{U}{Z}.Z_L = \dfrac{U}{\dfrac{Z}{Z_L}}$, đặt $A = \left(\dfrac{Z}{Z_L}\right)^2 = \dfrac{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}{(\omega L)^2}$

Biến đổi biểu thức A ta thu được: $A = \dfrac{R^2}{\omega^2 L^2} + \left(1 - \dfrac{1}{\omega^2 LC}\right)^2$

Ta tiếp tục đặt $x = \dfrac{1}{\omega^2 L} > 0$ khi đó $A = \dfrac{R^2}{L}x + \left(1 - \dfrac{x}{C}\right)^2$

Lấy đạo hàm của A theo biến số x ta thu được: $A'(x) = \dfrac{R^2}{L} - \dfrac{2}{C}\left(1 - \dfrac{x}{C}\right)$

Cho $A'(x) = 0$ ta thu được $x = \dfrac{2LC - R^2C^2}{2L}$

Vì $x > 0 \Rightarrow \dfrac{2L}{C} > R^2$ khi đó ta thu bảng biến thiên:

X	0		$\frac{2LC-R^2C^2}{2L}$		∞
A′(x)		–	0	+	
A(x)		↘	$A_{\min}$	↗	

Thay giá trị x vào biểu thức đã đặt ta thu được hiệu điện thế cực đại của cuộn dây là:

$$\omega_L = \frac{1}{C}\frac{1}{\sqrt{\dfrac{L}{C} - \dfrac{R^2}{2}}} \text{ và } U_{LMax} = \frac{2U.L}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$$

Nhận xét: Khi $x \le 0 \Rightarrow \dfrac{2L}{C} \le R^2$ thì $A_{\min}$ khi $x = 0$ do A làm hàm số bậc 2 có hệ số $a = \dfrac{1}{C^2} > 0$ nên hàm số có cực tiểu ở phần âm, do đó x = 0 làm cho $A_{\min}$ trong miền xác định của x. Khi đó ω rất lớn làm cho Z_L rất lớn làm cho I = 0. Do đó không thể tìm giá trị ω làm cho $U_{L\max}$

Câu 17: (Trích đề thi đại học 2012):

Đặt điện áp $u = U_0\cos\omega t$ (U_0 và ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi $L = L_1$ và $L = L_2$; điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện lần lượt là 0,52 rad và 1,05 rad. Khi $L = L_0$; điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện là φ. Giá trị của φ **gần giá trị nào nhất** sau đây?

A. 1,57 rad. B. 0,83 rad. C. 0,26 rad. D. 0,41 rad.

Phân tích và hướng dẫn giải

+ Khi U_{Lmax} thì $Z_{Lo} = \dfrac{2Z_{L1}Z_{L2}}{Z_{L1}+Z_{L2}} = \dfrac{R^2+Z_C^2}{Z_C}$ (1)

+ Ta có khi U_{Lmax} thì: $\tan\phi = \dfrac{Z_{Lo}-Zc}{R} = \dfrac{R}{Zc}$ (2)

+ Đặt: tan(0,52) = a và tan(1,05) = b thì ta có: a.b = 1

+ Ta có : $\begin{cases} \tan 0,52 = \dfrac{Z_{L1}-Zc}{R} = a \rightarrow Z_{L1} = a.R + Zc \\ \tan 1,05 = \dfrac{Z_{L2}-Zc}{R} = b \rightarrow Z_{L2} = b.R + Zc \end{cases}$ (3)

Thay (3) vào (1) và đặt $X = R/Z_c$ thì ta có PT:

$$(a+b)X^3 - a.b.X^2 - (a+b).X + 1 = 0$$

Vì a.b = 1 nên PT có nghiệm: X = 1 nên $\tan\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{4} = 0,785\text{rad}$.

Chọn đáp án B

LOẠI 5. ω BIẾN THIÊN ĐỂ U_{Cmax}

Tương tự như cách làm trên ta cũng thu được kết quả tương tự khi thay đổi giá trị ω làm cho U_{Cmax} là:

Khi $\omega_C = \dfrac{1}{L}\sqrt{\dfrac{L}{C}-\dfrac{R^2}{2}}$ thì $U_{CMax} = \dfrac{2U.L}{R\sqrt{4LC-R^2C^2}}$ với $\dfrac{2L}{C} > R^2$

🕮 VÍ DỤ MẪU

Ví dụ 1: Cho đoạn mạch RLC nối tiếp $R = 100\Omega$, $C = \dfrac{200}{3\pi}\mu F$, $L = \dfrac{1}{\pi}$ H, đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u = 100\sqrt{2}\cos(\omega t)$V. Cho tần số của dòng điện thay đổi để điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ đạt cực đại. Giá trị của ω là;

A. 140π(rad/s). B. 120π(rad/s). C. 90π(rad/s). D. 100π(rad/s).

Phân tích và hướng dẫn giải

ω biến thiên để U_{Cmax} khi:

$$\omega = \omega_C = \frac{\sqrt{\dfrac{L}{C}-\dfrac{R^2}{2}}}{L} = \frac{\sqrt{\dfrac{1}{\pi}.\dfrac{3\pi}{2.10^{-4}}-\dfrac{100^2}{2}}}{\dfrac{1}{\pi}} = 100\pi \text{ rad / s}$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 2: Cho mạch điện xoay chiều RCL mắc nối tiếp . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định có biểu thức dạng $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$, tần số góc thay đổi. Khi $\omega = \omega_L = 40\pi$ rad/s thì U_{Lmax}. Khi $\omega = \omega_C = 90\pi$ rad/s thì u_{Cmax} . Tìm ω để u_{Rmax} .

A. 50π B. 150π C. 60π D. 130π

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo giả thiết bài ra, ta có:

Khi $\omega = \omega_L$ thì U_{Lmax} lúc đó $\omega = \omega_L = \dfrac{1}{C\sqrt{\dfrac{L}{C}-\dfrac{R^2}{2}}}$ (1)

Khi $\omega = \omega_C$ thì U_{Cmax} lúc đó $\omega = \omega_C = \dfrac{\sqrt{\dfrac{L}{C}-\dfrac{R^2}{2}}}{L}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\omega_L\omega_C = \dfrac{1}{C\sqrt{\dfrac{L}{C}-\dfrac{R^2}{2}}}\dfrac{\sqrt{\dfrac{L}{C}-\dfrac{R^2}{2}}}{L} = \dfrac{1}{LC} = \omega_0^2$

Mặt khác khi U_{Rmax} thì $\omega = \omega_0 = \sqrt{\omega_C\omega_L} = 60\pi$ rad/s.

Chọn đáp án C

Chuyên đề 7

HAI GIÁ TRỊ CỦA BIẾN SỐ CHO CÙNG MỘT GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ

PHƯƠNG PHÁP

Đây là dạng toán tổng trở không đổi khi các đại lượng khác thay đổi. Bài toán có thể cho cường độ dòng điện không đổi, hệ số công suất không đổi hay công suất không đổi. Khi giải ta quan tâm đến hệ thức $Z_1 = Z_2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{R^2+(Z_{L1}-Z_{C1})^2} = \sqrt{R^2+(Z_{L2}-Z_{C2})^2}$$

Biến đổi phương trình ta được:

$$(Z_{L1}-Z_{C1})^2 = (Z_{L2}-Z_{C2})^2 \Leftrightarrow |Z_{L1}-Z_{C1}| = |Z_{L2}-Z_{C2}|$$

Từ đó ta có hai nghiệm: $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} Z_{L1}-Z_{C1} = Z_{L2}-Z_{C2} \\ Z_{L1}-Z_{C1} = -(Z_{L2}-Z_{C2}) \end{array}\right.$

Theo kinh nghiệm làm bài thì chỉ lấy nghiệm:

$$Z_{L1}-Z_{C1} = -(Z_{L2}-Z_{C2}) \qquad (I)$$

$(I) \Rightarrow \tan\varphi_1 = -\tan\varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2$

- + nếu L thay đổi ta có hệ thức:

$$Z_{L1}-Z_C = -(Z_{L2}-Z_C) \Rightarrow Z_C = \frac{Z_{L1}+Z_{L2}}{2} \qquad (*)$$

- + nếu C thay đổi ta có hệ thức:

$$Z_L-Z_{C1} = -(Z_L-Z_{C2}) \Rightarrow Z_L = \frac{Z_{C1}+Z_{C2}}{2} \qquad (**)$$

- + nếu ω (hoặc f) thay đổi ta có hệ thức:

$$Z_{L1}-Z_{C1} = -(Z_{L2}-Z_{C2}) \Leftrightarrow Z_{L1}+Z_{L2} = Z_{C1}+Z_{C2}$$

$$\Rightarrow (\omega_1+\omega_2)L = \frac{1}{\omega_1 C}+\frac{1}{\omega_2 C} \Rightarrow \omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_0^2 \text{ hay } f_1f_2 = f_0^2 \quad (***)$$

Có hai giá trị $L_1 \neq L_2$ cho cùng giá trị U_L, giá trị L để U_{Lmax} tính theo L_1 và L_2.

+ Khi có hai giá trị $L = L_1$ hoặc $L = L_2$ cho cùng giá trị U_L thì giá trị của L làm cho U_{Lmax} khi: $\frac{1}{Z_L} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z_{L_1}}+\frac{1}{Z_{L_2}}\right) \Leftrightarrow Z_L = \frac{2Z_{L_1}Z_{L_2}}{Z_{L_1}+Z_{L_2}}$

$$\Leftrightarrow \omega L = \frac{2\omega L_1\omega L_2}{\omega L_1+\omega L_2} \Rightarrow L = \frac{2L_1L_2}{L_1+L_2}$$ với L là giá trị làm cho U_{Lmax}

Có hai giá trị $C_1 \neq C_2$ cho cùng giá trị U_C ,giá trị Z_C để U_{Cmax} tính theo C_1 và C_2

+ Khi có hai giá trị $C = C_1$ hoặc $C = C_2$ cho cùng giá trị U_C thì giá trị của C làm cho U_{Cmax} khi:

$$\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z_{C_1}}+\frac{1}{Z_{C_2}}\right) \Leftrightarrow \omega C = \frac{\omega C_1+\omega C_2}{2} \Rightarrow C = \frac{C_1+C_2}{2}$$

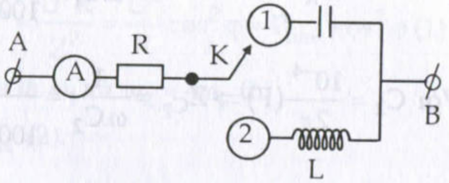
với C là giá trị làm cho U_{Cmax}

VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.

$U_{AB} = \cos 100\pi t$; f = 50(Hz), điện trở các khóa K và ampe kế không đáng kể. $C = \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$

Khi khóa K chuyển từ vị trí 1 sang vị trí 2 thì số chỉ của ampe kế không thay đổi. Độ tự cảm L của cuộn dây?



A. $\frac{10^{-2}}{\pi}(H)$ B. $\frac{10^{-1}}{\pi}(H)$ C. $\frac{1}{\pi}(H)$ D. $\frac{10}{\pi}(H)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $Z_C = 100(\Omega)$; $\omega = 100\pi\left(\frac{Rad}{s}\right)$

+ Khi khóa K ở vị trí 1 thì mạch gồm R và C mắc nối tiếp.

Tổng trở của mạch: $Z_1 = \sqrt{R^2+Z_C^2}$ (1)

+ Khi khóa K ở vị trí 2 thì mạch gồm R và L mắc nối tiếp.

Tổng trở của mạch: $Z'_2 = \sqrt{R^2+Z_L^2}$ (2)

Theo giả thiết cường độ dòng điện trong hai trường hợp đó bằng nhau nên:

$$Z_1 = Z_2 \Leftrightarrow \sqrt{R^2+Z_C^2} = \sqrt{R^2+Z_L^2} \Rightarrow Z_L = Z_C = 100\Omega$$

Từ đó dễ dàng tính được: $L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}(H)$.

Vậy chọn đáp án C

Chú ý: *Bài toán sẽ được giải quyết nhanh hơn nhiều nếu ta nhớ được công thức (I):* $Z_{L1}-Z_{C1} = -(Z_{L2}-Z_{C2})$

Trong trường hợp khóa k ở vị trí 1; $Z_{L1}-Z_{C1}$ *chính là* Z_C.

Trong trường hợp khóa k ở vị trí 2; $Z_{L2}-Z_{C2}$ *chính là* Z_L.

Vì thế dễ dàng có được: $Z_L = Z_C = 100\Omega \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}(H)$

Ví dụ 2: Cho mạch điện xoay chiều gồm R, L, C mắc nối tiếp theo thứ tự trên. Hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch có biểu thức $u = 220\sqrt{2}\cos(100\pi)(V)$. Khi thay đổi điện dung C đến hai giá trị là $C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$ và $C_2 = \frac{10^{-4}}{2\pi}(F)$. Thì tổng trở trong hai trường hợp không đổi. Hệ số tự cảm L của cuộn dây là:

A. $L = \frac{1}{\pi}(H)$ B. $L = \frac{3}{2\pi}(H)$ C. $L = \frac{2}{\pi}(H)$ D. $L = \frac{2}{3\pi}(H)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Với $C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi}(F) \Rightarrow Z_{C_1} = \frac{1}{\omega.C_1} = \frac{1}{100\pi.\frac{10^{-4}}{\pi}} = 100(\Omega)$

Với $C_2 = \frac{10^{-4}}{2\pi}(F) \Rightarrow Z_{C_2} = \frac{1}{\omega.C_2} = \frac{1}{100\pi.\frac{10^{-4}}{2\pi}} = 200(\Omega)$

Đây là trường hợp C thay đổi mà Z không đổi nên

$Z_{L1} - Z_{C1} = -(Z_{L2} - Z_{C2}) \Leftrightarrow Z_L - Z_{C1} = -(Z_L - Z_{C2})$

$\Rightarrow Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} = \frac{100 + 200}{2} = 150\Omega \Rightarrow L = \frac{3}{2\pi}(H)$

Chọn đáp án B

Ví dụ 3: Mạch điện xoay chiều R, L, C mắc nối tiếp có $L = \frac{1}{\pi}(H)$ và $C = \frac{10^{-4}}{1,5\pi}(F)$. Điện áp ở hai đầu đoạn mạch là $u = 220\sqrt{2}\cos\omega t$ với ω thay đổi được. Khi điều chỉnh ω thì thấy có hai giá trị của nó là $\omega_1 = 100\pi rad/s$ hoặc $\omega_2 = 120\pi rad/s$ thì dòng điện hiệu dụng không đổi và đều nhỏ hơn cường độ hiệu dụng cực đại $\sqrt{5}$ lần. Điện trở thuần có giá trị

A. $R = 10\Omega$ B. $R = 12\Omega$ C. $R = 100\Omega$ D. $R = 120\Omega$

Phân tích và hướng dẫn giải

ω thay đổi mà I không đổi nên ta có: $\omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_2 L = \frac{1}{\omega_1 C}$

Theo đề cho: $I_1 = I_2 = \frac{I_{max}}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}\frac{U}{R}$

$\Leftrightarrow 5R^2 = R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2 = R^2 + (\omega_1 L - \omega_2 L)^2$

$\Rightarrow R = \frac{L(\omega_2 - \omega_1)}{2} = \frac{\frac{1}{\pi}(120\pi - 100\pi)}{2} = 10\Omega$

Chọn đáp án A

Ví dụ 4: Cho mạch điện xoay chiều gồm R, L, C mắc nối tiếp với ω thay đổi được. Khi ω_1 và $\omega_2 = 4\omega_1$ thì công suất trong mạch như nhau và bằng 80% công suất cực đại mà mạch có thể đạt được. Khi $\omega = 2\omega_1$ thì hệ số công suất là:

A. 0,5 B. 0,7 C. 1 D. 0,85

Phân tích và hướng dẫn giải

Công suất tiêu thụ của mạch điện: $P = \frac{U^2R}{Z^2} = \frac{U^2}{R}\cos^2\varphi = P_{max}\cos^2\varphi$ (1)

Theo bài ra: ứng với hai giá trị của ω là ω_1 và $\omega_2 = 4\omega_1$ thì

$P_1 = P_2 = 0,8P_{max}$ (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra: $\cos^2\varphi = 0,8$

ω thay đổi mà công suất không thay đổi nên ta có hệ thức (***)

$\omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \omega_1.4\omega_1 = 4\omega_1^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow 4\omega_1 L = \frac{1}{\omega_1 C}$

Khi $\omega = \omega_1 \Rightarrow 4\omega_1 L = \frac{1}{\omega_1 C} \Rightarrow 4Z_{L1} = Z_{C1}$

$\Rightarrow \cos^2\varphi = \frac{R^2}{R^2 + (Z_{L1} - 4Z_{L1})^2} = 0,8$

$\Rightarrow R^2 + 9Z_{L1}^2 = 1,25R^2 \Rightarrow Z_{L1} = \frac{R}{6} \Rightarrow Z_{C1} = \frac{2R}{3}$

Khi $\omega = 2\omega_1 \Rightarrow \begin{cases} Z_{L2} = 2Z_{L1} = \frac{R}{3} \\ Z_{C2} = \frac{Z_{C1}}{2} = \frac{R}{3} \end{cases} \Rightarrow Z_{L2} = Z_{C2} \Rightarrow \cos\varphi = 1$

Chọn đáp án C

Ví dụ 5: Cho mạch điện RLC, cuộn cảm có điện trở thuần r. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có dạng $u = 125\sqrt{2}\cos100\pi t$, ω thay đổi được. Đoạn mạch AM gồm R và C, đoạn mạch MB chứa cuộn dây. Biết u_{AM} vuông pha với u_{MB} và r = R. Với hai giá trị của tần số góc là ω₁ = 100π và ω₂ = 50π rad/s thì mạch có cùng hệ số công suất. Hãy xác định hệ số công suất của đoạn mạch.

A. 0,96 B. 0,85 C. 0,94 D. 0,82

Phân tích và hướng dẫn giải

ω thay đổi mà hệ công suất không thay đổi nên ta có hệ thức (***)

$$\omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow Z_{C1} = Z_{L2}$$

Theo bài ra: u_{AM} vuông pha với u_{MB} và r = R nên ta có:

$$\tan\varphi_{AM}.\tan\varphi_{MB} = -1 \Leftrightarrow \frac{Z_{L1}}{R}.\frac{-Z_{C1}}{r} = -1 \Leftrightarrow Z_{L1}Z_{C1} = R^2$$

$$\Leftrightarrow Z_{L1}Z_{L2} = R^2 \Rightarrow \omega_1 L.\omega_2 L = R^2 \Rightarrow L = \frac{R}{\sqrt{\omega_1\omega_2}}$$

Hệ số công suất của toàn mạch:

$$\cos\varphi = \frac{R+r}{Z_1} = \frac{2R}{\sqrt{4R^2+(Z_{L1}-Z_{C1})^2}} = \frac{2R}{\sqrt{4R^2+(Z_{L1}-Z_{L2})^2}}$$

$$= \frac{2R}{\sqrt{4R^2+(\omega_1-\omega_2)^2L^2}} = \frac{2R}{\sqrt{4R^2+(\omega_1-\omega_2)^2\frac{R^2}{\omega_1\omega_2}}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{4+\frac{(\omega_1-\omega_2)^2}{\omega_1\omega_2}}} = \frac{2}{\sqrt{4+\frac{(100\pi-50\pi)^2}{100\pi.50\pi}}} = 0,94$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 6: Mạch điện mắc nối tiếp gồm điện trở thuần $R = 100\sqrt{3}\Omega$, cuộn cảm thuần có độ tự cảm $L = \frac{1}{\pi}H$ và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Đặt điện áp u = U₀.cos(100πt) (t tính bằng s) vào hai đầu đoạn mạch và thay đổi điện dung C: khi $C_1 = \frac{10^{-4}}{6\pi}F$ và C = C₂ thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ có cùng độ lớn. Giá trị C₂ bằng

A. $\frac{10^{-4}}{3\pi}F$. B. $\frac{10^{-4}}{4\pi}F$. C. $\frac{10^{-4}}{\pi}F$. D. $\frac{10^{-4}}{2\pi}F$.

Phân tích và hướng dẫn giải

C biến thiên, để điện đáp hiệu dụng hai đầu tụ đạt cực đại khi

$$Z_C = \frac{R^2+Z_L^2}{Z_L} = \frac{\left(100\sqrt{3}\right)^2+100^2}{100} = 400\Omega \Rightarrow C = \frac{10^{-4}}{4\pi}(F)$$

Khi có hai giá trị C = C₁ hoặc C = C₂ cho cùng giá trị Uc thì giá trị của C làm cho U_{Cmax} khi : $\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2}(\frac{1}{Z_{C_1}}+\frac{1}{Z_{C_2}}) \Leftrightarrow \omega C = \frac{\omega C_1+\omega C_2}{2} \Rightarrow C = \frac{C_1+C_2}{2}$

$$\Rightarrow C_2 = 2C - C_1 = 2.\frac{10^{-4}}{4\pi} - \frac{10^{-4}}{6\pi} = \frac{10^{-4}}{3\pi}(F)$$

Chọn đáp án A

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Đặt điện áp u = U₀cosωt (V) (U₀ không đổi, ω thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm $\frac{3}{\pi}H$ và tụ điện mắc nối tiếp. Khi ω = ω₀ thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch đạt giá trị cực đại Iₘ. Khi $\omega_1 = 100\pi rad/s$ hoặc $\omega_2 = 80\pi rad/s$ thì cường độ dòng điện cực đại qua đoạn mạch bằng nhau và bằng Iₘ. Giá trị của R bằng

A. 150 Ω. B. 20 Ω. C. 60 Ω. D. 50 Ω.

Phân tích và hướng dẫn giải

ω thay đổi, cường độ dòng điện không đổi nên ta có hệ thức (***)

$$\omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_2 L = \frac{1}{\omega_1 C} \Rightarrow Z_{L2} = Z_{C1}$$

Khi tần số ω₀ mạch cộng hưởng nên: $I_m = \frac{U}{R}$

Theo bài ra:

$$I_{01} = I_{02} = I_n \Leftrightarrow \frac{U_0}{Z} = \frac{U}{R} \Leftrightarrow \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{R^2+(Z_{L1}-Z_{C1})^2}} = \frac{U}{R} \Leftrightarrow \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{R^2+(Z_{L1}-Z_{L2})^2}} = \frac{U}{R}$$

$$\Leftrightarrow 2R^2 = R^2 + (Z_{L1}-Z_{L2})^2 \Rightarrow R = \left|Z_{L1}-Z_{L2}\right| = \left|\omega_1-\omega_2\right|L = \left|100\pi-80\pi\right|.\frac{3}{\pi} = 60\Omega$$

Chọn đáp án C

Câu 2: Cho mạch RLC nối tiếp, Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều ổn định có tần số f = 50Hz. Điện dung của tụ điện $C = \frac{10^{-4}}{\pi}F$.

Khi $L = L_1 = \frac{1}{\pi}H$ và $L = L_2 = \frac{3}{\pi}H$ thì hiệu điện thế ở hai đầu cuộn dây có giá trị hiệu dụng như nhau. Độ tự cảm L để U_L max là

A. $\frac{3}{2\pi}H$ B. $\frac{2}{\pi}H$ C. $\frac{2}{3\pi}H$ D. $\frac{3}{4\pi}H$

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi có hai giá trị $L = L_1$ hoặc $L = L_2$ cho cùng giá trị U_L thì giá trị của L làm cho U_{Lmax} khi:

$$\frac{1}{Z_L} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}}\right) \Leftrightarrow Z_L = \frac{2Z_{L_1}Z_{L_2}}{Z_{L_1} + Z_{L_2}}$$

$$\Leftrightarrow \omega L = \frac{2\omega L_1 \omega L_2}{\omega L_1 + \omega L_2} \Rightarrow L = \frac{2L_1L_2}{L_1 + L_2} = \frac{2.\frac{1}{\pi}.\frac{3}{\pi}}{\frac{1}{\pi} + \frac{3}{\pi}} = \frac{3}{2\pi}(H)$$

Chọn đáp án A

Câu 3: Một mạch điện xoay chiều mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần L, tụ điện C và điện trở R. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều: $u = U_0\cos(\omega t)V$, U_0 không đổi, ω thay đổi được. Điều chỉnh ω thì thấy khi $\omega = \omega_0$ trong mạch xảy ra cộng hưởng, cường độ dòng điện hiệu dụng là I_{max}, còn khi $\omega = \omega_1$ hoặc $\omega = \omega_2$ thì dòng điện trong mạch có cùng giá trị hiệu dụng $I = \frac{I_{Max}}{\sqrt{5}}$. Cho L = 1/π H, $\omega_1 - \omega_2 = 150\pi$ rad, tìm giá trị R của mạch điện?

A. $R = 50\ \Omega$　　B. $R = 75.\ \Omega$　　C. $R = 37{,}5.\ \Omega$.　　D. $R = 150.\ \Omega$.

Phân tích và hướng dẫn giải

ω thay đổi mà I không đổi nên ta có:

$$\omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_2 L = \frac{1}{\omega_1 C}$$

Theo đề cho:

$$I_1 = I_2 = \frac{I_{max}}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{5}}\frac{U}{R}$$

$$\Leftrightarrow 5R^2 = R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2 = R^2 + (\omega_1 L - \omega_2 L)^2$$

$$\Rightarrow R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{2} = \frac{\frac{1}{\pi}.150\pi}{2} = 75\Omega$$

Chọn đáp án B

Câu 4: Mạch điện xoay chiều RLC ghép nối tiếp trong đó cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm 1/π (H) tụ điện có điện dung C thay đổi được. Mắc mạch vào mạng điện xoay chiều tần số 50Hz. Khi thay đổi C thì ứng với hai giá trị của $C = C_1 = \frac{10^{-4}}{2\pi}(F)$ và $C = C_2 = \frac{10^{-4}}{3\pi}(F)$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện bằng nhau. Giá trị của R là:

A. $R = 20\sqrt{5}\ \Omega$　　B. $R = 150\Omega$　　C. $R = 20\sqrt{35}\ \Omega$　　D. $R = 10\sqrt{20}\ \Omega$

Phân tích và hướng dẫn giải

Giá trị C biến thiên để U_{Cmax} liên hệ với hai giá trị C_1 và C_2 để U_C có cùng giá trị là:

$$\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}}\right) \Leftrightarrow \omega C = \frac{\omega C_1 + \omega C_2}{2}$$

$$\Rightarrow C = \frac{C_1 + C_2}{2} = \frac{\frac{10^{-4}}{2\pi} + \frac{10^{-4}}{3\pi}}{2} = \frac{5.10^{-4}}{12\pi}(F) \Rightarrow Z_C = 240\Omega$$

Ta lại có C biến thiên để U_{Cmax} liên hệ qua R và Z_L:

$$Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow R = \sqrt{Z_C Z_L - Z_L^2} = \sqrt{240.100 - 100^2} = 20\sqrt{35}\Omega$$

Chọn đáp án C

Câu 5: Cho mạch xoay chiều R, L, C mắc nối tiếp, với C thay đổi. Điện áp xoay chiều đặt vào 2 đầu mạch $u_{AB} = 100\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$, $R = 100\sqrt{3}\Omega$, L không đổi. Khi C tăng 2 lần thì công suất tiêu thụ không đổi, nhưng cường độ dòng điện có pha thay đổi 1 góc $\frac{\pi}{3}$. Tính công suất tiêu thụ của mạch?

A. $25\sqrt{3}W$　　B. $50\sqrt{3}W$　　C. $100\sqrt{3}W$　　D. 100W

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $Z_L = \frac{Z_C + \frac{1}{2}Z_C}{2} = \frac{3}{4}Z_C$.

Vì i thay đổi 1 góc 60^0 nên $\frac{\tan\phi_2 - \tan\phi_1}{1 + \tan\phi_1.\tan\phi_2} = \tan 60 = \sqrt{3}$

Thay Z_L theo Z_C biến đổi ta được

$$-\frac{\sqrt{3}}{8}Z_C{}^2 - Z_C R + 2\sqrt{3}R^2 = 0 \to Z_C = 400 \to Z_L = 300$$

Suy ra $P = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}.R = 25\sqrt{3}$

Câu 6: Mạch xoay chiều nối tiếp gồm cuộn dây thuần cảm L, điện trở $R = 150\sqrt{3}\Omega$ và tụ điện C. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế $u = U_0\cos\omega t(V)$ với ω thay đổi được. Khi $\omega_1 = 50\pi rad/s$ hoặc $\omega_2 = 200\pi rad/s$ thì cường độ dòng điện trong mạch có giá trị hiệu dụng như nhau nhưng lệch pha nhau $\frac{2\pi}{3}$. Cảm kháng của cuộn dây khi $\omega = \omega_1$ là:

A. $Z_{L_1} = 100\Omega$ B. $Z_{L_1} = 150\Omega$ C. $Z_{L_1} = 180\Omega$ D. $Z_{L_1} = 250\Omega$

Phân tích và hướng dẫn giải

ω thay đổi mà I không đổi nên ta có:

$$Z_1 = Z_2 \Leftrightarrow Z_{L1} - Z_{C1} = -(Z_{L2} - Z_{C2})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_0^2 \Rightarrow \omega_2 L = \frac{1}{\omega_1 C} \\ \tan\varphi_1 = -\tan\varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_u - \varphi_{i_1} \\ \varphi_2 = \varphi_u - \varphi_{i_2} \end{cases} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_{i_2} - \varphi_{i_1} = \pm\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \varphi_1 = \pm\frac{\pi}{3}$$

$$\tan\varphi_1 = \frac{\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}}{R} = \frac{\omega_1 L - \frac{\omega_0^2 LC}{\omega_1 C}}{R} = \frac{L}{R}\left(\omega_1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_1}\right) = \frac{L}{R}(\omega_1 - \omega_2)$$

$$\Rightarrow L = \frac{R\tan\varphi_1}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{150\sqrt{3}.\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2\pi.25 - 2\pi.100} = 0,955$$

$$\Rightarrow Z_{L_1} = 150\Omega\left(L > 0 \Rightarrow \varphi_1 = -\frac{\pi}{3}\right)$$

Chọn đáp án B

Chuyên đề 8

BÀI TOÁN VỀ MÁY ĐIỆN

DẠNG 1: MÁY PHÁT ĐIỆN XOAY CHIỀU 1 PHA

PHƯƠNG PHÁP

1. Tần số do máy phát điện phát ra.

Tần số dao động: $\begin{cases} f = np;\ n\ (\text{vòng/s}) \\ f = \frac{np}{60};\ n\ (\text{vòng/phút}) \end{cases}$; p - số cặp cực từ

2. Từ thông qua phần ứng

$$\Phi = \Phi_0\cos(\omega t + \phi)\ (Wb)$$

Với $\Phi_0 = NBS\ (Wb)$: là từ thông cực đại qua khung dây.

3. Suất điện động tức thời qua phần ứng

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\Phi' = \Phi_0.\omega\sin(\omega t + \phi) = E_0\sin(\omega t + \phi)$$

Với $E_0 = \Phi_0.\omega\ (V)$: là suất điện động cực đại.

4. Nhận xét quan trọng:

- Khi tốc độ quay (n) của roto thay đổi → f thay đổi → ω thay đổi. Điều này dẫn tới sự thay đổi ***suất điện động hiệu dụng*** và ***điện áp hiệu dụng***. Nếu đặt điện áp vào đoạn mạch có ***tụ điện*** hay ***cuộn dây*** thì ***dung kháng*** và ***cảm kháng*** sẽ thay đổi theo
- Suất điện động cảm ứng biến thiên điều hòa cùng tần số nhưng chậm pha hơn từ thông góc $\frac{\pi}{2}$
- Công thức: $\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)^2 + \left(\frac{e}{E_0}\right)^2 = 1$

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Roto của máy phát điện xoay chiều một pha là một nam châm có 4 cặp cực từ, quay với tốc độ 1500 vòng/phút. Mỗi cuộn dây của phần ứng có 50 vòng. Từ thông cực đại qua mỗi vòng dây là 5mWb. Suất điện động cảm ứng hiệu dụng do máy tạo ra là?

A. 628 V. B. 1256 V. C. 444 V. D. 888,6 V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: Roto có 4 cặp cực nên p = 4 và tốc độ quay của Roto là n = 1500 vòng/phút vì thế tần số của máy phát điện phát có giá trị:

$$f=\frac{n.p}{60}=\frac{1500.4}{60}=100\text{Hz}\Rightarrow\omega=200\pi(\text{rad/s}).$$

Roto của máy phát có 4 cặp cực từ nên phần ứng gồm có 8 cuộn dây

Số vòng dây có trong Roto là N = 8.50 = 400 vòng.

Từ đây ta tính được suất điện động cảm ứng hiệu dụng do máy tạo ra là

$$E=\frac{N\phi_0\omega}{\sqrt{2}}=\frac{400.5.10^{-3}.200\pi}{\sqrt{2}}=888,6\text{V}$$

Chọn đáp án D.

Ví dụ 2: Một khung dây dẫn phẳng dẹt hình chữ nhật có 500 vòng dây, diện tích mỗi vòng là 220 cm². Khung quay đều với tốc độ 50 vòng/giây quanh một trục đối xứng nằm trong mặt phẳng của khung dây, trong một từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ B vuông góc với trục quay và có độ lớn B. Để tạo ra suất điện động hiệu dụng có giá trị là E = 220V thì cảm ứng từ B có độ lớn là

A. $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{5\pi}$ T. C. $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ T. D. $\frac{\sqrt{5}}{5\pi}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Tần số quay của khung là $f=50\frac{\text{vòng}}{\text{giây}}=50\text{Hz}\Rightarrow\omega=100\pi\,\text{rad/s}$

Suất điện động của máy phát điện xoay chiều một pha:

$$E=\frac{NBS\omega}{\sqrt{2}}\Rightarrow B=\frac{E\sqrt{2}}{NS\omega}=\frac{220\sqrt{2}}{500.220.10^{-4}.100\pi}=\frac{\sqrt{2}}{5\pi}(\text{T})$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 3: Hai máy phát điện xoay chiều một pha: máy thứ nhất có 2 cặp cực, rôto quay với tốc độ 1600 vòng/phút. Máy thứ hai có 4 cặp cực. Để tần số do hai máy phát ra như nhau thì rôto máy thứ hai quay với tốc độ là bao nhiêu?

A. 800 vòng/phút. B. 400 vòng/phút.

C. 3200 vòng/phút. D. 1600 vòng/phút.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra thì tần số do hai máy phát ra là như nhau nên ta có:

$$f_1=f_2\Leftrightarrow\frac{n_1p_1}{60}=\frac{n_2p_2}{60}\Rightarrow n_2=\frac{n_1p_1}{p_2}=\frac{1600.2}{4}=800\text{ vòng/phút.}$$

Vậy chọn đáp án A.

Ví dụ 4: (Trích đề thi tuyển sinh vào đại học)

Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần. Bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát. Khi roto của máy quay đều với tốc độ n vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là 1A. Khi roto của máy quay đều với tốc độ 3n vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là $\sqrt{3}$ A. Nếu roto của máy quay đều với tốc độ 2n vòng/phút thì cảm kháng của đoạn mạch AB là

A. $\frac{R}{\sqrt{3}}$ B. $R\sqrt{3}$ C. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ D. $2R\sqrt{3}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Nhận xét: Khi tốc độ quay thay đổi thì U, Z_L thay đổi

Điện áp đặt vào hai đầu mạch $U=E=\frac{NBS.2\pi f}{\sqrt{2}}$; tần số dòng điện $f=\frac{pn}{60}$

Ta có: $f_1=\frac{pn}{60}$; $U_1=\frac{NBS.2\pi f_1}{\sqrt{2}}\Rightarrow I_1=\frac{U_1}{Z_1}=\frac{U_1}{\sqrt{R+Z_{L1}^{\ 2}}}=1$

$$f_2=3\frac{pn}{60}=3f_1\Rightarrow\begin{cases}U_2=3U_1\\Z_{L2}=3Z_{L1}\end{cases}\Rightarrow I_2=\frac{U_2}{Z_2}=\frac{3U_1}{\sqrt{R+Z_{L2}^{\ 2}}}=\frac{3U_1}{\sqrt{R+9Z_{L1}^{\ 2}}}=\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow\frac{3U_1}{\sqrt{R+9Z_{L1}^{\ 2}}}=\sqrt{3}\frac{U_1}{\sqrt{R+Z_{L1}^{\ 2}}}\Rightarrow Z_{L1}=\frac{R}{\sqrt{3}}$$

$$f_3=2\frac{pn}{60}=2f_1\Rightarrow Z_{L2}=2Z_{L1}=2\frac{R}{\sqrt{3}}$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 5:

Một khung dây dẫn phẳng quay đều với tốc độ góc ω quanh một trục cố định nằm trong mặt phẳng khung dây, trong một từ trường đều có vectơ cảm ứng từ vuông góc với trục quay của khung. Suất điện động cảm ứng trong khung có biểu thức $e=E_0\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})$. Tại thời điểm t = 0, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng khung dây hợp với vectơ cảm ứng từ một góc bằng

A. 150^0. B. 90^0. C. 45^0. D. 180^0.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $e=E_0\sin(\omega t+\phi)=E_0\cos\left(\omega t+\phi-\frac{\pi}{2}\right)$.

So sánh với biểu thức đề bài: $e=E_0\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})\Rightarrow\phi-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\phi=\pi$.

Chọn đáp án D

Ví dụ 6: **(Trích đề thi tuyển sinh vào đại học 2011)**

Một máy phát điện xoay chiều một pha có phần ứng gồm bốn cuộn dây giống nhau mắc nối tiếp. Suất điện động xoay chiều do máy phát sinh ra có tần số 50 Hz và giá trị hiệu dụng $100\sqrt{2}$ V. Từ thông cực đại qua mỗi vòng dây của phần ứng là $\frac{5}{\pi}$ mWb. Số vòng dây trong mỗi cuộn dây của phần ứng là

A. 71 vòng. B. 100 vòng. C. 400 vòng. D. 200 vòng.

Phân tích và hướng dẫn giải

Lưu ý: Ở đây đề bài cho 4 cuộn dây giống nhau mắc nối tiếp. Số vòng 4N

Gọi E là suất điện động do máy sinh ra. E1 là suất điện động ở mỗi cuộn

$$E_{01} = 2\pi f\phi_{01} = E_1\sqrt{2} \Leftrightarrow \phi_{01} = \frac{E_1}{\sqrt{2}\pi f} = \frac{E}{4\sqrt{2}\pi f} = N.\phi_{1v}$$

$$\Leftrightarrow N = \frac{E}{\phi_{1v}4\sqrt{2}\pi f} = \frac{100\sqrt{2}}{\frac{5}{\pi}.10^{-3}.4\sqrt{2}\pi.50} = 100 \text{ vòng}$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 7: Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha có 5 cặp cực từ vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần R = 100Ω, cuộn cảm thuần có độ tự cảm $L = \frac{41}{6\pi}$ H và tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{3\pi}$ F. Tốc độ rôto của máy có thể thay đổi được. Khi tốc độ rôto của máy là n hoặc 3n thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có cùng giá trị I. Giá trị của n bằng bao nhiêu?

A. 20 Vòng/giây B. 20 Vòng/phút

C. 5 Vòng/giây D. 5 Vòng/phút

Phân tích và hướng dẫn giải

Suất điện động cực đại của nguồn điện: $E_0 = \omega N\Phi_0 = 2\pi fN\Phi_0$

$U = E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$ (coi điên trở trong của máy phát không đáng kể).

Cường độ dòng điện qua mạch $I = \frac{U}{Z} = \frac{E}{Z} = \frac{E_0}{\sqrt{2}Z} = \frac{\omega N\Phi_0}{\sqrt{2}Z}$

$$\Rightarrow I = \frac{\omega NBS}{\sqrt{2\left[R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2\right]}} = \frac{NBS}{\sqrt{2\left[\frac{R^2}{\omega^2} + (L - \frac{1}{\omega^2 C})^2\right]}}$$

$$= \frac{NBS}{\sqrt{2\left[\frac{1}{C^2\omega^4} - (2\frac{L}{C} - R^2)\frac{1}{\omega^2} + L^2\right]}}$$

Với N, B, S là các số không đổi nên khi cường độ dòng điện hiệu dụng không đổi ứng với hai giá trị tốc độ quay của roto là n và 3n (cũng chính là hai tần số góc không đổi) thì mẫu thức phải không đổi. Bài toán bây giờ chỉ tập trung ở mẫu thức mà thôi.

Vì thế đặt $x = \frac{1}{\omega^2}$ và $y = \frac{1}{C^2\omega^4} - \left(2\frac{L}{C} - R^2\right)\frac{1}{\omega^2} + L^2 = \frac{1}{C^2}x^2 - \left(2\frac{L}{C} - R^2\right)x + L^2$

Hai giá trị của x cho cùng một giá trị của y nên theo định lý Viet ta có:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = \left(2\frac{L}{C} - R^2\right)C^2 = 4,5.10^{-5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{9\omega^2} = 4,5.10^{-5} \Leftrightarrow \frac{10}{9\omega^2} = 4,5.10^{-5} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{10}{9.4,5.10^{-5}}} = 157 \text{rad/s}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi np \Rightarrow n = \frac{\omega}{2\pi p} = \frac{157}{2\pi.5} = 5 \text{vòng/giây}$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 8: Một máy phát điện xoay chiều một pha có một cặp cực, mạch ngoài được nối với một mạch RLC nối tiếp gồm cuộn thuần cảm L = 10/25π(H), tụ điện C và điện trở R. Khi máy phát điện quay với tốc độ 750 vòng/phút thì dòng điện hiệu dụng qua mạch là $\sqrt{2}$ A, khi máy phát điện quay với tốc độ 1500 vòng/phút thì trong mạch có cộng hưởng và dòng điện hiệu dụng qua mạch là 4A. Giá trị của R và C trong mạch là:

A. $R = 25\ (\Omega), C = \frac{10^{-3}}{25\pi}$F B. $R = 30\ (\Omega), C = \frac{10^{-3}}{\pi}$F

C. $R = 25\ (\Omega), C = \frac{10^{-3}}{\pi}$F D. $R = 250\ (\Omega), C = \frac{10^{-3}}{\pi}$F

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi máy phát điện quay với tốc độ 750 vòng/phút thì tần số dòng điện là:

$$f_1 = \frac{pn}{60} = \frac{1.750}{60} = 12,5\text{Hz} \Rightarrow \omega_1 = 2\pi f = 25\pi \Rightarrow Z_{L1} = L.\omega_1 = 10\Omega$$

Hiệu điện thế:

$$U_1 = \frac{NBS.2\pi f_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_1 = I_1.\sqrt{R^2 + (10 - Z_C)^2} \Leftrightarrow U_1 = \sqrt{2}.\sqrt{R^2 + (10 - Z_{C1})^2} \quad (1)$$

Khi máy phát điện quay với tốc độ 1500 vòng/phút thì

$f_2 = \frac{pn}{60} = \frac{1.1500}{60} = 25Hz \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1 = 2\pi f = 50\pi \Rightarrow Z_{L2} = L.\omega_2 = 20\Omega$

Xảy ra cộng hưởng nên $Z_{L2} = Z_{C2} = 20\Omega \Rightarrow C = \frac{1}{Z_{C2}.\omega_2} = \frac{1}{20.50\pi} = \frac{10^{-3}}{\pi}F$

Mà $f_2 = 2f_1 \Rightarrow Z_{C2} = \frac{Z_{C1}}{2} \Rightarrow Z_{C1} = 40\Omega$

Hiệu điện thế: Mà $f_2 = 2f_1 \Rightarrow U_2 = \frac{NBS.2\pi f_2}{\sqrt{2}} = 2U_1 \Rightarrow 2U_1 = I_2.R$ (2)

Từ (1) và (2) ta có:

$2.\sqrt{2}.\sqrt{R^2 + (10 - Z_{C1})^2} = I_2.R \Leftrightarrow 2.\sqrt{2}.\sqrt{R^2 + (10-40)^2} = 4R$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}.\sqrt{R^2 + 30^2} = 2R \Leftrightarrow (R^2 + 30^2) = 2R^2 \Leftrightarrow R = 30\Omega$

Vậy $R = 30\Omega$ và $C = \frac{10^{-3}}{\pi}F$.

Chọn đáp án B

Ví dụ 9: Một máy phát điện xoay chiều có điện trở trong không đáng kể. Mạch ngoài là tụ điện mắc nối tiếp với ampe kế nhiệt có điện trở nhỏ. Khi rôto quay với tốc độ góc $\omega_1 = 50\pi$ rad / s thì ampe kế chỉ 0,5A. Khi rôto quay với tốc độ góc $\omega_2 = 100\pi$ rad / s. thì ampe kế chỉ

A. 1,2 A.　　B. 0,5 A.　　C. 2 A.　　D. 0,9 A.

Phân tích và hướng dẫn giải

Suất điện động hiệu dụng xuất hiện trong máy $E = \frac{NBS\omega}{\sqrt{2}}$

Cường độ hiệu dụng dòng điện qua tụ điện:

$$I = \frac{E}{Z_L} = \frac{NBS\omega.\omega C}{\sqrt{2}} = \frac{NBSC}{\sqrt{2}}\omega^2$$

Nhìn vào biểu thức trên ta thấy: I tỉ lệ bình phương với tốc độ góc ω nên khi tăng hoặc giảm ω n lần thì cường độ dòng điện hiệu dụng sẽ tăng hoặc giảm n^2 lần.

Theo bài ra: $\left.\begin{matrix} \omega_1 = 50\pi \text{ rad / s} \\ \omega_2 = 100\pi \text{ rad / s} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1 \Rightarrow I_2 = 2^2 I_1 = 4I_1 = 4.0,5 = 2A$

Chọn đáp án C

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: (Trích đề thi tuyển sinh vào đại học năm 2013)

Một khung dây dẫn phẳng, dẹt, hình chữ nhật có diện tích 60 cm², quay đều quanh một trục đối xứng (thuộc mặt phẳng của khung) trong từ trường đều có vectơ cảm ứng từ vuông góc với trục quay và có độ lớn 0,4 T. Từ thông cực đại qua khung dây là

A. $2,4.10^{-3}$Wb.　　B. $1,2.10^{-3}$Wb.　　C. $4,8.10^{-3}$Wb　　D. $0,6.10^{-3}$Wb.

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $\phi = \phi_0 \cos(\omega t + \varphi) = BS\cos(\omega t + \varphi)$.

Từ thông cực đại qua khung dây là: $\phi_0 = BS = 0,4.60.10^{-4} = 2,4.10^{-3}Wb$.

Chọn đáp án A

Câu 2: Một máy phát điện xoay chiều một pha có phần cảm là rôto gồm 16 cặp cực. Rôto quay với tốc độ 150 vòng/phút. Tần số do máy phát ra là:

A. f = 35Hz　　B. f = 40Hz　　C. f = 45Hz　　D. f = 50Hz

Phân tích và hướng dẫn giải

Tần số do máy phát ra được tính theo công thức: $f = \frac{np}{60} = \frac{150.16}{60} = 40Hz$.

Chọn đáp án B

Câu 3: Một máy phát điện xoay chiều một pha có phần cảm là rôto gồm 10 cặp cực (10 cực nam và 10 cực bắc). Tần số của suất điện động cảm ứng do máy phát ra bằng 50 Hz thì rôto phải quay với tốc độ bằng bao nhiêu?

A. n = 350 vòng/phút　　B. n = 250 vòng/phút

C. n = 30 vòng/phút　　D. n = 400 vòng/phút

Phân tích và hướng dẫn giải

Tốc độ quay của rôto được suy ra từ công thức tính tần số. Vì thế ta có:

$$f = \frac{pn}{60} \Rightarrow n = \frac{60f}{\rho} = \frac{60.50}{10} = 300 \text{ vòng/phút.}$$

Chọn đáp án C

Câu 4: Một máy phát điện xoay chiều có điện trở trong không đáng kể. Mạch ngoài là cuộn cảm thuần nối tiếp với ampe kế nhiệt có điện trở nhỏ. Khi rôto quay với tốc độ góc $\omega_1 = 100\pi$ rad / s thì ampe kế chỉ 0,5A. Khi rôto quay với tốc độ góc $\omega_2 = 50\pi$ rad / s thì ampe kế chỉ

A. 1 A.　　B. 0,5 A.　　C. 0,2 A.　　D. 0,9 A.

Phân tích và hướng dẫn giải

Suất điện động hiệu dụng xuất hiện trong máy $E = \frac{NBS\omega}{\sqrt{2}}$

Cường độ hiệu dụng dòng điện qua cuộn dây: $I = \frac{E}{Z_L} = \frac{NBS\omega}{\sqrt{2}\omega L} = \frac{NBS}{\sqrt{2}L}$

Nhìn vào biểu thức trên ta thấy: I không phụ thuộc tốc độ góc ω nên khi tăng hoặc giảm ω thì cường độ dòng điện hiệu dụng vẫn không đổi. Vì thế ampe kế vẫn chỉ 0,5A.

Chọn đáp án B

Câu 5: Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với một tụ điện có điện dung C. Bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát. Khi rôto của máy quay đều với tốc độ n vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là 1A . Khi rôto của máy quay đều với tốc độ 3n vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là $3\sqrt{3}$A . Nếu rôto của máy quay đều với tốc độ 2n vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu trong mạch là

A. $2\sqrt{3}$A . B. $\sqrt{3}$A . C. $\frac{6}{\sqrt{7}}$A . D. $\frac{8}{\sqrt{7}}$A .

Phân tích và hướng dẫn giải

Suất điện động cực đại của nguồn điện: $E_0 = \omega N\Phi_0 = 2\pi f N\Phi_0$

$\Rightarrow U = E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$ (Bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát).

Cường độ dòng điện qua mạch $I = \frac{U}{Z} = \frac{E}{Z} = \frac{E_0}{\sqrt{2}Z} = \frac{\omega N\Phi_0}{\sqrt{2}Z}$

Khi $n_1 = n$ thì $\omega_1 = \omega \Rightarrow Z_{C_1} = Z_C$

Khi $n_3 = 3n$ thì $\omega_3 = 3\omega \Rightarrow Z_{C_3} = \frac{Z_C}{3}$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_3} = \frac{E_1}{E_3}.\frac{Z_3}{Z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_3}.\frac{Z_3}{Z_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_3} = \frac{1}{3}\frac{\sqrt{R^2 + \frac{Z_C^2}{9}}}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{9R^2 + Z_C^2}}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 9R^2 + Z_C^2 = 3R^2 + 3Z_C^2 \Rightarrow Z_C^2 = 2R^2$$

$$\Rightarrow Z_C = R\sqrt{3} \Rightarrow Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = 2R$$

Khi $n_3 = 2n$ thì $\omega_2 = 2\omega \Rightarrow Z_{C_2} = \frac{Z_C}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow Z_2 = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}R$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{E_1}{E_2}.\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{1}{2}.\frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{\sqrt{7}}{8} \Rightarrow \mathbf{I_2} = I_2 = \frac{8}{\sqrt{7}}I_1 = \frac{8}{\sqrt{7}}(A)$$

Chọn đáp án D

Câu 6: Nếu giảm tốc độ của roto đi 144 vòng/phút so với ban đầu thì suất điện động hiệu dụng khi đó do máy phát ra thay đổi một lượng 14,314V. Tốc độ của roto phải thay đổi bao nhiêu vòng/phút so với ban đầu để tần số của dòng điện do máy phát ra tăng từ 2169Hz đến 2340Hz và suất điện động hiệu dụng do máy phát ra thay đổi 200V so với ban đầu.

A. Tăng 2012 vòng/phút. B. Giảm 2012 vòng/phút.

C. Tăng 2011 vòng/phút. D. Giảm 2011 vòng/phút.

Phân tích và hướng dẫn giải

Suất điện động cực đại của nguồn điện:

$$E_0 = \omega N\Phi_0 = 2\pi f N\Phi_0 = 2\pi\frac{np}{60}N\Phi_0 \qquad (1)$$

$$E \uparrow \Leftrightarrow f \uparrow \Leftrightarrow n \uparrow \Rightarrow \frac{E}{E_0} = \frac{n}{n_0} \Leftrightarrow \frac{E - E_0}{E_0} = \frac{n - n_0}{n_0} \Leftrightarrow \frac{\Delta E}{E_0} = \frac{\Delta n}{n_0}$$

Theo bài ra: Khi $\Delta n_1 = -144$ (vòng/phút) thì

$$\Delta E_1 = -14,314\ (V) \Rightarrow \frac{\Delta E_1}{E_0} = \frac{\Delta n_1}{n_0} \qquad (2)$$

Cần tìm Δn_2 (vòng/ phút) khi $\Delta E = \Delta E_2 = 200(V) \Rightarrow \frac{\Delta E_2}{E_0} = \frac{\Delta n_2}{n_0}$ (3)

Từ (2) và (3) ta có:

$$\frac{\Delta n_2}{\Delta n_1} = \frac{\Delta E_2}{\Delta E_1} \Rightarrow \Delta n_2 = \Delta n_1\frac{\Delta E_2}{\Delta E_1} = (-144)\frac{200}{(-14,314)} = 2012 \text{ (vòng/phút)}$$

Chọn đáp án A

Câu 7: Một máy phát điện xoay chiều một pha có điện trở thuần của các cuộn dây không đáng kể. Mạch ngoài được nối với đoạn mạch AB gồm các phần tử mắc nối tiếp. Nhận định nào sau đây là ***đúng*** khi máy phát điện hoạt động?

A. Có thể thay đổi được tần số của dòng điện xoay chiều khi điều chỉnh cấu tạo của mạch ngoài.

B. Có thể thay đổi được điện áp hiệu dụng ở hai đầu mạch ngoài khi điều chỉnh cấu tạo mạch ngoài.

C. Có thể điều chỉnh được điện áp hiệu dụng hai đầu một phần tử nào đó khi điều chỉnh cấu tạo mạch ngoài.

D. Có thể điều chỉnh được hiệu suất của máy khi điều chỉnh cấu tạo mạch ngoài.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi nối máy phát điện với một mạch tiêu thụ điện thì dao động điện trong mạch tiêu thụ chính là một dao động điện cưỡng bức nên tần số của nó luôn bằng tần số điện áp của máy phát tạo ra. Nên ta chỉ có thể thay đổi cường độ hiệu dụng qua các phần tử, tức là có thể điều chỉnh điện áp hiệu dụng hai đầu mỗi phần tử.

Chọn đáp án C

Câu 8: Một mạch tiêu thụ điện là cuộn dây có điện trở thuần r = 8Ω, tiêu thụ công suất P = 32W với hệ số công suất cosφ = 0,8. Điện năng được đưa từ máy phát điện xoay chiều 1 pha nhờ dây dẫn có điện trở R = 4Ω. Điện áp hiệu dụng 2 đầu đường dây nơi máy phát là

A.$10\sqrt{5}$ V B.28V C.$12\sqrt{5}$ V D.24V

Phân tích và hướng dẫn giải

$\cos\varphi = \dfrac{r}{Z_d} = 0,8 \Rightarrow Z_d = 10\Omega$ và $Z_L = 6\Omega$,

Cường độ dòng điện qua mạch $I = \sqrt{\dfrac{P}{r}} = 2$ (A)

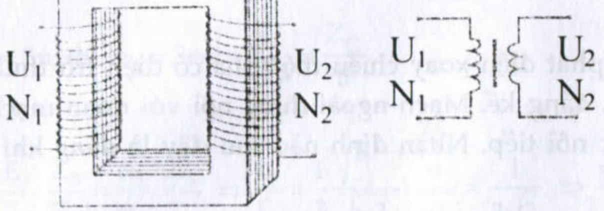
Điện áp hiệu dụng 2 đầu đường dây nơi máy phát là

$$U = I\sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2} = 2\sqrt{12^2+6^2} = 12\sqrt{5} \quad (V)$$

Chọn đáp án C

DẠNG 2: BÀI TOÁN VỀ MÁY BIẾN ÁP

PHƯƠNG PHÁP



1) Suất điện động trong cuộn sơ cấp: $e_1 = N_1\left|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$

Suất điện động trong cuộn thứ cấp: $e_2 = N_2\left|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$

$$\Rightarrow \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} \qquad (1)$$

Trong đó e_1 được coi như nguồn thu: $e_1 = u_1 - i_1.r_1$

e_2 được coi như nguồn phát: $e_2 = u_2 + i_2.r_2$

$$\Rightarrow \frac{e_1}{e_2} = \frac{u_1 - i_1.r_1}{u_2 + i_2.r_2} = \frac{N_1}{N_2} \qquad (2)$$

Khi $r_1 \approx r_2 \approx 0$ (hay $r_1 \approx 0$, mạch thứ cấp hở) thì ta có:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k \qquad (3)$$

Với k là hệ số máy biến áp

- Nếu $k > 1 \Rightarrow U_1 > U_2 \Rightarrow$ máy hạ áp
- Nếu $k < 1 \Rightarrow U_1 < U_2 \Rightarrow$ máy tăng áp

2) Công suất của máy biến thế:

- Công suất của cuộn sơ cấp: $P_1 = U_1I_1\cos\varphi_1$
- Công suất của cuộn thứ cấp: $P_2 = U_2I_2\cos\varphi_2$

3) Hiệu suất của máy biến thế:

$$H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2I_2\cos\varphi_2}{U_1I_1\cos\varphi_1}$$

+ Nếu H = 1 thì ta có: $\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{I_2}{I_1} = \dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{E_1}{E_2}$

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Một máy biến áp lí tưởng có hai cuộn dây lần lượt là 10000vòng và 200vòng. Muốn tăng áp thì cuộn nào là cuộn sơ cấp ? Nếu đặt vào cuộn sơ cấp điện áp hiệu dụng U_1=220V thì điện áp hiệu dụng ở cuộn thứ cấp bằng bao nhiêu?

A. $N_1 = 200$ vòng; $N_2 = 10000$ vòng; $U_2 = 11000$V

B. $N_1 = 10000$ vòng; $N_2 = 200$ vòng; $U_2 = 220$V

C. $N_1 = 200$ vòng; $N_2 = 10000$ vòng; $U_2 = 10000$V

D. $N_1 = 10000$ vòng; $N_2 = 200$ vòng; $U_2 = 11000$V

Phân tích và hướng dẫn giải

Để là máy tăng áp thì số vòng cuộn thứ cấp phải lớn hơn cuộn sơ cấp vì thế nếu N_1 là số vòng dây cuộn sơ cấp và N_2 là số vòng dây cuộn thứ cấp thì: N_1 = 200 vòng, N_2 = 10000 vòng

Áp dụng công thức của máy biến áp để tính điện áp hiệu dụng ở cuộn thứ cấp:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow U_2 = \frac{N_2}{N_1}.U_1 = \frac{10.000}{200}.220 = 11000V$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 2: Cuộn thứ cấp của máy biến thế có 1000vòng. Từ thông xoay chiều trong lõi biến thế có tần số 50Hz và giá trị cực đại 0,5mWb. Suất điện động hiệu dụng của cuộn thứ cấp là:

A. 111V. B. 157V C. 500V. D. 353,6V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Đọc xong đề các bạn sẽ thấy có cái gì đó hơi lạ vì bài toán chỉ hỏi riêng ở cuộn thứ cấp, bài toán là dịp để các bạn hiểu một điều: suất điện động giữa hai đầu cuộn thứ cấp và hiệu điện thế hai đầu cuộn thứ cấp. Trong bài này hai đại lượng trên là giống nhau vì trên cuộn thứ cấp không có tải tiêu thụ.

Theo bài ra ta có: $E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{N\omega\Phi_0}{\sqrt{2}} = \frac{1000.100\pi.0,5.10^{-3}}{\sqrt{2}} = 111V$

Chọn đáp án A.

Ví dụ 3: Một máy biến thế dùng trong máy thu vô tuyến có cuộn sơ cấp gồm 1000 vòng, mắc vào mạng điện 127V và ba cuộn thứ cấp để lấy ra các hiệu điện thế 6,35V; 15V; 18,5V. Số vòng dây của mỗi cuộn thứ cấp lần lượt là:

A. 71vòng, 167vòng, 207vòng B. 71vòng, 167vòng, 146vòng

C. 50vòng, 118vòng, 146vòng D. 71vòng, 118vòng, 207vòng

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là bài toán máy biến thế có một cuộn sơ cấp nhưng lại có ba cuộn thứ cấp, bài toán được giải quyết tuần tự thôi không có gì khó khăn cả. Chỉ cần áp dụng công thức máy biến thế và sau đó tính cho từng cuộn thứ cấp là có ngay đáp án.

Áp dụng công thức máy biến thế:

$\frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow N_2 = \frac{N_1}{U_1}.U_2$ Thay số vào từng trường hợp:

Cuộn thứ cấp thứ nhất: $N_{21} = \frac{N_1}{U_1}.U_{21} = \frac{1000}{127}.6,35 = 50$ vòng

Cuộn thứ cấp thứ hai: $N_{22} = \frac{N_1}{U_1}.U_{22} = \frac{1000}{127}.15 = 118$ vòng

Cuộn thứ cấp thứ ba: $N_{23} = \frac{N_1}{U_1}.U_{23} = \frac{1000}{127}.18.5 = 146$ vòng

Chọn đáp án C

Ví dụ 4: Cuộn sơ cấp của máy biến áp mắc qua ampe kế vào điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 100V thì ampe kế chỉ 0,0125A. Biết cuộn thứ cấp mắc vào mạch gồm một nam châm điện có r = 1Ω và một điện trở R = 9Ω. Tỉ số giữa vòng dây cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp bằng 20. Bỏ qua hao phí. Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và điện áp ở cuộn thứ cấp là?

A. π/4. B. −π/4. C. π/2. D. π/3.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = 20 \Rightarrow U_2 = \frac{U_1}{20}. = \frac{100}{20} = 5V$.

Mặt khác, bỏ qua hao phí: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow I_2 = \frac{U_1}{U_2}.I_1 = \frac{100}{5}.0,0125 = 0,25A$.

Mạch thứ cấp có tải nên tổng trở cuộn thứ cấp: $Z = \frac{U_2}{I_2} = \frac{5}{0,25} = 20\Omega$.

Mà $Z = \sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2} \Rightarrow Z_L = \sqrt{Z^2 - (R+r)^2} = \sqrt{20^2 - (9+1)^2} = 10\sqrt{3}\Omega$

Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế ở cuộn thứ cấp:

$\tan\varphi_2 = \frac{Z_L}{R+r} = \frac{10\sqrt{3}}{9+1} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3}$

Chọn đáp án D

Chú ý: *vì đề chỉ yêu cầu tìm độ lệch pha nên chỉ lấy dấu dương vì thế loại ngay đáp án B nên ta chỉ cần tính độ lệch pha theo cos nhanh hơn vì đã có tổng trở Z và tổng điện trở (R + r)*

$\cos\varphi_2 = \frac{R+r}{Z} = \frac{10}{20} = 0,5 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3}$

Ví dụ 5: Một máy tăng áp có tỷ lệ số vòng ở 2 cuộn dây là 0,5. Nếu ta đặt vào 2 đầu cuộn sơ cấp một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng là 130V thì điện áp đo được ở 2 đầu cuộn thứ cấp để hở sẽ là 240V. Hãy lập tỷ lệ giữa điện trở thuần r của cuộn sơ cấp và cảm kháng ZL của cuộn sơ cấp.

A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{\sqrt{168}}$ D. $\frac{13}{24}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Cuộn sơ cấp có điện trở hoạt động nên U_L đóng vai trò là điện áp hai đầu cuộn sơ cấp.

Áp dụng công thức máy biến thế ta có:

$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_L}{U_2} = 0,5 \Rightarrow U_L = 0,5U_2 = 0,5.240 = 120V$

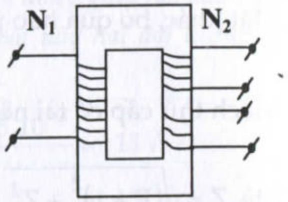
Ở cuộn sơ cấp: $U_1^2 = U_r^2 + U_L^2 \Rightarrow U_r = \sqrt{U_1^2 - U_L^2} = \sqrt{130^2 - 120^2} = 50V$

Tỷ lệ giữa điện trở thuần r của cuộn sơ cấp và cảm kháng ZL của cuộn sơ cấp.

$$I = \frac{U_r}{r} = \frac{U_L}{Z_L} \Rightarrow \frac{r}{Z_L} = \frac{U_r}{U_L} = \frac{5}{12}$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 6: Trong máy biến thế ở hình 2, cuộn sơ cấp có $N_1 = 1320$ vòng, hiệu điện thế $U_1 = 220V$, cuộn thứ cấp thứ nhất có $U_2 = 10V$, $I_2 = 0,5$ A; cuộn thứ cấp thứ hai có $N_3 = 36$ vòng, $I_3 = 1,2A$. Cường độ dòng điện trong cuộn sơ cấp và số vòng trong cuộn thứ cấp thứ nhất là



A. $I_1 = 0,023$ A; $N_2 = 60$ vòng

B. $I_1 = 0,055A$; $N_2 = 60$ vòng

C. $I_1 = 0,055A$; $N_2 = 86$ vòng.

D. $I_1 = 0,023A$; $N_2 = 86$ vòng

Phân tích và hướng dẫn giải

Áp dụng công thức máy biến thế cho cuộn sơ cấp với cuộn thứ cấp thứ nhất:

Số vòng cuộn thứ cấp thứ nhất: $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \Rightarrow N_2 = \frac{N_1U_2}{U_1} = \frac{1320.10}{220} = 60$ vòng

Áp dụng công thức máy biến thế cho cuộn sơ cấp với cuộn thứ cấp thứ hai:

Hiệu điện thế cuộn thứ cấp thứ hai: $\frac{N_1}{N_3} = \frac{U_1}{U_3} \Rightarrow U_3 = \frac{U_1N_3}{N_1} = \frac{220.36}{1320} = 6V$

Ta có: $P_1 = P_2 + P_3 \Rightarrow I_1U_1 = I_2U_2 + I_3U_3 \Rightarrow I_1 = \frac{6.1,2 + 10.0,5}{220} = 0,055A$

Chọn đáp án B

Ví dụ 7: Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của một máy biến áp lí tưởng một điện áp xoay chiều có giá trị không đổi thì hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu mạch thứ cấp khi để hở là 100V. Nếu tăng thêm n vòng dây ở cuộn sơ cấp thì hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thứ cấp khi để hở là U; nếu giảm bớt n vòng dây ở cuộn sơ cấp thì hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu mạch thứ cấp khi để hở là 2U. Nếu tăng thêm 2n vòng dây ở cuộn thứ cấp thì hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thứ cấp có thể là

A. 50V. B. 100V C. 60V D. 120V

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi điện áp hiệu dụng đặt vào cuộn sơ cấp là U_1, số vòng dây cuộn sơ cấp và thứ cấp là N_1 và N_2

Theo bài ra ta có:

Ban đầu: $\frac{U_1}{100} = \frac{N_1}{N_2}$ (1)

Khi tăng thêm n vòng dây ở cuộn sơ cấp: $\frac{U_1}{U} = \frac{N_1 + n}{N_2}$ (2)

Khi giảm bớt n vòng dây ở cuộn sơ cấp: $\frac{U_1}{2U} = \frac{N_1 - n}{N_2}$ (3)

Khi tăng thêm 2n vòng dây ở cuộn thứ cấp: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2 + 2n}$ (4)

Lấy (1) : (2) $\Rightarrow \frac{U}{100} = \frac{N_1}{N_1 + n}$ (5)

Lấy (1) : (3) $\Rightarrow \frac{2U}{100} = \frac{N_1}{N_1 - n}$ (6)

Lấy (5) : (6) $\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{N_1 - n}{N_1 + n} \Rightarrow N_1 = 3n$

Lấy (1) : (4) $\Rightarrow \frac{U_2}{100} = \frac{(N_2 + 2n)}{N_2} = 1 + \frac{2n}{N_2} = 1 + \frac{2}{3}\frac{N_1}{N_2}$

$\Rightarrow U_2 = 100 + \frac{2}{3}U_1 > 100V$

Chọn đáp án D

Ví dụ 8: Một máy tăng áp lí tưởng có điện áp hai đầu cuộn sơ cấp ổn định. Nếu ta tăng số vòng dây ở cuộn sơ cấp và thứ cấp lên một số vòng như nhau thì điện áp hai đầu cuộn thứ sẽ:

A. tăng. B. giảm.

C. có thể tăng hoặc giảm. D. chưa kết luận được.

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi U_1 là điện áp đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp; N_1 và N_2 là số vòng dây của cuộn sơ cấp và thứ cấp. Với $N_2 > N_1$ vì máy tăng áp; $U_2; U'_2$ là điện áp hai đầu cuộn thứ cấp lúc đầu và lúc tăng số vòng dây mỗi cuộn lên n vòng.

Áp dụng công thức máy biến áp ta có:

Lúc đầu: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$ (1)

Lúc tăng n vòng ở cả hai cuộn: $\frac{U'_2}{U_1} = \frac{N_2 + n}{N_1 + n}$ (2)

Lấy (1) chia cho (2) ta được:

$$\frac{U_2}{U'_2}=\frac{N_2}{N_1}.\frac{N_1+n}{N_2+n}=\frac{N_1N_2+nN_2}{N_1N_2+nN_1}>1 \text{ vì } N_2>N_1$$

Do đó $U'_2<U_2 \Rightarrow$ Điện áp hai đầu cuộn thứ cấp sẽ giảm.

Chọn đáp án B

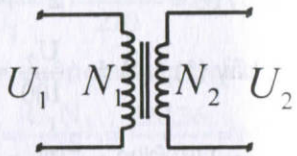
Ví dụ 9: Một máy hạ thế có tỉ số $\frac{N_1}{N_2}=\frac{220}{127}$. Điện trở của cuộn sơ cấp là $r_1=3,6\Omega$, điện trở của cuộn thứ cấp $r_2=1,2\Omega$. Mạch ngoài cuộn thứ cấp chỉ có điện trở thuần R = 10Ω. Xem mạch từ là khép kín và hao phí do dòng phucô không đáng kể. Xác định U₂ và hiệu suất của máy biến thế biết U₁=220V.

A. $U_2=102,5V$; $H=80,6\%$ B. $U_2=135,5V$; $H=80,6\%$

C. $U_2=122,5V$; $H=86,3\%$ D. $U_2=102,5V$; $H=82,6\%$

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $\frac{E_2}{E_1}=\frac{N_2}{N_1}=\frac{1}{k}$ với $k=\frac{127}{220}$. (1)



Do mạch từ là khép kín và hao phí dòng phucô không đáng kể nên công suất hai nguồn cảm ứng là như nhau:

$$E_1I_1=E_2I_2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1}=\frac{E_1}{E_2}=k \qquad (2)$$

Ở cuộn sơ cấp, E₁ đóng vai trò của suất phản điện: $E_1=U_1-I_1r_1$ (3)

Ở cuộn thứ cấp, E₂ đóng vai trò của nguồn điện: $E_2=U_2+I_2r_2$ (4)

Với: $I_2=\frac{U_2}{R}, I_1=\frac{I_2}{k}$

$$(2)\Rightarrow U_1-I_1r_1=k\left(U_2+I_2r_2\right)\Rightarrow U_1=k\left(U_2+\frac{U_2}{R}r_2\right)+\frac{U_2}{k.R}.r_1$$

$$\Rightarrow U_1=U_2\frac{k^2\left(R+r_2\right)+r_1}{kR};\ U_2=\frac{kRU_1}{k^2(R+r_2)+r_1}$$

Thay số $\Rightarrow U_2=102,5V$

$$H=\frac{P_2}{P_1}=\frac{U_2I_2}{U_1I_1}=\frac{k^2R}{k^2(R+r_2)+r_1}=80,6\%$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 10: **(Trích đề thi tuyển sinh vào đại học):**

Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của một máy biến áp lí tưởng (bỏ qua hao phí) một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thứ cấp để hở là 100V. Ở cuộn thứ cấp, nếu giảm bớt n vòng dây thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu để hở của nó là U, nếu tăng thêm n vòng dây thì điện áp đó là 2U. Nếu tăng thêm 3n vòng dây ở cuộn thứ cấp thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu để hở của cuộn này bằng

A. 100 V B. 200 V C. 220 V D. 110 V

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo đề bài thì U₁, N₁ không đổi

Điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp khi chưa quấn thêm hay giảm bớt:

$$U_2=U_1\frac{N_2}{N_1}=100$$

Điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp khi giảm bớt n vòng và quấn thêm n vòng là:

$$\begin{cases} U=\dfrac{U_1}{N_1}(N_2-n) \\ 2U=\dfrac{U_1}{N_1}(N_2+n) \end{cases} \Rightarrow n=\frac{N_2}{3}$$

Điện áp ở hai đầu cuộn thứ cấp khi quấn thêm 3n vòng:

$\Rightarrow U_2'=\frac{U_1}{N_1}(N_2+3n)=200\text{ V} \Rightarrow$ ***đáp án B***

Ví dụ 11: **(trích đề thi tuyển sinh vào đại học):**

Một học sinh quấn một máy biến áp với dự định số vòng dây của cuộn sơ cấp gấp hai lần số vòng dây của cuộn thứ cấp. Do sơ suất nên cuộn thứ cấp bị thiếu một số vòng dây. Muốn xác định số vòng dây thiếu để quấn tiếp thêm vào cuộn thứ cấp cho đủ, học sinh này đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, rồi dùng vôn kế xác định tỉ số điện áp ở cuộn thứ cấp để hở và cuộn sơ cấp. Lúc đầu tỉ số điện áp bằng 0,43. Sau khi quấn thêm vào cuộn thứ cấp 24 vòng dây thì tỉ số điện áp bằng 0,45. Bỏ qua mọi hao phí trong máy biến áp. Để được máy biến áp đúng như dự định, học sinh này phải tiếp tục quấn thêm vào cuộn thứ cấp

A. 100 vòng dây. B. 84 vòng dây.

C. 60 vòng dây. D. 40 vòng dây.

Phân tích và hướng dẫn giải

Từ công thức máy biến áp: $\frac{U_2}{U_1}=\frac{N_2}{N_1}$

⇒ Tỉ số điện áp cũng chính là tỉ số cuộn dây của cuộn thứ cấp so với sơ cấp.

Tỉ số điện áp của cuộn thứ cấp so với cuộn sơ cấp lúc đầu: $\frac{N_2}{N_1}=0,43$ (1)

Tỉ số điện áp của cuộn thứ cấp so với cuộn sơ cấp khi quấn thêm 24 vòng vào cuộn thứ cấp: $\frac{N_2+24}{N_1}=0,45$ (2)

Từ (1) và (2) ta tìm được: $\begin{cases}N_1=1200\\N_2=516\end{cases}$

Tỉ số điện áp của cuộn thứ cấp so với cuộn sơ cấp theo dự định:

$$\frac{N_2+\Delta N}{N_1}=0,5\Rightarrow\Delta N=0,5.N_1-N_2=0,5.1200-516=84$$

Do đã quấn 24 vòng nên số vòng tiếp tục quấn thêm là 84 – 24 = 60.

Chọn đáp án D

Lí thuyết phần quấn ngược MBA:

Do máy biến áp là lí tưởng, điện trở trong cuộn sơ và thứ cấp coi như bằng 0 nên U = E. Số vòng quấn ngược tạo ra suất điện động chống lại các vòng quấn thuận. Suất điện động tự cảm trong mỗi vòng dây là e_0

Gọi n_1 là số vòng quấn ngược cuộn sơ cấp, khi đó trong cuộn sơ cấp có N_1-n_1 vòng quấn thuận nên suất điện động tự cảm trong cuộn sơ cấp là

$$U_1=E_1=\left(N_1-n_1\right)e_0-n_1e_0=\left(N_1-2n_1\right)e_0\ (1)$$

Tương tự Suất điện động tự cảm trong cuộn thứ cấp là:

$$U_2=E_2=\left(N_2-n_2\right)e_0-n_2e_0=\left(N_2-2n_2\right)e_0\ (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1-2n_1}{N_2-2n_2}$

Sau đây là một số ví dụ về dạng toán này

Ví dụ 12: Một người định quấn một máy hạ áp từ điện áp U_1 = 220 (V) xuống U_2 =110 (V) với lõi không phân nhánh, xem máy biến áp là lí tưởng, khi máy làm việc thì suất điện động hiệu dụng xuất hiện trên mỗi vòng dây là 1,25 Vôn/vòng. Người đó quấn đúng hoàn toàn cuộn thứ cấp nhưng lại quấn ngược chiều những vòng cuối của cuộn sơ cấp. Khi thử máy với điện áp U_1 = 220V thì điện áp hai đầu cuộn thứ cấp đo được là 121(V). Số vòng dây bị quấn ngược là:

A. 9 B. 8 C. 12 D. 10

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra, dễ dàng tính được số vòng dây cuộn sơ cấp: $N_1=\frac{220}{1,25}=176$ vòng

Gọi số vòng các cuộn dây của máy biến áp theo đúng yêu cầu là N_1 và N_2

Ta có $\frac{N_1}{N_2}=\frac{220}{110}=2\Rightarrow N_2=\frac{N_1}{2}=88$ vòng

Gọi n là số vòng dây bị cuốn ngược. Khi đó áp dụng công thức tính số vòng ngược đối với cuộn sơ cấp $\left(n_1=n;\ n_2=0\right)$, ta có:

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1-2n}{N_2}\Rightarrow n=\frac{N_1U_2-N_2U_1}{2U_2}=\frac{176.121-88.220}{2.121}=8\ \text{vòng}$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 13: Một học sinh quấn một máy biến áp có số vòng dây cuộn thứ cấp gấp hai lần số vòng dây cuộn sơ cấp. Khi đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp để hở là 1,92U Khi kiểm tra thì phát hiện trong cuộn thứ cấp có 40 vòng dây bị quấn ngược chiều so với đa số các vòng dây trong đó. Bỏ qua mọi hao phí máy biến thế. Tổng số vòng dây đã được quấn trong máy biến thế này là

A. 2000 vòng. B. 3000 vòng. C. 6000 vòng. D. 1500 vòng.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $N_2=2N_1$

Áp dụng công thức tính số vòng ngược đối với cuộn thứ cấp $\left(n_1=0;\ n_2=n\right)$, ta có:

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2-2n}\Rightarrow n=\frac{N_2U_1-N_1U_2}{2U_1}=\frac{2N_1U-N_1.1{,}92U}{2U}=0{,}04N_1$$

$$\Rightarrow N_1=\frac{n}{0{,}04}=\frac{40}{0{,}04}=1000\ \text{vòng}$$

Vậy tổng số vòng dây đã được quấn trong máy biến thế là:

$$N=N_1+N_2=N_1+2N_1=3N_1=3000\ \text{vòng}$$

Chọn đáp án B

Ví dụ 14: Cho một máy biến thế có hiệu suất 80%. Cuộn sơ cấp có 150 vòng, cuộn thứ cấp có 300 vòng. Hai đầu cuộn thứ cấp nối với một cuộn dây có điện trở hoạt động 100Ω, độ tự cảm 1/π H. Hệ số công suất mạch sơ cấp bằng 1. Hai đầu cuộn sơ cấp được đặt ở hiệu điện thế xoay chiều có U_1 = 100V, tần số 50Hz. Tính công suất mạch thứ cấp và cường độ hiệu dụng mạch sơ cấp?

A. 100W và 1,5A	B. 150W và 2,5A
C. 200W và 2,5ª	D. 250W và 2,0A

Phân tích và hướng dẫn giải

$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{N_2}{N_1}\Rightarrow U_2=200V$$

$$R_2 = 100\ \Omega,\ Z_{L2} = 100\ \Omega \Rightarrow Z_2 = 100\sqrt{2}\ \Omega \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = \sqrt{2}\ A$$

$$\Rightarrow P_2 = R_2 I_2^2 = 200W$$

$$H=\frac{P_2}{P_1}\Rightarrow P_1=\frac{P_2}{H}=U_1I_1\Rightarrow I_1=\frac{P_2}{HU_1}=\frac{200}{0,8.100}=2,5(A)$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 15: Máy biến áp có số vòng dây ở cuộn sơ cấp là $N_1 = 400$ vòng, thứ cấp là $N_2 = 100$ vòng. Điện trở của cuộn sơ cấp $r_1 = 4\,\Omega$, điện trở ở cuộn thứ cấp $r_2 = 1\,\Omega$. Điện trở mắc vào cuộn thứ cấp $R = 10\,\Omega$. Xem mạch từ là khép kín và bỏ qua hao phí. Đặt vào hai cuộn sơ cấp điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng $U_1 = 360V$. Xác định điện áp hiệu dụng U_2 tại hai đầu cuộn thứ cấp và hiệu suất của máy biến thế.

A. 84V; 93,3% B. 80V; 80% C. 100V; 93,3% D. 84V; 80%

Phân tích và hướng dẫn giải

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{E_1}{E_2}=\frac{U_1-I_1.r_1}{I_2(R+r_2)}\Leftrightarrow\frac{400}{100}=\frac{360-I_1.4}{I_2(10+1)}\Leftrightarrow 4=\frac{360-4I_1}{11I_2}(1)$$

Ta lại có: $\frac{N_1}{N_2}=\frac{I_2}{I_1}\Leftrightarrow\frac{400}{100}=\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow I_2=4I_1 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có: $44I_2=360-4I_1\Leftrightarrow 44.4I_1=360-4I_1\Rightarrow\begin{cases}I_1=2,1A\\ I_2=8,4A\end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases}U_2=U_R=RI_2=10.8,4=84V\\ H=\dfrac{U_2I_2}{U_1I_1}=\dfrac{84.8,4}{360.2,1}=93,3\%\end{cases}$$

Chọn đáp án A

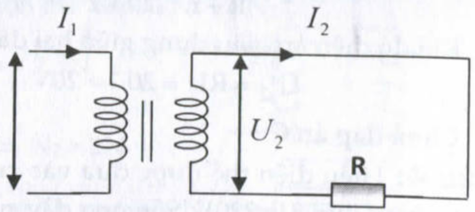
🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Cuộn sơ cấp và thứ cấp của một máy biến áp có số vòng lần lượt là 600 vòng và 120 vòng. Đặt vào 2 đầu cuộn sơ cấp một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 380V. Nối 2 đầu cuộn thứ cấp với điện trở có $R = 100\,\Omega$. Tính cường độ dòng điện chạy trong cuộn sơ cấp(bỏ qua mọi hao phí ở máy biến áp)

A. 0,152A B. 0,76A C. 2A D. 6A

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có hình vẽ như sau:



Vì bỏ qua hao phí ở máy biến áp

Nên ta có: $U_2 = U_1\frac{N_2}{N_1} = 76\ V$

Cường độ dòng điện chạy trong cuộn thứ cấp: $I_2 = \frac{U_2}{R} = 0,76\ A$

Cường độ dòng điện chạy trong cuộn sơ cấp: $I_1 = \frac{N_2 I_2}{N_1} = 0,152\ A$

Chọn đáp án A

Câu 2: Cuộn sơ cấp của một máy biến áp được nối với mạng điện xoay chiều có điện áp 380V. Cuộn thứ cấp có dòng điện 1,5A chạy qua và có điện áp giữa hai đầu dây là 120V. Biết số vòng dây của cuộn thứ cấp là 30. Tìm số vòng dây của cuộn sơ cấp và cường độ dòng điện chạy qua nó. Bỏ qua hao phí điện năng trong máy.

A. $\begin{cases}N_1=30\\ I_1=4,75A\end{cases}$ B. $\begin{cases}N_1=95\\ I_1=4A\end{cases}$ C. $\begin{cases}N_1=95\\ I_1=4,75A\end{cases}$ D. $\begin{cases}N_1=60\\ I_1=4,75A\end{cases}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Vì bỏ qua sự hao phí năng lượng nên hiệu suất là 100%, máy biến áp là lí tưởng. Ta có: $\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}=\frac{I_1}{I_2}$

Thay các đại lượng đã biết: $\frac{380}{120}=\frac{N_1}{30}=\frac{I_1}{1,5}\Rightarrow\begin{cases}N_1=95\\ I_1=4,75A\end{cases}$

Chọn đáp án C

Câu 3: Một máy biến thế có số vòng cuộn sơ cấp gấp 10 lần cuộn thứ cấp. Hai đầu cuộn sơ cấp mắc vào nguồn xoay chiều có điện áp hiệu dụng $U_1 = 220V$. Điện trở của cuộn sơ cấp là $r_1 \approx 0$ và cuộn thứ cấp $r_2 \approx 2\Omega$. Mạch từ khép kín; bỏ qua hao phí do dòng Fuco và bức xạ. Khi hai đầu cuộn thứ cấp mắc với điện trở $R = 20\Omega$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuôn thứ cấp bằng bao nhiêu?

A. 18V B. 22V C. 20V D. 24V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thứ cấp để hở:

$$U_2=\frac{U_1}{10}=22V=E_2$$

Cường độ dòng điện qua cuộn thứ cấp khi nối với điện trở R:

$$I_2 = \frac{E_2}{R + r} = \frac{22}{20 + 2} = 1A$$

Khi đó điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuôn thứ cấp có tải:

$$U'_2 = RI_2 = 20.1 = 20V$$

Chọn đáp án C

Câu 4: Hiệu điện thế được đưa vào cuộn sơ cấp của một máy biến áp có giá trị hiệu dụng là 220V. Số vòng dây của cuộn sơ cấp và thứ cấp tương ứng là 1100 vòng và 50vòng. Mạch thứ cấp gồm một điện trở thuần $8\,\Omega$, một cuộn cảm có cảm kháng $2\,\Omega$ và một tụ điện mắc nối tiếp. Biết dòng điện chạy qua cuộn sơ cấp bằng 0,032A, bỏ qua hao phí của máy biến áp, độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện trong mạch thứ cấp là

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ hoặc $-\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{6}$ hoặc $-\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Áp dụng: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow U_2 = \frac{U_1.N_2}{N_1} = \frac{220.50}{1100} = 10V$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow I_2 = \frac{U_1 I_1}{U_2} = \frac{220.0,032}{10} = 0,704A \approx \frac{\sqrt{2}}{2}A$$

Tổng trở mạch thứ cấp: $Z_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 10\sqrt{2}\,\Omega$

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện trong mạch thứ cấp là

$$\cos\varphi = \frac{R + r}{Z_2} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{4}$$

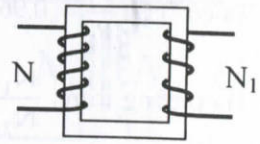
Chọn đáp án B

Câu 5: Có hai máy biến áp lí tưởng (bỏ qua mọi hao phí) cuộn sơ cấp có cùng số vòng dây nhưng cuộn thứ cấp có số vòng dây khác nhau. Khi đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U không đổi vào hai đầu cuộn thứ cấp của máy thứ nhất thì tỉ số giữa điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp để hở và cuộn sơ cấp của máy đó là 1,5. Khi đặt điện áp xoay chiều nói trên vào hai đầu cuộn sơ cấp của máy thứ hai thì tỉ số đó là 2. Khi cùng thay đổi số vòng dây của cuộn thứ cấp của mỗi máy 50 vòng dây rồi lặp lại thí nghiệm thì tỉ số điện áp nói trên của hai máy là bằng nhau. Số vòng dây của cuộn sơ cấp của mỗi máy là

A. 200 vòng B. 100 vòng C. 150 vòng D. 250 vòng

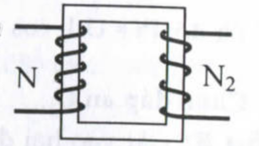
Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi số vòng dây cuộn sơ cấp là N, cuộn thứ cấp là N_1 và N_2



Theo bài ra ta có : $= \frac{N_1}{N} = 1,5 \Rightarrow N_1 = 1,5N$

$$\frac{U_{22}}{U} = \frac{N_2}{N} = 2 \Rightarrow N_2 = 2N$$



Để hai tỉ số trên bằng nhau ta phải tăng N_1 và giảm N_2

Do đó $\frac{N_1 + 50}{N} = \frac{N_2 - 50}{N} \Rightarrow N_1 + 50 = N_2 - 50$

$\Rightarrow 1,5N + 50 = 2N - 50 \Rightarrow N = 200$ vòng.

Chọn đáp án A

Câu 6: Một máy hạ áp, cuộn dây sơ cấp có $N_1 = 440$ vòng và điện trở $r_1 = 7,2\Omega$, cuộn thứ cấp có $N_2 = 254$ vòng và điện trở $r_2 = 2,4\Omega$. Mắc vào cuộn thứ cấp một điện trở $R = 20\Omega$, coi mạch là khép kín và hao phí do dòng Fu-cô không đáng kể. Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng $U_1 = 220V$. Xác định điện áp hiệu dụng ở hai đầu tải R. Tính hiệu suất của máy biến áp đó.

A. 102,4V; 80,64% B. 80V; 82% C. 100V; 94,2% D. 84V; 86%

Phân tích và hướng dẫn giải

Công thức máy biến thế: $\frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1 - I_1.r_1}{I_2(R + r_2)} \Leftrightarrow \frac{440}{254} = \frac{220 - I_1.7,2}{I_2(20 + 2,4)}$ (1)

Mạch khép kín và hao phí do dòng Fu-cô không đáng kể nên $P_1 = P_2$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{440}{254} = \frac{I_2}{I_1} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} 9856I_2 + 1828,8I_1 = 254.220 \\ 254I_2 - 440I_1 = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = 2,9563 \\ I_2 = 5,121 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_R = RI_2 = 102,42V \\ H = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1} = 80,64\% \end{cases}$$

Chọn đáp án A

Câu 7: Một máy biến thế có tỉ số vòng $\frac{N_1}{N_2} = 5$, hiệu suất 96% nhận công suất 10(kW) ở cuộn sơ cấp và hiệu thế ở hai đầu sơ cấp là 1(kV), hệ số công suất của mạch thứ cấp là 0,8, thì cường độ dòng điện chạy trong cuộn thứ cấp là:

A. 30(A) B. 40(A) C. 50(A) D. 60(A)

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có $H = \frac{P_2}{P_1} = 0,96 \Rightarrow P_2 = 0,96P_1 = 0,96.10 = 9,6(KW) = 9600(W)$

Theo công thức: $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$ Suy ra: $U_2 = \frac{N_2}{N_1}.U_1 = \frac{U_1}{5} = \frac{1000}{5} = 200V$

Từ đó: $P_2 = U_2I_2\cos\varphi \Rightarrow I_2 = \frac{P_2}{U_1\cos\varphi} = \frac{9600}{200.0,8} = 60A$

Chọn đáp án D

Câu 8: Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của một máy biến áp lí tượng một điện áp xoay chiều có giá trị không đổi thì hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu mạch thứ cấp khi để hở là 100V. Ở cuộn sơ cấp, khi ta giảm bớt đi n vòng dây thì hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu mạch thứ cấp khi để hở là U; nếu tăng n vòng dây ở cuộn sơ cấp thì hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu mạch thứ cấp khi để hở là U/2. Giá trị của U là:

A. 150V. B. 200V C. 100V D. 50V

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi điện áp hiệu dụng đặt vào cuộn sơ cấp là U_1, số vòng dây cuộn sơ cấp và thứ cấp là N_1 và N_2

Theo bài ra ta có:

$\frac{U_1}{100} = \frac{N_1}{N_2}$ (1) $\frac{U_1}{U} = \frac{N_1 - n}{N_2}$ (2) $\frac{2U_1}{U} = \frac{N_1 + n}{N_2}$ (3)

Lấy (1) : (2) $\Rightarrow \frac{U}{100} = \frac{N_1}{N_1 - n}$ (4)

Lấy (1) : (3) $\Rightarrow \frac{U}{200} = \frac{N_1}{N_1 + n}$ (5)

Lấy (4) : (5) $\Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{N_1 + n}{N_1 - n} \Rightarrow N_1 + n = 2N_1 - 2n \Rightarrow N_1 = 3n$

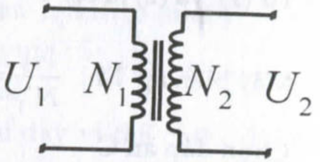
Từ (4) $\Rightarrow U = 100.\frac{N_1}{N_1 - n} = 100.\frac{3n}{3n - n} = 150V$

Chọn đáp án A

Câu 9: Cuộn sơ cấp của một máy biến thế có $N_1 = 1000$ vòng, cuộn thứ cấp có $N_2 = 2000$ vòng. Hiệu điện thế hiệu dụng của cuộn sơ cấp là $U_1 = 110V$ và của cuộn thứ cấp khi để hở là $U_2 = 216$ V. Tỉ số giữa cảm kháng của cuộn sơ cấp và điện trở thuần của cuộn này là:

A. 0,19 B. 5,2 C. 0,1 D. 4,2

Phân tích và hướng dẫn giải



Khi cuộn thứ cấp để hở thì: $E_2 = U_2 = 216V$

Áp dụng công thức máy biến thế:

$\frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow E_1 = \frac{N_1}{N_2}E_2 = 108V$

E_1 có vai trò là điện áp hai đầu cuộn cảm $E_1 = U_L$

Vì thế ta có: $U_1^2 = U_{r_1}^2 + U_L^2 \Rightarrow U_r^2 = U_1^2 - U_L^2 = 110^2 - 108^2 \Rightarrow U_r = 20,9V$

Kết quả cần tìm là : $\frac{Z_{L1}}{r_1} = \frac{U_L}{U_{r1}} = \frac{108}{20,88} = 5,2$.

Chọn đáp án B

Câu 10: Một máy biến áp lí tưởng có hiệu suất bằng 1 được nối vào nguồn điện xoay chiều có điện áp hiệu dụng 5V. Biết số vòng dây của cuộn sơ cấp và thứ cấp là 100 vòng và 150 vòng. Do cuộn sơ cấp có 10 vòng bị quấn ngược nên điện áp thu được ở cuộn thứ cấp là:

A. 7,5V. B. 9,375 V. C. 8,33V. D. 7,783V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tính số vòng ngược đối với cuộn sơ cấp $(n_1 = n = 10; n_2 = 0)$, ta có:

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1 - 2n}{N_2} \Rightarrow U_2 = \frac{N_2U_1}{N_1 - 2n} = \frac{150.5}{100 - 2.10} = 9,375V$

Chọn đáp án B

Câu 11: **(Trích đề thi tuyển sinh vào đại học năm 2013):** Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp M_1 một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200V. Khi nối hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp M_2 vào hai đầu cuộn thứ cấp của M_1 thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp của M_2 để hở bằng 12,5 V. Khi nối hai đầu cuộn thứ cấp của M_2 với hai đầu cuộn thứ cấp của M_1 thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn sơ cấp của M_2 để hở bằng 50 V. Bỏ qua mọi hao phí. M_1 có tỉ số giữa số vòng dây cuộn sơ cấp và số vòng dây cuộn thứ cấp bằng

A. 6. B. 15. C. 8. D. 4.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra:

- Máy biến áp M_2 đấu lần 1: $\frac{N_2}{N'_2} = \frac{U_2}{U'_2} = \frac{U_2}{12,5}$ (1)
- Máy biến áp M_2 đấu lần 2: $\frac{N'_2}{N_2} = \frac{U_2}{U''_2} = \frac{U_2}{50}$ (2)

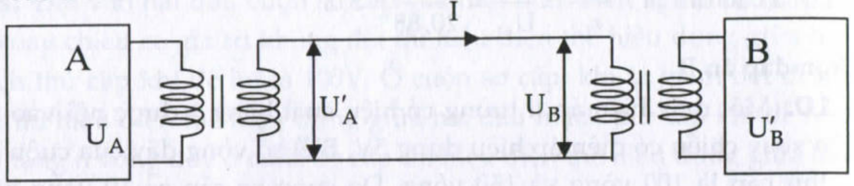
Từ (1) và (2) ta có: $1 = \dfrac{U_2^2}{12,5.50} \Rightarrow U_2 = 25V = U_1$

- Máy biến áp M₁: $\dfrac{N_1}{N'_1} = \dfrac{U_1}{U'_1} = \dfrac{200}{25} = 8$

Chọn đáp án C

DẠNG 3: BÀI TOÁN TRUYỀN TẢI ĐIỆN NĂNG ĐI XA

PHƯƠNG PHÁP



1) Công suất máy phát: $P_{phát} = U_{phát}I.\cos\varphi$

2) Công suất hao phí trong quá trình truyền điện năng:

$$\Delta P = \frac{P^2}{U^2\cos^2\varphi}R = \Delta U.I$$

Với: *P* là công suất truyền đi ở nơi cung cấp

U là điện áp ở nơi cung cấp cosφ là hệ số công suất của dây tải điện

I là cường độ dòng điện chạy trên đường dây

$R = \rho\dfrac{l}{S}$ là điện trở tổng cộng của dây tải điện (***lưu ý: dẫn điện bằng 2 dây***)

ΔU = IR là độ giảm điện áp trên đường dây tải điện

Ở hình vẽ trên ta có: $\Delta U = IR = U'_A - U_B$

3) Biện pháp giảm hao phí: có 2 cách

Giảm R: Cách này rất tốn kém chi phí

Tăng U: Bằng cách dùng máy biến thế, cách này có hiệu quả

Ta có: Hiệu suất truyền tải điện năng: $H = \dfrac{P - \Delta p}{P}.100\%$

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Người ta cần truyền một công suất 5MW từ nhà máy điện đến nơi tiêu thụ cách nhau 5km. Hiệu điện thế hiệu dụng cuộn thứ cấp của máy tăng áp là U =100kV. Muốn độ giảm thế trên đường dây không quá 1%U thì tiết diện của đường dây dẫn phải thỏa điều kiện nào? Biết điện trở suất của dây tải điện là 1,7.10⁻⁸Ωm.

A. 5,8(mm²)≤ S
B. 5,8(mm²)≤ S ≤ 8,5 (mm²)
C. 8,5(mm²)≤ S
D. 8,5(mm²) ≥ S

Phân tích và hướng dẫn giải

Chúng ta phải hiểu rằng: truyền tải phải cần hai dây vì thế chiều dài dây dẫn: l = 2.5km = 10000m

Theo bài thì: $\Delta U = IR \le 1\%U = 1kV = 1000V \Rightarrow R \le \dfrac{1000}{I}$

Mà $P = UI \Rightarrow I = \dfrac{P}{U} = \dfrac{5.10^6}{100.10^3} = 50A$

$\Rightarrow R \le \dfrac{1000}{50} = 20\Omega \Leftrightarrow \dfrac{\rho\ell}{S} \le 20 \Leftrightarrow S \ge \dfrac{\rho\ell}{20}$

Thay số: $S \ge \dfrac{1,7.10^{-8}.10000}{20} = 8,5.10^{-6}(m^2) = 8,5(mm^2)$. Hay $S \ge 8,5(mm^2)$

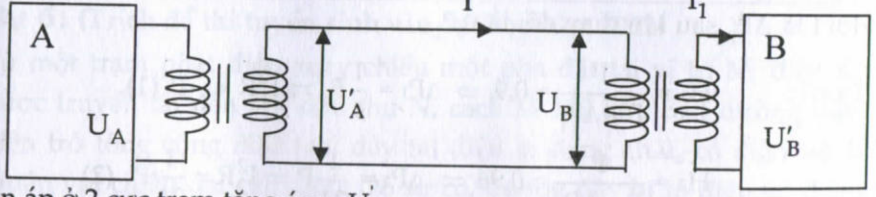
Chọn đáp án C

Ví dụ 2: Điện năng được tải từ trạm tăng áp tới trạm hạ áp bằng đường dây tải điện 1 pha có điện trở R = 30Ω. Bỏ qua tổn hao năng lượng ở các máy biến áp. Biết điện áp ở 2 đầu cuộn sơ cấp và thứ cấp của máy hạ áp lần lượt là 2200V và 220V, cường độ dòng điện chạy trong cuộn thứ cấp của máy hạ áp là 100A. Tính điện áp ở 2 cực trạm tăng áp và hiệu suất truyền tải điện. Coi hệ số công suất của mạch bằng 1

A. 83,3%
B. 85%
C. 93%
D. 88%

Phân tích và hướng dẫn giải

Sơ đồ truyền tải điện như hình vẽ



Điện áp ở 2 cực trạm tăng áp: U'_A

Xét máy hạ áp B:

Cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn là cường độ dòng điện chạy trong cuộn sơ cấp của máy hạ áp: $I = \dfrac{U'_B.I'_1}{U_B} = \dfrac{220.100}{2200} = 10A$

Độ giảm thế trên đường dây: $\Delta U = IR = U'_A - U_B = 10.30 = 300V$

Suy ra: $U'_A = \Delta U + U_B = 300 + 2200 = 2500V$

Hiệu suất truyền tải điện:

+ Vì hệ số công suất của mạch bằng 1
+ Gọi P là công suất nguồn do máy tăng áp cung cấp

Ta có: $H = \dfrac{P - \Delta P}{P}.100\% = 1 - \dfrac{\Delta P}{P} = 1 - \dfrac{I^2.R}{U'_A.I} = 88\%$

Chọn đáp án D

Ví dụ 3: Điên năng tiêu thụ ở 1 trạm phát điện được truyền dướ điện áp hiệu dụng là 2kV công suất 200kW. Hiệu số chỉ của công tơ điện nơi phát và nơi thu sau mỗi ngày đêm chênh lệch 480 kWh. Hiệu suất của quá trình tải điện là:

A. 94,24% B. 76% C. 90% D. 41,67%

Phân tích và hướng dẫn giải

Công suất hao phí $\Delta P = \dfrac{480kW.h}{24.h} = 20\ kW$

Hiệu suất của quá trình tải điện $H = \dfrac{P - \Delta P}{P} = \dfrac{200 - 20}{200} = 0{,}90 = 90\%$.

Chọn đáp án C

Ví dụ 4: Điện năng từ một nhà máy được đưa đến nơi tiêu thụ nhờ các dây dẫn, tại nơi tiêu thụ cần một công suất không đổi. Ban đầu hiệu suất tải điện là 90%. Muốn hiệu suất tải điện là 96% cần giảm cường độ dòng điện trên dây tải đi

A. 40,2% B. 36,8 % C. 42,2 % D. 38,8%

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi công suất nơi tiêu thụ là P, điện trở dây dẫn là R, hao phí khi chưa thay đổi I là ΔP_1 sau khi thay đổi là ΔP_2

Ta có : $H_1 = \dfrac{P}{P + \Delta P_1} = 0{,}9 \Rightarrow \Delta P_1 = \dfrac{1}{9}P \Rightarrow I_1^2R = \dfrac{1}{9}P$ (1)

$H_2 = \dfrac{P}{P + \Delta P_2} = 0{,}96 \Rightarrow \Delta P_2 = \dfrac{1}{24}P \Rightarrow I_2^2R = \dfrac{1}{24}P$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\dfrac{I_2^2}{I_1^2} = \dfrac{9}{24} \Rightarrow \dfrac{I_2}{I_1} = \dfrac{3}{\sqrt{24}} \Rightarrow 1 - \dfrac{I_2}{I_1} = 1 - \dfrac{3}{\sqrt{24}} \Rightarrow \dfrac{\Delta I}{I_1} = 0{,}388$

Do đó cần giảm đi 38,8%

Chọn đáp án D

Ví dụ 5: Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa, độ giảm điện áp trên đường dây tải điện một pha bằng n lần (n < 1) điện áp còn lại ở cuối đường dây này. Coi rằng dòng điện luôn cùng pha với điện áp. Để công

suất hao phí trên đường dây giảm m lần (m > 1) nhưng vẫn đảm bảo công suất đến nơi tiêu thụ nhận được không đổi. Cần phải tăng điện áp đưa vào truyền tải

A. $\dfrac{n + \sqrt{m}}{\sqrt{m}(n+1)}$ B. $\dfrac{n}{m(n+1)}$ C. $\dfrac{n+m}{(n+1)}$ D. $\dfrac{n+m}{\sqrt{m}(n+1)}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi P là công suất nơi tiêu thu, R điện trở đường dây. P_1, P_2 là công suất ở nơi phát, ΔP_1, ΔP_2 là công suất hao phí khi chưa tăng điện áp và khi tăng điện áp, U_1, U_2 là điện áp ở nơi phát lúc đầu và sau khi tăng điện áp, U'_1, U'_2 là điện áp ở nơi tiêu thụ lúc đầu và sau khi tăng điện áp .

Tính I_1

Điện áp ở nơi thiêu thụ lúc ban đầu: $U'_1 = U_1 - \Delta U_1$

Theo đầu bài $\Delta U_1 = n(U_1 - \Delta U_1) \Rightarrow \Delta U_1 = \dfrac{nU_1}{n+1} = I_1.R \Rightarrow I_1 = \dfrac{nU_1}{(n+1)R}$

Tính I_2: ta có $\dfrac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \dfrac{I_1{}^2.R}{I_2{}^2.R} = m \Rightarrow I_2 = \dfrac{I_1}{\sqrt{m}} = \dfrac{nU_1}{\sqrt{m}.(n+1).R}$

Tính U_2: ta có $P_{tt} = P_2 - \Delta P_2 = P_1 - \Delta P_1 = U_2.I_2 - I_2^2.R = U_1.I_1 - I_1^2.R$

$\Rightarrow U_2 = \dfrac{U_1.I_1 - I^2{}_1.R + I^2{}_2.R}{I_2}$

Thay I_1; I_2 ta được $U_2 = \dfrac{U_1(m+n)}{\sqrt{m}.(n+1)} \rightarrow \dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{(m+n)}{\sqrt{m}.(n+1)}$

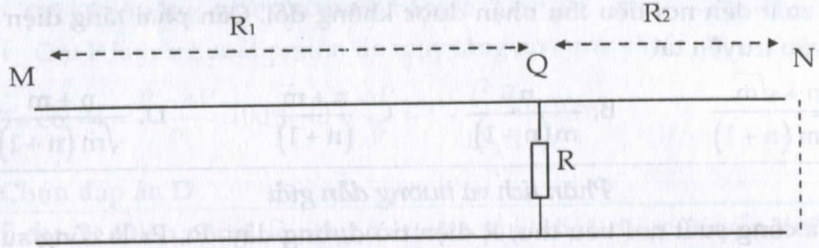
Chọn đáp án D

Ví dụ 6: (Trích đề thi tuyển sinh vào đại học năm 2012)

Từ một trạm phát điện xoay chiều một pha đặt tại vị trí M, điện năng được truyền tải đến nơi tiêu thụ N, cách M 180 km. Biết đường dây có điện trở tổng cộng 80Ω (coi dây tải điện là đồng chất, có điện trở tỉ lệ thuận với chiều dài của dây). Do sự cố, đường dây bị rò điện tại điểm Q (hai dây tải điện bị nối tắt bởi một vật có điện trở có giá trị xác định R). Để xác định vị trí Q, trước tiên người ta ngắt đường dây khỏi máy phát và tải tiêu thụ, sau đó dùng nguồn điện không đổi 12V, điện trở trong không đáng kể, nối vào hai đầu của hai dây tải điện tại M. Khi hai đầu dây tại N để hở thì cường độ dòng điện qua nguồn là 0,40 A, còn khi hai đầu dây tại N được nối tắt bởi một đoạn dây có điện trở không đáng kể thì cường độ dòng điện qua nguồn là 0,42 A. Khoảng cách MQ là

A. 135 km. B. 167 km. C. 45 km. D. 90 km.

Phân tích và hướng dẫn giải



Khi hai đầu dây tại N hở mạch gồm R₁ nối tiếp với R thì:

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R} = \frac{12}{R_1 + R} = 0,4 \Rightarrow R_1 = (30 - R)$$

Mà ta có: $R_2 = 80 - R_1 = 80 - (30 - R) = 50 + R$

Khi hai đầu dây tại N nối tắt thì mạch gồm R₁ nối tiếp ($R_2 // R$)

$$\Rightarrow R_{td} = R_1 + \frac{R.R_2}{R + R_2} = 30 - R + \frac{R.(50 + R)}{R + 50 + R}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{U}{R_{td}} = \frac{12}{30 - R + \frac{R(50 + R)}{2R + 50}} = 0,42 \Rightarrow R = 10\Omega \text{ và } R_1 = 20\Omega$$

Vì điện trở tỉ lệ với chiều dài nên mỗi Km chiều dài có điện trở là:

$$\frac{R_1}{MQ} = \frac{80}{MN} \Rightarrow MQ = MN\frac{R_1}{80} = 180.\frac{20}{80} = 45\text{Km}.$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 7: Khi truyền điện năng có công suất P từ nơi phát điện xoay chiều đến nơi tiêu thụ thì công suất hao phí trên đường dây là ΔP. Để cho công suất hao phí trên đường dây chỉ còn là $\frac{\Delta P}{n}$ (với n > 1), ở nơi phát điện người ta sử dụng một máy biến áp (lí tưởng) có tỉ số giữa số vòng dây của cuộn sơ cấp và số vòng dây của cuộn thứ cấp là

A. $\sqrt{n}$. B. $\frac{1}{\sqrt{n}}$. C. n. D. $\frac{1}{n}$

Phân tích và hướng dẫn giải

Vì máy biến áp là lí tưởng nên ta có công suất hao phí trước và sau sử dụng máy biến áp: $\Delta P_1 = \frac{P^2R}{U_1^2}$; $\Delta P_2 = \frac{P^2R}{U_2^2}$

Theo đề bài: $\Delta P_2 = \frac{\Delta P_1}{n}$

Suy ra: $U_2^2 = nU_1^2 \Leftrightarrow U_2 = \sqrt{n}U_1 \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{\sqrt{n}}$

Chọn đáp án B

Ví dụ 8: Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa cần tăng điện áp của nguồn lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây đi 100 lần. Giả thiết công suất nơi tiêu thụ nhận được không đổi, điện áp tức thời u cùng pha với dòng điện tức thời i. Biết ban đầu độ giảm điện thế trên đường dây bằng 15% điện áp của tải tiêu thụ.

A. 8,7 . B. 6,9 . C. 9,5 . D. 7,1 .

Phân tích và hướng dẫn giải

Đặt: U, U₁, ΔU, I₁, ΔP_1 là điện áp nguồn, điện áp ở tải tiêu thụ, độ giảm điện áp trên đường dây, dòng điện hiệu dụng và công suất hao phí trên đường dây lúc đầu.

U', U₂, ΔU', I₂, ΔP_2 là điện áp nguồn, điện áp ở tải tiêu thụ, độ giảm điện áp trên đường dây, dòng điện hiệu dụng và công suất hao phí trên đường dây lúc sau.

Ta có: $\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{\Delta U'}{\Delta U} = \frac{1}{10}$

Theo đề ra: $\Delta U = 0,15.U_1 \Rightarrow \Delta U' = \frac{0,15U_1}{10}$ (1)

Vì u và i cùng pha và công suất nơi tiêu thu nhận được không đổi nên:

$U_1.I_1 = U_2.I_2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = 10 \Rightarrow U_2 = 10U_1$ (2)

Từ (1) và (2):

$$\begin{cases} U = U_1 + \Delta U = (0,15 + 1).U_1 \\ U' = U_2 + \Delta U' = 10.U_1 + \frac{0,15.U_1}{10} = (10 + \frac{0,15}{10}).U_1 \end{cases}$$

Do đó: $\frac{U'}{U} = \frac{10 + \frac{0,15}{10}}{0,15+1} = 8,7$

Chọn đáp án A

Ví dụ 9: Bằng đường dây truyền tải một pha, điện năng từ một nhà máy phát điện được truyền đến nơi tiêu thụ là một khu chung cư. Người ta thấy rằng nếu tăng hiệu điện thế nơi phát lên từ U đến 2U thì số hộ dân có đủ điện để tiêu thụ tăng từ 80 đến 95 hộ. Biết rằng chỉ có hao phí trên đường truyền là đáng kể, các hộ dân tiêu thụ điện năng như nhau. Nếu thay thế sợi dây trên bằng dây "siêu dẫn" để tải điện thì số hộ dân có đủ điện để tiêu thụ bằng bao nhiêu? Công suất nơi phát điện không đổi là P.

A. 100 hộ B. 110 hộ C. 160 hộ D. 175 hộ

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi công suất điện của nhà máy là P, công suất tiêu thụ của mỗi hộ dân là P₀.; điện trở đường dây tải là R và n là số hộ dân được cung cấp điện khi dùng dây siêu dẫn

Công suất hao phí trên đường truyền là: $\Delta P = \frac{P^2}{U^2}.R$

Theo bài ra ta có: $P = 80.P_0 + \frac{P^2}{U^2}.R$ (1)

$P = 95.P_0 + \frac{P^2}{4U^2}.R$ (2)

$P = n.P_0$ (3)

Nhân (2) với 4 trừ đi (1): $3P = 300P_0$ (4) $\Rightarrow P = 100P_0 \Rightarrow n = 100$

Chọn đáp án A

Giải nhanh theo tam suất

Công suất truyền tải = công suất tiêu thụ + công suất hao phí $\Delta P = \frac{P^2}{U^2}R$ vì thế U tăng n lần thì công suất hao phí giảm n² lần.

U lên 2U ⇒ P hao phí giảm $\frac{1}{4}$ ⇒ còn lại $\frac{3}{4}$P

⇒ số hộ dân tăng từ (95 - 80) = 15 hộ dân

Dùng dây siêu dẫn ⇒ không có hao phí ⇒ còn lại P ⇒ lượng hộ dân tăng thêm x ?

Tam suất: $\frac{3}{4}P \Rightarrow$ Tăng 15 hộ dân

P ⇒ Tăng x hộ dân

$\Rightarrow x = \frac{1.15}{\frac{3}{4}} = 20 \Rightarrow n = 80 + 20 = 100$ hộ dân

Ví dụ 10: Trong quá trình truyền tải điện năng từ máy phát điện đến nơi tiêu thụ, công suất nơi tiêu thụ (tải) luôn được giữ không đổi. Khi hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tải là U thì độ giảm thế trên đường dây bằng 0,1U Giả sử hệ số công suất nơi tiêu thụ bằng 1. Để hao phí truyền tải giảm đi 100 lần so với trường hợp đầu thì phải nâng hiệu điện thế hai đầu máy phát điện lên đến

A. 20,01U B. 10,01U C. 9,1U D. 100U

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi P là công suất nơi tiêu thụ; R là điện trở đường dây tải điện

Hiệu điện thế trước khi tải đi lúc đầu: U₁ = U + ΔU = 1,1U

Công suất hao phí trên đường dây tải:

$$\Delta P_1 = RI_1^2 \text{ với } I_1 = \frac{\Delta U_1}{R}; \quad \Delta P_2 = RI_2^2 \text{ với } I_2 = \frac{\Delta U_2}{R}$$

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{I_1^2}{I_2^2} = (\frac{\Delta U_1}{\Delta U_2})^2 = 100 \Rightarrow \Delta U_2 = \frac{\Delta U_1}{10} = 0{,}01U \text{ và } I_2 = \frac{I_1}{10}$$

Gọi U′ là hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tải tiêu thụ lần sau.

Công suất tải tiêu thụ: $P = UI_1 = U'I_2 \Rightarrow U' = U\frac{I_1}{I_2} = 10U$

Cần phải nâng hiệu điện thế hai đầu máy phát điện lên đến:

U₂ = U′ + ΔU₂ = 10,01U.

Chọn đáp án B

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Người ta cần truyền một công suất điện một pha 10000kW dưới một hiệu điện thế hiệu dụng 5kV đi xa. Mạch điện có hệ số công suất $\cos\varphi = 0{,}8$. Muốn cho tỷ lệ năng lượng mất mát trên đường dây không quá 10% thì điện trở của đường dây phải có giá trị trong khoảng nào?

A. 10Ω≤ R <≤12Ω B. R ≤ 14Ω

C. R ≤16Ω D. 16Ω ≤ R ≤ 18Ω

Phân tích và hướng dẫn giải

Công suất hao phí khi truyền tải: $\Delta P = \frac{P^2}{U^2\cos^2\varphi}R$

Theo bài thì: $\Delta P \le 10\%P \Leftrightarrow \Delta P \le 0{,}1P \Leftrightarrow \frac{P^2}{U^2\cos^2\varphi}R \le 0{,}1P$

$$\Leftrightarrow R \le \frac{0{,}1.U^2\cos^2\varphi}{P} = \frac{0{,}1.(50.10^3.0{,}8)^2}{10000.10^3} = 16\Omega$$

Chọn đáp án C

Câu 2: Người ta truyền tải dòng điện xoay chiều từ trạm phát điện cách nơi tiêu thụ 10km bằng dây dẫn kim loại có điện trở suất $\rho = 2,5.10^{-8}\Omega m$, tiết diện 0,4cm². Hệ số công suất của mạch điện 0,9. Điện áp và công suất ở trạm là 10kV và 500kw. Hiệu suất của của quá trình truyền tải điện là:

A. 90 %. B. 99 %. C. 92,28%. D. 99,14%.

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi ΔP là công suất hao phí trên đường dây.

Hiệu suất $H = \frac{P - \Delta P}{P} = 1 - \frac{\Delta P}{P}$

$$\Delta P = \frac{P^2}{(U\cos\varphi)^2}.R \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = \frac{P\rho.2l}{S(U\cos\varphi)^2} = \frac{5.10^5 2,5.10^{-8} 2.10^4}{0,4.10^{-4}.10^8.0,81} = 7,72.10^{-2}$$

$H = 1 - 0,0772 = 0,9228 = 92,28\%$.

Chọn đáp án C

Câu 3: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Điện năng ở một trạm phát điện được truyền đi dưới điện áp (ở đầu đường dây tải) là 20kV. Hiệu suất của quá trình truyền tải điện là H = 80%. Công suất truyền đi không đổi, khi tăng điện áp ở đường dây tải điện lên 50kV thì hiệu suất của quá trình truyền tải đạt giá trị nào?

A. 96,8%. B. 98,6%. C. 94,6%. D. 92,6%.

Phân tích và hướng dẫn giải

Hiệu suất ban đầu là

$$H_1 = \frac{P - \Delta P_1}{P} = 1 - \frac{\Delta P_1}{P} = 1 - \frac{RP}{U_1^2\cos^2\varphi} \Rightarrow \frac{RP}{U_1^2\cos^2\varphi} = 1 - H_1$$

Sau khi tăng điện áp lên đến 50kV ta có: $\frac{RP}{U_2^2\cos^2\varphi} = 1 - H_2$

Lập tỉ số, ta được: $\frac{U_1^2}{U_2^2} = \frac{1 - H_2}{1 - H_1} \Rightarrow H_2 = 1 - \frac{U_1^2}{U_2^2}(1 - H_1)$.

Thay số, $H_2 = 96,8\%$.

Chọn đáp án A

Câu 4: Khi hiệu điện thế thứ cấp máy tăng thế của đường dây tải điện là 35 KV thì tỉ lệ hao phí do tải điện năng là 16 %. Muốn tỉ lệ hao phí chỉ còn 4 % thì hiệu điện thế cuộn thứ cấp phải

A. Tăng thêm 70KV B. Tăng thêm 35KV

C. Tăng thêm 140 KV D. Giảm bớt 70KV

Phân tích và hướng dẫn giải

Công suất hao phí $\Delta P = I^2.R = \frac{P^2.R}{U^2.\cos^2\phi} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = \frac{P.R}{U^2.\cos^2\phi}$

Suy ra $\frac{\Delta P_1}{P} = \frac{P.R}{U_1^2.\cos^2\phi} = \frac{16}{100}$;

và $\frac{\Delta P_2}{P} = \frac{P.R}{U_2^2.\cos^2\phi} = \frac{4}{100} \Rightarrow U_2 = 2U_1 = 70kV$,

Vậy phải tăng thêm 35kV. **Chọn đáp án B**

Câu 5: Điện năng từ một trạm phát điện đến một nơi tiêu thụ điện bằng một đường dây truyền tải một pha có điện trở không đổi. Khi điện áp hiệu dụng đưa lên hai đầu đường dây truyền tải là U thì hiệu suất truyền tải điện năng là 80%. Coi hệ số công suất của mạch truyền tải bằng 1 và công suất tới nơi tiêu thụ không đổi. Để hiệu suất truyền tải điện năng là 90% thì điện áp hiệu dụng đưa lên hai đầu đường dây truyền tải là

A. $\frac{3}{\sqrt{5}}U$ B. $\frac{5}{3}U$ C. $\frac{4}{3}U$ D. 1,5U

Phân tích và hướng dẫn giải

Công suất hao phí: $\Delta P_1 = 0,2P_1$ và $\Delta P_2 = 0,1P_2 \Rightarrow \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = 2\frac{P_1}{P_2}$

Gọi P là công suất nơi tiêu thụ: $P = P_1 - \Delta P_1 = P_2 - \Delta P_2 \Rightarrow 0,8P_1 = 0,9P_2$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{I_1^2}{I_2^2} = 2\frac{P_1}{P_2} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{U_1}{U_2}\frac{I_1}{I_2} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2}{P_1}\frac{I_1}{I_2} = \frac{8}{9}\frac{3}{2} = \frac{4}{3} \Rightarrow U_2 = \frac{4}{3}U_1 = \frac{4}{3}U.$$

Chọn đáp án C

Câu 6: Điện năng từ một trạm phát điện được đưa đến một khu tái định cư bằng đường dây truyền tải một pha. Cho biết, nếu điện áp tại đầu truyền đi tăng từ U lên 2U thì số hộ dân được trạm cung cấp đủ điện năng tăng từ 120 lên 144. Cho rằng chỉ tính đến hao phí trên đường dây, công suất tiêu thụ điện của các hộ dân đều như nhau, công suất của trạm phát không đổi và hệ số công suất trong các trường hợp đều bằng nhau. Nếu điện áp truyền đi là 4U thì trạm phát huy này cung cấp đủ điện năng cho

A. 168 hộ dân. B. 150 hộ dân. C. 504 hộ dân. D. 192 hộ dân.

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi công suất điện của nhà máy là P, công suất tiêu thụ của mỗi hộ dân là P_0, điện trở đường dây tải là R và n là số hộ dân được cung cấp điện khi điện áp truyền đi là 4U

Công suất hao phí trên đường truyền là : $\Delta P = \frac{P^2}{U^2}.R$

Theo bài ra ta có:

$P = 120.P_0 + \frac{P^2}{U^2}.R$ (1); $P = 144.P_0 + \frac{P^2}{4U^2}.R$ (2); $P = n.P_0 + \frac{P^2}{16U^2}.R$ (3)

Nhân (2) với 4 trừ đi (1): $3P = 456P_0 \Rightarrow P = 152P_0$

$(1) \Rightarrow \frac{P^2}{U^2}R = 32P_0$; $(3) \Leftrightarrow 152P_0 = nP_0 + 2P_0 \Rightarrow n = 150$

Chọn đáp án B

Giải nhanh theo tam suất

U lên 2U $\Rightarrow$ P hao phí giảm $\frac{1}{4} \Rightarrow$ còn lại $\frac{3}{4}$P

$\Rightarrow$ Số hộ dân tăng từ (144 – 120) = 24 hộ dân

U lên 4U $\Rightarrow$ P hao phí giảm $\frac{1}{16} \Rightarrow$ còn lại $\frac{15}{16}$P $\Rightarrow$ số hộ dân tăng thêm x?

Tam suất: $\frac{3}{4}$P $\Rightarrow$ Tăng 24 hộ dân

$\frac{15}{16}$P $\Rightarrow$ Tăng x hộ dân

$$x = \frac{\frac{15}{16}.24}{\frac{3}{4}} = 30 \Rightarrow n = 120 + 30 = 150 \text{ hộ dân}$$

Câu 7: Tại điểm M có một máy phát điện xoay chiều một pha, công suất phát điện và hiệu điện thế hiệu dụng ở hai cực của máy phát đều không đổi. Nối hai cực của máy phát với một trạm tăng áp có hệ số tăng áp là k đặt tại đó. Từ máy tăng áp điện năng được đưa lên dây tải cung cấp cho một xưởng cơ khí cách xa điểm M. Xưởng cơ khí có các máy tiện cùng loại công suất khi hoạt động là như nhau. Khi hệ số k = 2 thì ở xưởng cơ khí có tối đa 120 máy tiện cùng hoạt động. Khi hệ số k = 3 thì ở xưởng cơ khí có tối đa 125 máy tiện cùng hoạt động. Do xảy ra sự cố ở trạm tăng áp người ta phải nối trực tiếp dây tải điện vào hai cực của máy phát điện. Khi đó ở xưởng cơ khí có thể cho tối đa bao nhiêu máy tiện cùng hoạt động. Coi rằng chỉ có hao phí trên dây tải điện là đáng kể. Điện áp và dòng điện trên dây tải điện luôn cùng pha.

A. 93 B. 112 C. 8 4 D. 108

Phân tích và hướng dẫn giải

Gọi: P là công suất của máy phát điện và U là hiệu điện thế hiệu dụng ở hai cực máy phát điện.

P_0 là công suất của một máy tiện.

R là điện trở đường dây tải điện.

Theo giả thiết bài toán

* Khi k = 2 ta có: $P = 120P_0 + \Delta P_1$

Công suất hao phí $\Delta P_1 = P^2\frac{R}{U_1^2}$ với $U_1 = 2U$

$$P = 120P_0 + \Delta P_1 = 120P_0 + P^2\frac{R}{4U^2} \quad (*)$$

Tương tự

* Khi k = 3 ta có: $P = 125P_0 + \Delta P_2 = 125P_0 + P^2\frac{R}{9U^2}$ (**)

Từ (*) và (**) $P^2\frac{R}{U^2} = 36P_0 \Rightarrow P = 120P_0 + 9P_0 = 129P_0$

Khi xảy ra sự cố : $P = NP_0 + \Delta P = NP_0 + P^2\frac{R}{U^2}$ (***) với N là số máy tiện tối đa có thể hoạt động

$$129P_0 = NP_0 + 36P_0 \Rightarrow N = 93.$$

Chọn đáp án A

Câu 8: Một khu tập thể tiêu thụ một công suất điện 14289 W, trong đó các dụng cụ điện ở khu này đều hoạt động bình thường ở hiệu điện thế hiệu dụng là 220 V. Điện trở của dây tải điện từ nơi cấp điện đến khu tập thể là r. Khi khu tập thể không dùng máy biến áp hạ thế, để các dụng cụ điện của khu này hoạt động bình thường thì hiệu điện thế hiệu dụng ở nơi cấp điện là 359 V, khi đó hiệu điện thế tức thời ở 2 đầu dây của khu tập thể nhanh pha π/6 so với dòng điện tức thời chạy trọng mạch. Khi khu tập thể dùng máy biến áp hạ thế lí tưởng có tỉ số $N_1/N_2 = 15$, để các dụng cụ điện của khu này vẫn hoạt động bình thường giống như khi không dùng máy biến áp hạ thế thì hiệu điện thế hiệu dụng ở nơi cấp điện là (biết hệ số công suất ở mạch sơ cấp của máy biến áp hạ thế bằng 1):

A. 1654 V B. 3309 V C. 4963 V D. 6616 V

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi không dùng máy biến áp: Cường độ dòng điện chạy qua mạch cung cấp cho khu tập thể cũng chính là dòng điện chạy qua đường dây tải

$$I = \frac{P}{U\cos\phi} = \frac{14289}{220\cos\frac{\pi}{6}} = 75\ (A)$$

Độ sụt áp trên đường dây $\Delta U_1 = U_1 - U = Ir \Rightarrow r = \frac{U_1 - U}{I} = \frac{359 - 220}{75} = 1{,}85\Omega$

Khi dùng máy biến áp: Điện áp hiệu dụng nơi cung cấp là $U_2 = \Delta U_2 + U'$

U' là điện áp ở hai đầu cuộn sơ cấp $U' = U\frac{N_1}{N_2} = 15U = 3300\ (V)$

Độ sụt áp trên đường dây $\Delta U_2 = I'r$ với I' là cường độ dòng điện chạy qua cuộn sơ cấp:

$$I' = I\frac{N_2}{N_1} = \frac{I}{15} = 5\ (A) \Rightarrow \Delta U_2 = I'r = 5.1{,}85 = 9{,}25\ (V)$$

Do đó $U_2 = \Delta U_2 + U' = 3309{,}25\ (V)$.

Chọn đáp án B

Câu 9: (Trích đề thi tuyển sinh vào đại học năm 2013):

Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 90%. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây và không vượt quá 20%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng 20% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó là

A. 85,8%. B. 87,7% C. 89,2%. D. 92,8%.

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra: $\begin{cases} H = \frac{P - \Delta P}{P} = 0{,}9 \Rightarrow \Delta P = 0{,}1P \\ H = \frac{P_{ci}}{P} = 0{,}9 \Rightarrow P_{ci} = 0{,}9P \\ \Delta P = RI^2 = R.\frac{P^2}{(U\cos\varphi)^2} \Rightarrow \frac{R}{(U\cos\varphi)^2} = \frac{\Delta P}{P^2} = \frac{0{,}1P}{P^2} = \frac{0{,}1}{P} \end{cases}$

Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng 20% :

$P_{ci}' = P_{ci} + 20\%P_{ci} = 1{,}2P_{ci} = 1{,}2.0{,}9P = 1{,}08P$

Mà $P_{ci}' = P' - \Delta P' = P' - \frac{P'^2}{(U\cos\varphi)^2}R = P' - P'^2.\frac{0{,}1}{P} = 1{,}08P$

$$\Leftrightarrow P'^2.\frac{0{,}1}{P} - P' + 1{,}08P = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} P' = 8{,}77P \\ P' = 1{,}23P \end{array}\right.$$

+ Với $P' = 8{,}77P \Rightarrow P_{ci} = P' - P'^2.\frac{0{,}1}{P} = 8{,}77P - (8{,}77P)^2.\frac{0{,}1}{P} = 1{,}07871P$

$\Rightarrow H' = \frac{P_{ci}'}{P'} = \frac{1{,}07871P}{8{,}77P} = 12{,}3\% < 20\%$ loại nghiệm này

+ Với $P' = 1{,}23P \Rightarrow P_{ci} = P' - P'^2.\frac{0{,}1}{P} = 1{,}23P - (1{,}23P)^2.\frac{0{,}1}{P} = 1{,}07871P$

$\Rightarrow H' = \frac{P_{ci}'}{P'} = \frac{1{,}07871P}{1{,}23P} = 87{,}7\% > 20\%$ nhận nghiệm này

Vậy chọn đáp án B

DẠNG 4: BÀI TOÁN VỀ ĐỘNG CƠ ĐIỆN XOAY CHIỀU

PHƯƠNG PHÁP

1) Công suất toàn phần = Công có ích + công hao phí: $P = P_{ci} + P_{hp}$

Với: $P = U.I.\cos\varphi$ trong đó U là điện áp đặt vào động cơ

$P_{hp} = I^2.R$ là hao phí do tỏa nhiệt (nếu bỏ qua các hao phí khác)

2) Hiệu suất của động cơ: $H = \frac{P_{ci}}{P}.100\%$

🕮 VÍ DỤ MẪU:

Ví dụ 1: Một động cơ điện xoay chiều khi hoạt động bình thường với điện áp hiệu dụng 220 V thì sinh ra công suất cơ học là 85 W. Biết động cơ có hệ số công suất 0,85 và điện trở dây quấn là 85 Ω. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua động cơ và hiệu suất của động cơ

A. $I = 1A; H = 45{,}45\%$ B. $I = 1A; H = 54{,}45\%$

C. $I = 1{,}5A; H = 45{,}45\%$ D. $I = 1{,}5A; H = 54{,}54\%$

Phân tích và hướng dẫn giải

Công suất động cơ: $P = P_{ci} + P_{hp}$

Hay: $P = U.I.\cos\varphi = P_{ci} + I^2.R$

Thay số ta có: $220.I.0{,}85 = 85 + I^2 85 \Leftrightarrow I^2 - 2I + 1 = 0 \Rightarrow I = 1A$

Hiệu suất của động cơ: $H = \frac{P_{ci}}{P} = \frac{85}{220.1.0{,}85} = 45{,}45\%$

Chọn đáp án A

Ví dụ 2: (Trích đề thi tuyển sinh vào đại học năm 2012)

Một động cơ điện xoay chiều hoạt động bình thường với điện áp hiệu dụng 220V, cường độ dòng điện hiệu dụng 0,5A và hệ số công suất của động cơ là 0,8. Biết rằng công suất hao phí của động cơ là 11W. Hiệu suất của động cơ (tỉ số giữa công suất hữu ích và công suất tiêu thụ toàn phần) là

A. 80% B. 90% C. 92,5% D. 87,5 %

Phân tích và hướng dẫn giải

Công suất tiêu thụ toàn phần $P = UI\cos\varphi = 220.0,5.0.8 = 88W$

$\Rightarrow$ Công suất hữu ích $P_{hi} = P - P_{hp} = 88 – 11 = 77W$

Hiệu suất của động cơ: $H = \frac{P_{hi}}{P} = \frac{77}{88} = 87,5\%$

Chọn đáp án D

Ví dụ 3: Một động cơ điện có ghi 220V-176W, hệ số công suất bằng 0,8 được mắc vào mạch điện xoay chiều có điện áp hiệu dụng 380V. Để động cơ hoạt động bình thường, phải mắc động cơ nối tiếp với một điện trở thuần có giá trị:

A. 180Ω B. 300Ω C. 220Ω D. 176Ω

Phân tích và hướng dẫn giải

$P = UI\cos\varphi \Rightarrow I = \frac{p}{U.\cos\varphi} = \frac{176}{220.0,8} = 1A \Rightarrow Z_{dc} = \frac{U}{I} = \frac{220}{1} = 220\Omega$

Và $\cos\varphi = \frac{r}{Z_{dc}} = 0,8 \Rightarrow r = 0,8.Z_{dc} = 0,8.220 = 176\Omega$

Với động cơ (r,L) $Z_{dc} = \sqrt{r^2 + Z_L^2} \Leftrightarrow 220 = \sqrt{176^2 + Z_L^2} \Rightarrow Z_L = 132\Omega$

Do R mắc nối tiếp với động cơ (r, L), nên để động cơ hoạt động bình thường thì I qua R phải bằng 1A. Ta có tổng trở của cả đoạn mạch

$$Z = \frac{U_{xc}}{I} = \frac{380}{1} = 380\Omega.$$

R mắc nối tiếp với động cơ (r, L) ta có $Z = \sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2}$

Thay số: $380 = \sqrt{(R+176)^2 + 132^2} \Rightarrow R = 180\Omega.$

Chọn đáp án A

Ví dụ 4: Một động cơ điện xoay chiều hoạt động bình thường với điện áp hiệu dụng 200V thì sinh ra công suất cơ là 320W Biết điện trở thuần của dây quấn động cơ là 20Ω và hệ số công suất của động cơ là 0,89. Cường độ dòng điện hiệu dụng chạy trong động cơ là

A.4,4A B.1,8A C.2,5A D.4A

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: P = công suất cơ + công suất nhiệt = $P_{cơ} + I^2R$

$\Rightarrow P_{cơ} + I^2R = IU\cos\varphi \Rightarrow 20I^2 - 200.0,89I + 320 = 0$

$\Rightarrow 20I^2 - 178I + 320 = 0 \Rightarrow 10I^2 - 89I + 160 = 0.$

Giải phương trình trên ta có hai nghiệm: $I_1 = 6,4$ (A) và $I_2 = 2,5$ (A)

Lưu ý: *ở ví dụ 1 ta chọn ngay nghiệm mà không cần lưỡng lự gì đúng không các bạn! Tất nhiên là chúng ta phải làm như thế, vì phương trình bậc hai theo I chỉ có một nghiệm (nghiệm kép). Trong ví dụ này ta cũng giải phương trình bậc hai theo I nhưng lại có hai nghiệm I phân biệt đều dương. Vậy ta chọn nghiệm nào? Sau đây là các giải quyết vấn đề trên:*

Nếu $I = I_1 = 6,4$ (A) thì công suất tỏa nhiệt $P_1 = RI_1^2 = 20.6,4^2 = 819,2W$ công suất này quá lớn so với công suất cơ. Nên loại trường hợp này.

Nếu $I = I_2 = 2,5$ (A) thì công suất tỏa nhiệt $P_1 = RI_1^2 = 20.2,5^2 = 125W$ công suất này nhỏ hơn công suất của động cơ $P_{cơ}$ do đó ta chọn nghiệm I = 2,5A.

Chọn đáp án C

Ví dụ 5: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

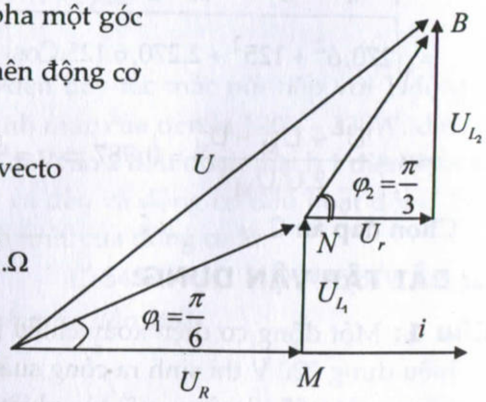
Một đoạn mạch gồm một động cơ điện mắc nối tiếp với một cuộn dây và mắc vào nguồn điện xoay chiều. Động cơ điện tiêu thụ một công suất P = 9,53kW, dòng điện qua động cơ có cường độ hiệu dụng bằng 40A và chậm pha một góc $\varphi_1 = \frac{\pi}{6}$ so với điện áp giữa hai đầu động cơ. Điện áp giữa hai đầu cuộn dây có giá trị hiệu dụng là 120V và sớm pha một góc $\varphi_2 = \frac{\pi}{3}$ so với dòng điện chạy qua nó. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch là:

A. 190 V. B. 301 V. C. 384 V. D. 220 V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Điện áp giữa hai đầu động cơ sớm pha một góc $\varphi_1 = \frac{\pi}{6}$ so với cường độ dòng điện, nên động cơ gồm điện trở R và cuộn dây thuần L.

Như vậy theo bài ra ta có giản đồ vecto trượt như sau:



Điện trở của động cơ là: $R = \frac{P}{I^2} = \frac{953}{160}.\Omega$

Nên $U_R = 238.25V.$

Suy ra $U_{L_1} = \tan\varphi_1.U_R = 137.6V$

Điện áp giữa hai đầu cuộn dây sớm pha một góc $\varphi_2 = \frac{\pi}{3}$ so với dòng điện chạy qua nó nên ta có: $U_r = U_d\cos\varphi_2 = 60V.$

Và $U_{L_2} = \tan\varphi_2 U_r = 60\sqrt{3}$V.

Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch là:

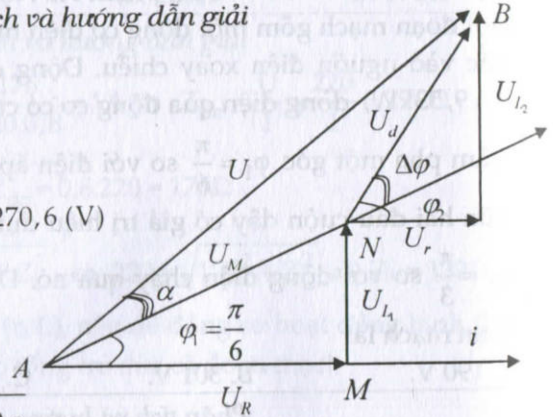
$$U = \sqrt{\left(U_R + U_r\right)^2 + \left(U_{L_1} + U_{L_2}\right)^2} = 384\text{V}.$$

Chọn đáp án C

Ví dụ 6: Một động cơ điện xoay chiều sản ra công suất cơ học 7,5kW và có hiệu suất 80%. Mắc động cơ nối tiếp với một cuộn cảm rồi mắc chúng vào mạng điện xoay chiều. Giá trị hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu động cơ là U_M biết rằng dòng điện qua động cơ có cường độ hiệu dụng I = 40A và trễ pha với u_M một góc $\pi / 6$. Hiệu điện thế ở hai đầu cuộn cảm U_L = 125V và sớm pha so với dòng điện qua cuộn cảm là $\pi / 3$. Tính hiệu điện thế hiệu dụng của mạng điện và độ lệch pha của nó so với dòng điện.

A. 384V; 40^0 B. 834V; 45^0 C. 384V; 39^0 D. 184V; 39^0

Phân tích và hướng dẫn giải



$$P_M = \frac{P_i}{H} = \frac{7500}{0,8} = 9375(\text{W})$$

Mà $P_M = U_M . I.\text{Cos}\,\phi$

$$\Rightarrow U_M = \frac{P_M}{I.\text{COS}\varphi_m} = \frac{9375}{40\frac{\sqrt{3}}{2}} = 270,6\,(\text{V})$$

Áp dụng định lý hàm cosin

Cho tam giác ANB ta có:

$$U = \sqrt{U_M^2 + U_d^2 + 2U_M.U_d.\text{Cos}\Delta\varphi}$$

$$= \sqrt{270,6^2 + 125^2 + 2.270,6.125.\text{Cos}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)} = 384(\text{V})$$

$$\cos\alpha = \frac{U^2 + U_M^2 - U_d^2}{2.U.U_M} = 0,987 \Rightarrow \alpha = 9^0 \Rightarrow \phi = a + 30^0 = 39^0$$

Chọn đáp án C

🕮 BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Một động cơ điện xoay chiều khi hoạt động bình thường với điện áp hiệu dụng 220 V thì sinh ra công suất cơ học là 170 W. Biết động cơ có hệ số công suất 0,85 và công suất tỏa nhiệt trên dây quấn động cơ là 17 W. Bỏ qua hao phí khác, cường độ dòng điện cực đại là bao nhiêu?

A. 4,4A B. 1,8A C. $\sqrt{2}$ A D. 4A

Phân tích và hướng dẫn giải

Công suất tiêu thụ toàn phần: $P = P_{ci} + P_{hp}$

Hay: $P = U.I.\cos\varphi = P_{ci} + P_{hp}$

$$220.\frac{I_0}{\sqrt{2}}.0,85 = 170 + 17$$

Cường độ dòng điện cực đại $I_0 = \sqrt{2}$ A.**Chọn đáp án C**

Câu 2: Một quạt điện mà trên đó ghi 200V-100W. để quạt hoạt động bình thường dưới điện áp 220V người ta mắc nối tiếp với nó 1 điện trở thuần R. Biết rằng hệ số công suất của quạt là 0,88. Xác định cường độ dòng điện trong mạch và điện trở R.

A. 39Ω B. 35Ω C. 93Ω D. 53Ω

Phân tích và hướng dẫn giải

$$p = UI\cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{U.\cos\varphi} = \frac{100}{200.0,88} = \frac{25}{44}\text{A} \Rightarrow Z_{dc} = \frac{U}{I} = \frac{200}{25}.44 = 352\Omega$$

$$\text{Và } \cos\varphi = \frac{r}{Z_{dc}} = 0,88 \Rightarrow r = 0,88.Z_{dc} = 310\Omega$$

Với động cơ r, L) $Z_{dc} = \sqrt{r^2 + Z_L^2} \Leftrightarrow 352 = \sqrt{310^2 + Z_L^2} \Rightarrow Z_l = 167\Omega$

Do R mắc nối tiếp với động cơ (r, L), nên để động cơ hoạt động bình thường thì I qua R phải bằng 25/44 (A).

Ta có tổng trở của cả đoạn mạch $Z = \frac{U_{xc}}{I} = \frac{220}{25}.44 = 387\Omega$

R mắc nối tiếp với động cơ (r, L) ta có $Z = \sqrt{(R + r)^2 + Z_L^2}$

Thay số: $387 = \sqrt{(R + 310)^2 + 167^2} \Rightarrow R = 39\Omega$.

Chọn đáp án A

Câu 3: Cho mạch điện gồm 1 bóng đèn dây tóc mắc nối tiếp với 1 động cơ xoay chiều 1 pha. Biết các giá trị định mức của đèn là 120V - 330W, điện áp định mức của động cơ là 220V. Khi đặt vào 2 đầu đoạn mạch 1 điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 332V thì cả đèn và động cơ đều hoạt động đúng công suất định mức. Công suất định mức của động cơ là:

A. 583W B. 605W C. 543,4W D. 485,8W

Phân tích và hướng dẫn giải

Do hoạt động ở các giá trị định mức

$$\text{Nên: } I = \frac{P_{dm}}{U_{dm}} = \frac{330}{120} = 2,75(\text{A})$$

Do động cơ là 1 hệ L – R mắc nối tiếp nên ta có mạch điện gồm:

$(R_D nt\ R_{DC}\ ntL)$

Ta có giản đồ vecto trượt

Áp dụng định lý hàm cosin cho tam giác AMB

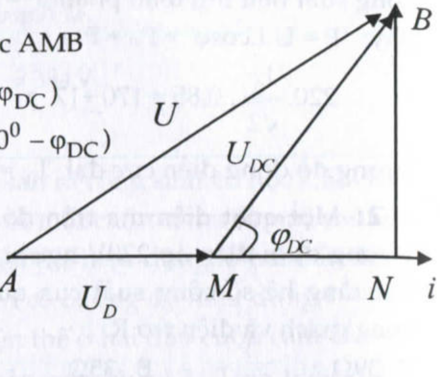
$U^2 = U_D^2 + U_{DC}^2 - 2.U_D.U_{DC}.\cos(180^0 - \varphi_{DC})$

$\Leftrightarrow 332^2 = 120^2 + 220^2 - 2.120.220.\cos(180^0 - \varphi_{DC})$

$\Rightarrow \cos\varphi_{DC} = 0.89818$

Vì vậy: Công suất động cơ là

$P = U_{DC}.I_{DC}.\cos\varphi_{DC}$
$= 220.2,75.0,89818 = 543,4(W)$



Chọn đáp án C

Câu 5: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Phát biểu nào sau đây về động cơ không đồng bộ ba pha là sai?

A. Vécto cảm ứng từ của từ trường quay trong động cơ luôn thay đổi cả về hướng và trị số.

B. Rôto của động cơ quay với tốc độ góc nhỏ hơn tốc độ góc của từ trường.

C. Nguyên tắc hoạt động của động cơ dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ và sử dụng từ trường quay.

D. Hai bộ phận chính của động cơ là rôto và stato.

Phân tích và hướng dẫn giải

Đáp án A sai vì véc tơ cảm ứng từ của từ trường quay trong động cơ thay đổi về hướng nhưng trị số không đổi là $1,5B_0$. **Chọn đáp án A.**

Câu 6: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Người ta có thể tạo ra từ trường quay bằng cách cho dòng điện xoay chiều một pha chạy qua ba cuộn dây của stato của động cơ không đồng bộ ba pha.

B. Người ta có thể tạo ra từ trường quay bằng cách cho dòng điện một chiều chạy qua nam châm điện.

C. Người ta có thể tạo ra từ trường quay bằng cách cho dòng điện xoay chiều ba pha chạy qua ba cuộn dây của stato của động cơ không đồng bộ ba pha.

D. Người ta có thể tạo ra từ trường quay bằng cách cho dòng điện xoay chiều chạy qua nam châm điện.

Phân tích và hướng dẫn giải

Người ta có thể tạo ra từ trường quay bằng cách cho dòng điện xoay chiều ba pha chạy qua ba cuộn dây của stato của động cơ không đồng bộ ba pha. **Chọn đáp án C.**

Chuyên đề 9

BÀI TOÁN HỘP ĐEN

PHƯƠNG PHÁP

Để giải một bài toán về hộp kín ta thường sử dụng hai phương pháp sau:

1. Phương pháp đại số

B1: Căn cứ *"đầu vào"* của bài toán để đặt ra các giả thiết có thể xảy ra.

B2: Căn cứ *"đầu ra"* của bài toán để loại bỏ các giả thiết không phù hợp.

B3: Giả thiết được chọn là giả thiết phù hợp với tất cả các dữ kiện đầu vào và đầu ra của bài toán.

2. Phương pháp sử dụng giản đồ véc tơ trượt.

B1: Vẽ giản đồ véc tơ (trượt) cho phần đã biết của đoạn mạch.

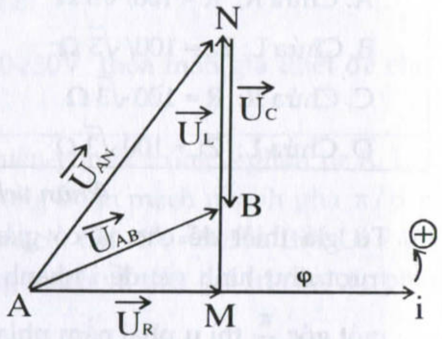
B2: Căn cứ vào dữ kiện bài toán để vẽ phần còn lại của giản đồ.

B3: Dựa vào giản đồ véc tơ để tính các đại lượng chưa biết, từ đó làm sáng tỏ hộp kín.

Cách vẽ giản đồ véc tơ trượt

Bước 1: Chọn trục nằm ngang là trục dòng điện, điểm đầu mạch làm gốc (đó là điểm A).

Bước 2: Biểu diễn lần lượt hiệu điện thế qua mỗi phần bằng các véc tơ $\overline{AM}$; $\overline{MN}$; $\overline{NB}$ nối đuôi nhau theo nguyên tắc: R - đi ngang; L - đi lên; C - đi xuống.



Bước 3: Nối A với B thì véc tơ $\overline{AB}$ chính là biểu diễn u_{AB}

Nhận xét:

+ Các điện áp trên các phần tử được biểu diễn bởi các véc tơ mà độ lớn tỷ lệ với điện áp hiệu dụng của nó.

+ Độ lệch pha giữa các hiệu điện thế là góc hợp bởi giữa các véc tơ tương ứng biểu diễn chúng.

+ Độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện là góc hợp bởi véc tơ biểu diễn nó với trục i.

+ Giải bài toán là xác định các cạnh, góc của tam giác dựa vào các định lý hàm số sin, cosin và các công thức khác:

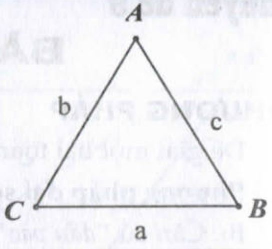
$$\frac{a}{\mathrm{Sin}\widehat{A}} = \frac{b}{\mathrm{Sin}\widehat{B}} = \frac{C}{\mathrm{Sin}\widehat{C}}$$

Trong toán học một tam giác sẽ giải được nếu biết trước ba (hai cạnh 1 góc, hai góc một cạnh, ba cạnh) trong sáu yếu tố (3 góc và 3 cạnh).

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$;

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\widehat{B}$;

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\widehat{C}$



🕮 VÍ DỤ MẪU:

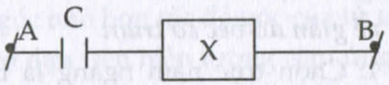
Ví dụ 1: Cho đoạn mạch như hình vẽ, biết $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t)$V, C $= \frac{10^{-4}}{\pi}$F. Hộp kín X chỉ chứa một phần tử (R hoặc cuộn dây thuần cảm), dòng điện trong mạch sớm pha π/3 so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AB. Hộp X chứa gì ? điện trở hoặc cảm kháng có giá trị bao nhiêu?

A. Chứa R; $R = 100/\sqrt{3}\ \Omega$

B. Chứa L; $Z_L = 100/\sqrt{3}\ \Omega$

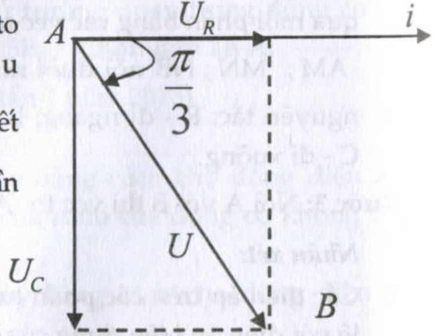
C. Chứa R; $R = 100\sqrt{3}\ \Omega$

D. Chứa L; $Z_L = 100\sqrt{3}\ \Omega$



Phân tích và hướng dẫn giải

Từ giả thiết để cho ta có giản đồ vecto trượt như hình vẽ: để i nhanh pha hơn u một góc $\frac{\pi}{3}$ thì u phải nằm phía dưới i, kết hợp với giả thiết hộp X chỉ chứa một phần tử nên hộp X chính là điện trở thuần R.



Từ hình vẽ ta có:

$$\tan\frac{\pi}{3} = \frac{U_C}{U_R} = \frac{Z_C}{R} = \sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{Z_C}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}}\Omega$$

Chọn đáp án A

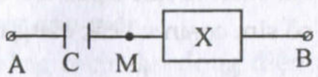
Ví dụ 2: Ở (hình vẽ) hộp X chứa một trong ba phần tử: điện trở thuần, cuộn dây, tụ điện. Khi đặt vào hai đầu AB một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 220V, người ta đo được $U_{AM} = 120$V và $U_{MB} = 260$V. Hộp X chứa:

A. cuộn dây thuần cảm.

B. cuộn dây không thuần cảm.

C. điện trở thuần.

D. tụ điện.



Phân tích và hướng dẫn giải

Nếu hộp X là cuộn dây thuần cảm thì mạch gồm C, nối tiếp với L vì thế ta có:

$U_{AB} = U_{MB} - U_{AM} \Leftrightarrow 220 = 260 - 120 = 140$ (vô lý) vì thế **đáp án A sai**

Nếu hộp X là điện trở thuần thì mạch gồm C, nối tiếp với R vì thế ta có:

$U_{AB}^2 = U_{AM}^2 + U_{MB}^2 \Leftrightarrow 220^2 = 120^2 + 260^2$ (vô lý) vì thế **đáp án C sai**

Nếu hộp X là tụ điện thì mạch gồm C, nối tiếp với C′ vì thế ta có:

$U_{AB} = U_{AM} + U_{MB} \Leftrightarrow 220 = 260 + 120 = 380$ (vô lý) vì thế **đáp án D sai**

Tới đây chỉ còn đáp án B vì thế chắc chắn là đúng và sau đây là lý luận để B đúng.

Nếu hộp X là cuộn dây không thuần cảm (L,r) thì mạch gồm C, nối tiếp với (L, r) vì thế ta có:

$$U_{AB}^2 = U_r^2 + \left(U_L - U_C\right)^2 = U_r^2 + U_L^2 + U_C^2 - 2U_LU_C$$

$$\Rightarrow U_L = \frac{U_{MB}^2 + U_{AM}^2 - U_{AB}^2}{2U_{AM}} = \frac{260^2 + 120^2 - 220^2}{2.120} = 140V$$

$\Rightarrow U_r = \sqrt{U_{MB}^2 - U_L^2} = \sqrt{260^2 - 140^2} = 40\sqrt{30}V$ thỏa mãn giả thiết để cho vì thế **đáp án B đúng**

Ví dụ 3: Một đoạn mạch điện xoay chiều gồm 2 trong 3 phần tử R, L, C mắc nối tiếp. Cường độ dòng điện trong đoạn mạch nhanh pha $\pi/6$ so với hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch, tần số f = 50Hz. Biết $U_0 = 40$V và $I_0 = 8$A. Xác định các phần tử trong mạch và tính giá trị của các phần tử đó?

A. $R = 2{,}5\sqrt{3}\ \Omega$ và C = 1,27mF.

B. $R = 2{,}5\sqrt{3}\ \Omega$ và L = 318mH.

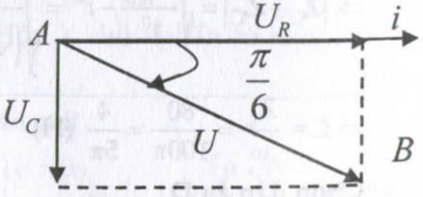
C. $R = 2{,}5\sqrt{3}\ \Omega$ và C = 1,27 μF.

D. $R = 5\sqrt{3}\ \Omega$ và L = 3,18mH.

Phân tích và hướng dẫn giải

Từ giả thiết để cho ta có giản đồ vecto trượt như hình vẽ:

để i nhanh pha hơn u một góc $\frac{\pi}{6}$ thì u phải nằm phía dưới i, kết hợp với giả thiết hộp X chỉ chứa hai phần tử nên hộp X phải là điện trở thuần R và tụ điện C.



Tổng trở: $Z = \frac{U_0}{I_0} = \frac{40}{8} = 5\Omega$

Từ hình vẽ ta có: $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{Z\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}\Omega = 2{,}5\sqrt{3}\Omega$

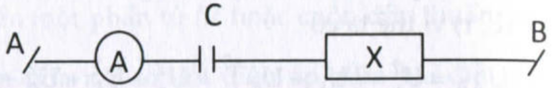
$$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{U_C}{U} = \frac{Z_C}{Z} = \frac{1}{2} \Rightarrow Z_C = \frac{Z}{2} = \frac{5}{2}\Omega = 2{,}5\Omega$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.2{,}5} = 1{,}27.10^{-3}(F)$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 4: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.

X là một hộp đen chứa 1 phần tử: R hoặc L hoặc (L, r) hoặc C, biết $u_{AB} = 100\sqrt{2}\cos100\pi t$ (V); $I_A = \sqrt{2}$ (A), P = 100 (W), $C = \frac{10^{-3}}{3\pi}$ (F), i trễ pha hơn u_{AB}. Tìm cấu tạo X và giá trị của phần tử.



A. X là cuộn dây thuần cảm; $L = \frac{4}{5\pi}$(H)

B. X là điện trở thuần R; $R = 100\Omega$

C. X là tụ điện; $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$(F)

D. X là cuộn dây không thuần cảm; $r = 50\Omega; L = \frac{4}{5\pi}$(H)

Phân tích và hướng dẫn giải

Theo giả thiết i trễ pha hơn u_{AB} và mạch tiêu thụ điện suy ra: Hộp đen là một cuộn dây có $r \neq 0$.

- Ta có: $P = rI^2 \Rightarrow r = \frac{P}{I^2} = \frac{100}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = 50(\Omega)$
- Mặc khác: $Z^2 = r^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2 = \frac{U^2_{AB}}{I^2}$

$$\Rightarrow \left|Z_L - Z_C\right| = \sqrt{\frac{U^2_{AB}}{I^2} - r^2} = \sqrt{\frac{100^2}{\left(\sqrt{2}\right)^2} - 50^2} = 50 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} Z_L - 30 = 50 \\ Z_L - 30 = -50 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} Z_L = 80\Omega \\ Z_L = -20\Omega(l) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{80}{100\pi} = \frac{4}{5\pi}\ (H)$$

Chọn đáp án D

Ví dụ 5: Mạch điện xoay chiều MN gồm cuộn cảm có trở trong hộp X, cuộn cảm thuần mắc theo thứ tự. A là điểm giữa cuộn cảm có trở và hộp X. B là điểm giữa hộp X và cuộn cảm thuần. Trong hộp X có 2 linh kiện khác loại (điện trở thuần, tụ điện, cuộn cảm).

Các giá trị tức thời $u_{MN} = 3u_{MA} = 1{,}5u_{AN}$, $Z_L = 15\sqrt{3}\Omega$. Đoạn mạch AB có điện áp vuông pha điện áp 2 đầu mạch. X chứa gì? Giá trị của nó? Biết trở của cuộn cảm MA là $R = 15\Omega$

A. $R = 30\Omega$ và $C = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}$(mF)

B. $R = 30\Omega$ và $C = \frac{\sqrt{3}}{\pi}$(mF)

C. $R = 30\Omega$ và $L = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}$(H)

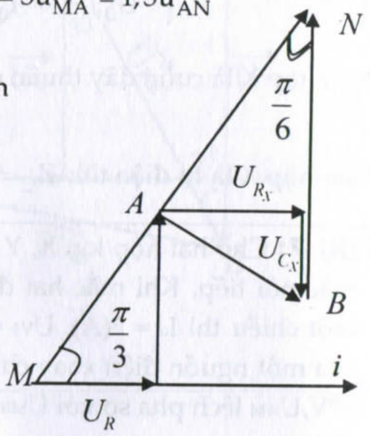
D. $R = 30\Omega$ và $L = \frac{\sqrt{3}}{\pi}$(H)

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có giãn đồ vecto trượt như hình vẽ $u_{MN} = 3u_{MA} = 1{,}5u_{AN}$

$\Rightarrow$ tỉ số u tức thời không đổi

Nên u_{MN}, u_{MA}, u_{AN} cùng pha u_{AB} chậm pha hơn i → X là R, C



$$\tan\varphi_{MA} = \frac{Z_L}{R_1} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{MA} = \frac{\pi}{3}$$

$$U_R = U_{AN}\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \leftrightarrow U_R = 2U_{MA}.\frac{1}{2} = U_{MA}$$

$$R = \sqrt{R_1^2 + Z_L^2} = 30\Omega$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{U_C}{U_R} = \frac{Z_C}{R} \Rightarrow C = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}(mF)$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 6: Trong hộp X chỉ có chứa nhiều nhất là một linh kiện: điện trở thuần hoặc cuộn thuần cảm hoặc tụ điện. Đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều tần số 50Hz. Ở thời điểm $t = t_1$, dòng điện và điện áp có giá trị lần lượt là 1A và $-50\sqrt{3}$V. Ở thời điểm $t = t_2$, dòng điện và điện áp có giá trị lần lượt là $-\sqrt{3}$A và −50V. Hộp X chứa phần tử nào, tính giá trị phần tử đó?

Phân tích và hướng dẫn giải

Ta biết rằng: i cùng pha với u_R nên tại $t \Rightarrow \begin{cases} u > 0 \\ i > 0 \end{cases}$ hoặc $t \Rightarrow \begin{cases} u < 0 \\ i < 0 \end{cases}$ mà theo đề bài $t_1 \Rightarrow \begin{cases} u_1 = -50\sqrt{3}V > 0 \\ i_1 = 1A < 0 \end{cases}$ nên mạch chỉ có thể là L hoặc C.

Mạch chỉ có L hoặc C hoặc có cả L, C ta có i vuông pha với u nên ta có hệ thức độc lập: $\frac{u^2}{U_0^2}+\frac{i^2}{I_0^2}=1$

Vì thế ta có hệ phương trình sau:

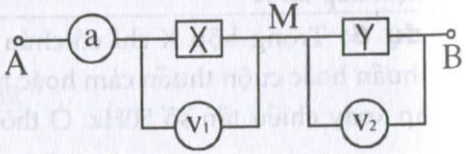
$$\begin{cases}\frac{u_1^2}{U_0^2}+\frac{i_1^2}{I_0^2}=1\\ \frac{u_2^2}{U_0^2}+\frac{i_2^2}{I_0^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{\left(-50\sqrt{3}\right)^2}{U_0^2}+\frac{1^2}{I_0^2}=1\\ \frac{(-50)^2}{U_0^2}+\frac{\left(-\sqrt{3}\right)^2}{I_0^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{U_0^2}=\frac{1}{10000}\\ \frac{1}{I_0^2}=\frac{1}{4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}U_0=100V\\ I_0=2A\end{cases}$$

Nếu hộp X là cuộn dây thuần cảm thì: $Z_L=\frac{U_0}{I_0}=\frac{100}{2}=50\Omega\Rightarrow L=\frac{1}{2\pi}(H)$

Nếu hộp X là tụ điện thì: $Z_C=\frac{U_0}{I_0}=\frac{100}{2}=50\Omega\Rightarrow C=\frac{2.10^{-4}}{\pi}(F)$

Ví dụ 7: Cho hai hộp kín X, Y chỉ chứa 2 trong ba phần tử: R, L (thuần), C mắc nối tiếp. Khi mắc hai điểm A, M vào hai cực của một nguồn điện một chiều thì $I_a = 2(A)$, $U_{V1} = 60(V)$. Khi mắc hai điểm A, B vào hai cực của một nguồn điện xoay chiều tần số 50Hz thì $I_a = 1(A)$, $U_{V1} = 60v$; $U_{V2} = 80V$, U_{AM} lệch pha so với U_{MB} một góc 120^0, xác định X, Y và các giá trị của chúng.

Phân tích và hướng dẫn giải



Đây là một bài toán có sử dụng đến tính chất của dòng điện 1 chiều đối với cuộn cảm và tụ điện. Khi giải phải lưu ý đến với dòng điện 1 chiều thì

$\omega=0\Rightarrow Z_L=0$ và $Z_C=\frac{1}{\omega C}=\infty$

Vì X cho dòng điện một chiều đi qua nên X không chứa tụ điện. Theo đề bài thì X chứa 2 trong ba phần tử nên X phải chứa điện trở thuần (R_x) và cuộn dây thuần cảm (L_x). Cuộn dây thuần cảm không có tác dụng với dòng điện một chiều nên: $R_x=\frac{U_{V_1}}{I}=\frac{60}{2}=30(\Omega)$

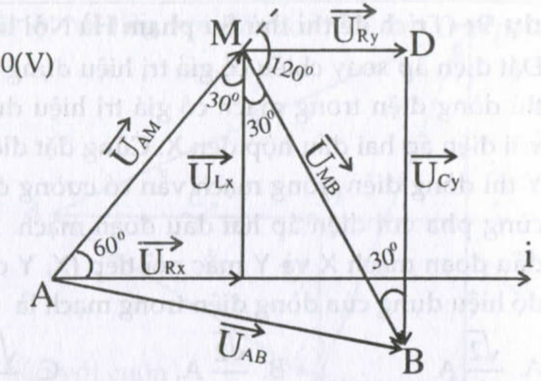
Khi mắc A, B vào nguồn điện xoay chiều

$$Z_{AM}=\frac{U_{V_1}}{I}=\frac{60}{1}=60(\Omega)=\sqrt{R_X^2+Z_{L_X}^2}$$

$$\Rightarrow Z_{L_X}=60^2-30^2=3.30^2\Rightarrow Z_{L_X}=30\sqrt{3}(\Omega)$$

$$\tan\varphi_{AM}=\frac{Z_{L_X}}{R_X}=\sqrt{3}\Rightarrow\varphi_{AM}=60^0$$

Từ giả thiết đề ra ta có giản đồ vecto trượt như hình vẽ. Từ giản đồ véc tơ ta thấy MB buộc phải chéo xuống thì mới tiến theo chiều dòng điện, do đó Y phải chứa điện trở thuần (R_Y) và tụ điện C_Y.


M
D
A
B
i
$\overrightarrow{U_{Ry}}$
$\overrightarrow{U_{AM}}$
$\overrightarrow{U_{Lx}}$
$\overrightarrow{U_{MB}}$
$\overrightarrow{U_{Cy}}$
$\overrightarrow{U_{Rx}}$
$\overrightarrow{U_{AB}}$
120°
30°
30°
60°
30°

Xét tam giác vuông MDB

$$U_{R_Y}=U_{MB}\sin 30^0=80.\frac{1}{2}=40(V)$$

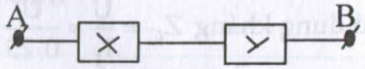
$$\Rightarrow R_Y=\frac{U_{R_Y}}{I}=\frac{40}{1}=40(\Omega)$$

$$U_{L_Y}=U_{MB}\cos 30^0=80.\frac{\sqrt{3}}{2}=40\sqrt{3}(V)$$

$$\Rightarrow Z_{L_Y}=40\sqrt{3}(\Omega)$$

$$\Rightarrow L_Y=\frac{40\sqrt{3}}{100\pi}=\frac{0,4\sqrt{3}}{\pi}(H)$$

Ví dụ 8: Một đoạn mạch xoay chiều AB gồm hai phần tử X, Y mắc như trên. Cường độ dao động trong mạch nhanh pha π/6 so với hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch.



Biết các biên độ của hiệu điện thế và cường độ dòng điện lần lượt là $U_0 = 220\sqrt{2}$ V và $I_0 = 2,2\sqrt{2}$ A, tần số dao động là f = 50Hz. Hai phần tử trên là 2 phần tử nào trong số R, L, C? Tính giá trị mỗi phần tử.

Phân tích và hướng dẫn giải

Giả sử trong đoạn mạch trên có không có phần tử R. Như vậy thì X, Y là hai phần tử L, C.

Gọi φ là góc hợp với $\vec{U};\vec{I}$ $\Rightarrow$ $\tan\varphi=\frac{Z_L-Z_c}{R}=\pm\infty\Rightarrow\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$ mà theo đầu bài $\vec{U}$ trễ pha với $\vec{i}$ 1 góc $\frac{\pi}{6}$ → vậy mạch điện chắc chắn có R (giả sử X là R) → Y là C

$$\tan\varphi = \frac{-Z_C}{R} = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow R = \sqrt{3}Z_C \quad (1)$$

Mặt khác:

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = 2Z_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{220\sqrt{2}}{2,2\sqrt{2}} = 100 \Rightarrow Z_C = 50\Omega \Rightarrow R = 50\sqrt{3}\Omega$$

$$Z_C = 50\Omega \Rightarrow C = \frac{2.10^{-4}}{\pi}(F)$$

Ví dụ 9: (Trích đề thi thử Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2013)

Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U vào hai đầu một hộp đen X thì dòng điện trong mạch có giá trị hiệu dụng 0,25A và sớm pha $\pi/2$ so với điện áp hai đầu hộp đen X. Cũng đặt điện áp đó vào hai đầu hộp đen Y thì dòng điện trong mạch vẫn có cường độ hiệu dụng là 0,25 A nhưng cùng pha với điện áp hai đầu đoạn mạch. Nếu đặt điện áp trên vào hai đầu đoạn mạch X và Y mắc nối tiếp (X, Y chỉ chứa 1 phần tử) thì cường độ hiệu dụng của dòng điện trong mạch là

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ A. B. $\frac{\sqrt{2}}{8}$ A. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ A. D. $\sqrt{2}$ A.

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi hộp đen là X: theo bài ra i nhanh pha hơn u 1 lượng $\frac{\pi}{2}$ nên X là tụ điện có dung kháng $Z_C = \frac{U}{I_1} = \frac{U}{0,25} = 4U$

Khi hộp đen là Y thì i cùng pha với u nên hộp Y là điện trở

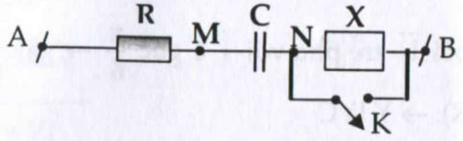
$$R = \frac{U}{I_2} = \frac{U}{0,25} = 4U$$

Khi mắc X,Y nối tiếp ta có $I = \frac{U}{\sqrt{16U^2 + 16U^2}} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}$ A

Chọn đáp án B

Ví dụ 10: Đoạn mạch AB gồm các phần tử mắc theo thứ tự: Điện trở thuần R, tụ điện có điện dung C, một hộp đen X. Điểm M ở giữa A và C, điểm N ở giữa C và X.

Hai đầu NB có một dây nối có khoá K (điện trở của khoá K và dây nối không đáng kể).



Cho $u_{AB} = U\sqrt{2}\cos\omega t$. Khi khoá K đóng thì U_{AM}= 200V, U_{MN} = 150V. Khi K ngắt thì U_{AN} = 150V, U_{NB} = 200V. Các phần tử trong hộp X có thể là:

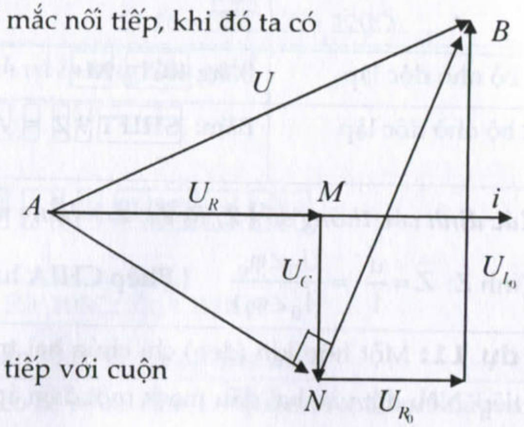
A. Điện trở thuần.

B. Cuộn cảm thuần nối tiếp với tụ điện.

C. Điện trở thuần nối tiếp với cuộn cảm.

D. Điện trở thuần nối tiếp với tụ điện.

Phân tích và hướng dẫn giải



Khi k đóng mạch chỉ còn R&C mắc nối tiếp, khi đó ta có

$$U_{AB} = \sqrt{U_{AM}^2 + U_{MN}^2} = 250V$$

K mở R và C nối tiếp với X:

Nhận xét quan trọng:

$$250^2 = 150^2 + 200^2$$

$$\Leftrightarrow U^2 = U_{AN}^2 + U_{NB}^2$$

$$\Rightarrow \vec{U}_{AN} \perp \vec{U}_{NB}$$

Vậy X gồm điện trở thuần nối tiếp với cuộn dây thuần cảm.

Chọn đáp án C

XÁC ĐỊNH HỘP ĐEN X TRONG MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU DÙNG MÁY TÍNH FX-570ES

1.Chọn cài đặt máy tính Fx-570ES:

Chọn chế độ	**Nút lệnh**	**Ý nghĩa- Kết quả**
Cài đặt ban đầu (Reset all):	Bấm: SHIFT 9 3 = =	Reset all
Chỉ định dạng nhập / xuất toán	Bấm: SHIFT MODE 1	Màn hình xuất hiện Math.
Thực hiện phép tính về số phức	Bấm: MODE 2	Màn hình xuất hiện chữ CMPLX
Dạng toạ độ cực: r∠θ (A∠φ)	Bấm: SHIFT MODE ▼ 3 2	Hiển thị số phức kiểu r ∠θ
Tính dạng toạ độ đề các: a + ib.	Bấm: SHIFT MODE ▼ 3 1	Hiển thị số phức kiểu a+bi
Chọn đơn vị góc là độ (D)	Bấm: SHIFT *MODE* 3	Màn hình hiển thị chữ D
Hoặc chọn đơn vị góc là Rad (R)	Bấm: SHIFT *MODE* 4	Màn hình hiển thị chữ R

Để nhập ký hiệu góc ∠	Bấm: $\boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{(-)}$	Màn hình hiển thị ký hiệu ∠
Chuyển từ dạng **a + bi** sang dạng **A∠ φ**,	Bấm: $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{=}$	Màn hình hiển thị dạng **A∠ φ**
Chuyển từ dạng **A∠ φ** sang dạng **a + bi**	Bấm: $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{2}\boxed{4}\boxed{=}$	Màn hình hiển thị dạng **a + bi**
Sử dụng bộ nhớ độc lập	Bấm: $\boxed{\text{M+}}$ hoặc $\boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{\text{M+}}$	Màn hình xuất hiện **M** và **...M+** hoặc **....M-**
Gọi bộ nhớ độc lập	Bấm: $\boxed{\text{RCL}}\ \boxed{\text{M+}}$	Màn hình xuất hiện ......**M**
Xóa bộ nhớ độc lập	Bấm: $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{9}\boxed{2}\boxed{=}\boxed{\text{AC}}$	Clear Memory? [=] :Yes (mất chữ M)

2. *Xác định các thông số (Z, R, ZL, ZC) bằng máy tính:*

- Tính Z: $\overline{Z}=\dfrac{u}{i}=\dfrac{U_0\angle\varphi_u}{(I_0\angle\varphi_i)}$ **(Phép CHIA hai số phức)**

Ví dụ 11: Một hộp kín (đen) chỉ chứa hai trong ba phần tử R, L, C mắc nối tiếp. Nếu đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t + \dfrac{\pi}{4})$ (V) thì cường độ dòng điện qua hộp đen là $I = 2\cos(100\pi t)$(A). Đoạn mạch chứa những phần tử nào? Giá trị của các đại lượng đó?

A. R = 50Ω; ZL= 50Ω . B. R = 50Ω; ZC= 50Ω .

C. ZC = 50Ω; ZL= 50Ω . D. R = 60Ω; ZL= 60Ω .

Phân tích và hướng dẫn giải

Với máy FX570ES: Bấm chọn $\boxed{\text{MODE}}\boxed{2}$ trên màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**.

Chọn đơn vị đo góc là độ (**D**), bấm: $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\textit{MODE}}\boxed{3}$ trên màn hình hiển thị chữ **D**

Bấm $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{MODE}}\boxed{\blacktriangledown}\boxed{3}\boxed{1}$: Cài đặt dạng toạ độ đề-các: **(a + bi)**.

+ *nếu a = 0 thì mạch không có R*

+ *nếu b = 0 thì mạch không có cả L và C (hoặc có cả L và C nhưng mạch xảy ra cộng hưởng)*

+ *nếu a > 0 và b > 0 thì mạch có R và L (hoặc có cả R, L, C và mạch có tính cảm kháng).*

+ *nếu a < 0 và b < 0 thì mạch có R và C (hoặc có cả R, L, C và mạch có tính dung kháng).*

Tổng trở theo dạng phức: $\overline{Z}=\dfrac{u}{i}=\dfrac{100\sqrt{2}\angle 45}{(2\angle 0)}$

Nhập: $\boxed{100}\boxed{\sqrt{2}}\ \boxed{\blacktriangleright}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\ \boxed{45}\ \boxed{:}\ \boxed{(}\ \boxed{2}\ \boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\ \boxed{0}\ \boxed{)}\boxed{=}$

Hiển thị: **50+50i**

Mà $\overline{Z}=R+(Z_L-Z_C)i$. Suy ra: R = 50Ω; ZL= 50Ω. Vậy hộp kín (đen) chứa hai phần tử R, L. **Chọn đáp án A**

Ví dụ 12: Một hộp kín (đen) chỉ chứa hai trong ba phần tử R, L, C mắc nối tiếp. Nếu đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều $u = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t - \dfrac{\pi}{4})$ (V) thì cường độ dòng điện qua hộp đen là $i = 2\cos(100\pi t)$. Xác định hộp đen

A. R = 100Ω; ZL= 100Ω . B. R = 100Ω; ZC= 100Ω .

C. ZC = 90Ω; ZL= 00Ω . D. R = 120Ω; ZL= 120Ω .

Phân tích và hướng dẫn giải

$\overline{Z}=\dfrac{u}{i}=\dfrac{200\sqrt{2}\angle -45}{(2\angle 0)}$:

Nhập $\boxed{200}\boxed{\sqrt{2}}\ \boxed{\blacktriangleright}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\ \boxed{-45}\ \boxed{:}\ \boxed{(}\ \boxed{2}\ \boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\ \boxed{0}\boxed{)}\boxed{=}$

Hiển thị: **100-100i**

Mà $\overline{Z}=R+(Z_L-Z_C)i$. Suy ra: R = 100Ω; ZC = 100Ω .

Vậy hộp kín (đen) chứa hai phần tử R, C. **Chọn đáp án B**

Ví dụ 13: Cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm L = 636mH mắc nối tiếp với đoạn mạch X.

Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế $u = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t$(V) thì cường độ dòng điện qua cuộn dây là $i = 0{,}6\sqrt{2}\cos(100\pi t - \pi/6)$(A). Tìm hiệu điện thế hiệu dụng Ux giữa hai đầu đoạn mạch X?

A. 120V. B. 240V. C. $120\sqrt{2}$ V. D. $60\sqrt{2}$ V.

Phân tích và hướng dẫn giải

Với dạng toán này tính giải theo máy tính là một bước đột phá về giải nhanh. Khi tính theo máy tính không những ta tìm được hiệu điện thế hiệu dụng (cực đại) mà ta còn tìm được cả pha của hộp X từ đó ta biết được trong hộp X có chứa phần tử nào hay là mạch có tính cảm kháng hay dung kháng. Đây là phương pháp giải cực hay vì thế các bạn cố gắng nắm được nhé!

Trước tiên tính ZL= 200Ω

Với máy FX570ES: Bấm $\boxed{\text{MODE}}\boxed{2}$ xuất hiện **CMPLX**. -Bấm: $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\textit{MODE}}\boxed{4}$ màn hình hiển thị **R** .

Bấm $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{MODE}}\boxed{\blacktriangledown}\boxed{3}\boxed{1}$: Cài đặt dạng toạ độ đề các: **(a + bi)**.

Bước 1: Viết $u_L = i\,Z_L = 0{,}6\sqrt{2}\angle\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$ x200i :

Nhập máy $0,6\sqrt{2}$ ▶ SHIFT (–) $-\frac{\pi}{6}$ ▶ x 200 ENG Shift 2 3 = M+

(sử dụng bộ nhớ độc lập)

Kết quả là:** 169,7* $\angle \frac{\pi}{3}$ ***có nghĩa là: u_L *=169,7* cos(100πt+π/3)(V)

Bước 2: Tìm $u_X = u_{AB} - u_L$:

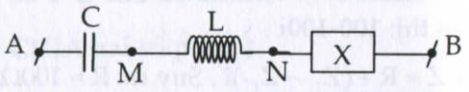
Nhập máy: $120\sqrt{2}$ ▶ SHIFT (–) 0 - RCL M+ (gọi bộ nhớ độc lập)
SHIFT 2 3 = ***Kết quả:** 170* $\angle$ –1,055

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{170}{\sqrt{2}} = 120V .$$

Chọn đáp án A

Ví dụ 14: Cho mạch điện như hình vẽ:

$C= \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$; $L= \frac{2}{\pi}(H)$



Biết đặt vào hai đầu mạch điện áp xoay chiều $u_{AB} = 200\cos(100\pi t+ \frac{\pi}{4})$ (V) thì cường độ dòngđiện trong mạch là $i = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t)$(A); X là đoạn mạch gồm hai trong ba phần tử (R_0, L_0 (thuần), C_0) mắc nối tiếp. Các phần tử của hộp X là:

A. $R_0 = 50\Omega$; $C_0 = \frac{2.10^{-4}}{\pi}(F)$

B. $R_0 = 50\Omega$; $C_0 = \frac{10^{-4}}{2.\pi}(F)$

C. $R_0 = 100\Omega$; $C_0 = \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$

D. $R_0 = 50\Omega$; $L_0 = \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Cách 1: Trước tiên tính Z_L= 200Ω ; Z_C= 100Ω

Với máy FX570ES: Bấm MODE 2 xuất hiện **CMPLX**.

Bấm: SHIFT MODE 4 màn hình hiển thị **R**.

Bấm SHIFT MODE ▼ 3 1 : Cài đặt dạng toạ độ đề các: **(a + bi)**.

Bước 1: Viết $u_{AN} = i\, Z_{AN} = 2\sqrt{2} \angle 0 \times (i(200 - 100))$

Nhập máy: $2\sqrt{2}$ ▶ SHIFT (–) 0 x (ENG (200 - 100)) Shift 2 3 =
M+ (sử dụng bộ nhớ độc lập)

Kết quả là: $200\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{2}$ ***có nghĩa là:*** $u_{AN} = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$(V)

Bước 2: Tìm $u_{NB} = u_X = u_{AB} - u_{AN}$:

Nhập máy: 200 ▶ SHIFT (–) $\frac{\pi}{4}$ - RCL M+ (gọi bộ nhớ độc lập) SHIFT
2 3 = ***Kết quả:*** $200 \angle -\frac{\pi}{4}$

Bước 3: Tìm Z_X: $\overline{Z}_X = \frac{u_X}{i}$

Nhập máy: AnS : ($2\sqrt{2}$ SHIFT (–) 0) kết quả: **50-100i**

vậy hộp X có 2 phần tử nên sẽ là: $R_0 = 50\Omega$; $Z_{C0} = 100\ \Omega$.

Từ đó ta được: $R_0 = 50\Omega$; $C_0 = \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$.

Cách 2: Nhận xét: Theo đề cho thì u và i sớm pha π/4 nên mạch có R_0 , do $Z_C = 100\Omega < Z_L = 200\Omega$ nên mạch phải chứa C_0 hoặc L_0 sao cho

$$\tan\frac{\pi}{4} = \frac{Z_L + Z_{L0} - Z_C - Z_{C0}}{R_0} = 1 \qquad (1)$$

$$\text{Với} \Rightarrow Z = \frac{U_0}{I_0} = \frac{200}{2\sqrt{2}} = 50\sqrt{2}\Omega \qquad (2) \quad R_0 < 50\sqrt{2}\Omega$$

Từ đây ta thấy tử số của (1) cũng không quá $50\sqrt{2}\Omega$.

Mà $Z_L - Z_C = 200\Omega - 100\Omega = 100\Omega$

Nên nếu mạch có L_0 thì tử số sẽ vượt quá 100Ω, dĩ nhiên sẽ vượt quá $50\sqrt{2}\Omega$ suy ra mạch không chứa L_0.

Vì thế mạch phải chứa C_0

$$\text{Hay } \frac{Z_L - Z_C - Z_{C0}}{R_0} = 1 \Rightarrow R_0 = Z_L - Z_C - Z_{C0}$$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow Z = \sqrt{R_0^2 + \left(Z_L - Z_C - Z_{C0}\right)^2} = R_0\sqrt{2} = Z_{C0}\sqrt{2} = 50\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow R_0 = Z_{C0} = 50\Omega \Rightarrow C_0 = \frac{2.10^{-4}}{\pi}(F)$$

Chọn đáp án B

Nhận xét: *cách làm thứ hai đòi hỏi chúng ta phải biện luận được giới hạn trên của đại lượng vì thế cũng gây cho nhiều bạn bối rối. Tuy nhiên nếu làm cách này cộng thêm với phương pháp loại trừ thì cũng đạt hiệu quả tốt hơn. Cuối cùng ta nhận thấy, khi giải bằng máy tính kết quả cho ra nhanh hơn và cũng không cần kiến thức suy luận hay loại trừ gì hết vì kết quả cho là rõ ràng.*

BÀI TẬP VẬN DỤNG:

Câu 1: Trong mạch điện xoay chiều gồm phần tử X nối tiếp phần tử Y. Biết rằng X và Y chứa 1 trong 3 phần tử (điện trở thuần, tụ điện, cuộn dây thuần cảm). Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp: $u = U\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$ thì điện áp hiệu dụng trên 2 phần tử X, Y đo được lần lượt là $U_X = U\frac{\sqrt{3}}{2}$ và $U_Y = \frac{U}{2}$.

Biết u nhanh pha hơn i. Các phần tử X, Y lần lượt là:

A. Điện trở thuần R và cuộn dây thuần cảm.

B. Điện trở thuần R và tụ điện

C. Cuộn dây thuần cảm và cuộn dây thuần cảm

D. Cuộn dây thuần cảm và tụ điện

Phân tích và hướng dẫn giải

Nhận xét: u nhanh pha hơn i và $U_X^2 + U_Y^2 = U^2$ nên X là điện trở thuần còn Y cuộn thuần cảm

Chọn đáp án A

Câu 2: Đặt vào 2 đầu một hộp kín X (chỉ gồm các phần tử mắc nối tiếp) một điện áp xoay chiều $u = 50\cos(100\pi t + \pi/6)(V)$ thì cường độ dòng điện qua mạch $i = 2\cos(100\pi t + 2\pi/3)(A)$. Nếu thay điện áp trên bằng điện áp khác có biểu thức $u = 50\sqrt{2}\cos(200\pi t + 2\pi/3)(V)$ thì cường độ dòng điện $i = \sqrt{2}\cos(200\pi t + \pi/6)(A)$. Những thông tin trên cho biết X chứa

A. $R = 25\ (\Omega)$, $L = 2,5/\pi(H)$, $C = 10^{-4}/\pi(F)$.

B. $L = 5/12\pi(H)$, $C = 1,5.1z0^{-4}/\pi(F)$.

C. $L = 1,5/\pi(H)$, $C = 1,5.10^{-4}/\pi(F)$.

D. $R = 25\ (\Omega)$, $L = 5/12\pi(H)$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Giả sử mạch gồm 3 phần tử thuần R, thuần L và tụ C nối tiếp

Trong hai trường hợp u và i vuông pha với nhau nên R = 0

$$\varphi_1 = \varphi_{u_1} - \varphi_{i_1} = \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow Z_1 = Z_{C_1} - Z_{L_1} (Z_{C_1} > Z_{L_1})$$

$$\varphi_2 = \varphi_{u_2} - \varphi_{i_2} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow Z_2 = Z_{L_2} - Z_{C_2} = 2Z_{L_1} - \frac{Z_{C_1}}{2} (f_2 = 2f_1)$$

$$\begin{cases} Z_1 = Z_{C_1} - Z_{L_1} = \frac{U_1}{I_1} = 25\Omega \\ Z_2 = 2Z_{L_1} - \frac{Z_{C_1}}{2} = \frac{U_2}{I_2} = 50\Omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L_1} = \frac{125}{3}\Omega \\ Z_{C_1} = \frac{200}{3}\Omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L = \frac{5}{12\pi}(H) \\ C = \frac{3.10^{-4}}{2\pi}(F) \end{cases}$$

Chọn đáp án B

Câu 3: Nhiều hộp khối giống nhau, người ta nối một đoạn mạch gồm một trong các hộp khối đó mắc nối tiếp với điện trở R = 100Ω khi đoạn mạch được đặt vào hiệu điện thế xoay chiều tần số 50Hz thì hiệu điện thế sớm pha 60^0 so với dòng điện trong mạch. Hộp kín chứa tụ điện hay cuộn cảm. Tính điện dung của tụ hoặc độ tự cảm của cuộn cảm

A. X là cuộn dây thuần cảm; $L = \frac{\sqrt{3}}{\pi}(H)$

B. X là điện trở thuần R; $R = 100\Omega$

C. X là tụ điện; $C = \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$

D. X là cuộn dây không thuần cảm; $r = 50\Omega$; $L = \frac{4}{5\pi}(H)$

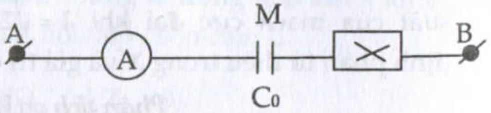
Phân tích và hướng dẫn giải

Đoạn mạch gồm X và R mắc nối tiếp. Theo bài ra: Hiệu điện thế sớm pha hơn cường độ dòng điện trong mạch nên mạch điện có tính chất cảm kháng. Vậy trong hộp chứa cuộn cảm.

Vì thế ta có: $\tan\varphi = \frac{Z_L}{R} = \tan 60^0 = \sqrt{3} \Rightarrow Z_L = \sqrt{3}R = 100\sqrt{3}\Omega$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{100\sqrt{3}}{100\pi} = \frac{\sqrt{3}}{\pi}(H)$$

Câu 4: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ chứa 2 trong 3 phần tử mắc nối tiếp. Bỏ qua điện trở của mape kế vào đầu nối. Đặt vào 2 đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều có biểu thức $U = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V) thì ampe kế chỉ 0,8A và hệ số công suất của dòng điện trong mạch là 0,6. Xác định các phần tử chứa trong đoạn mạch X và độ lớn của chúng, biết $C_0 = \frac{10^{-3}}{2\pi}$ (F)



Phân tích và hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có:

$$Z_{C_0} = \frac{1}{\omega C_0} = \frac{1}{100\pi.\frac{10^{-3}}{2\pi}} = 20(\Omega)$$

Tổng trở: $Z = \frac{U}{I} = \frac{200}{0,8} = 250\Omega$

Tổng trở đoạn mạch X: $Z^2 = Z_{C_0}^2 + Z_X^2$

$$\Rightarrow Z_X = \sqrt{Z^2 - Z_{C_0}^2} = \sqrt{250^2 - 20^2} = 30\sqrt{69}\Omega$$

Ta lại có:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = 0,6 \Rightarrow R = 0,6Z = 0,6.250 = 150\Omega$$

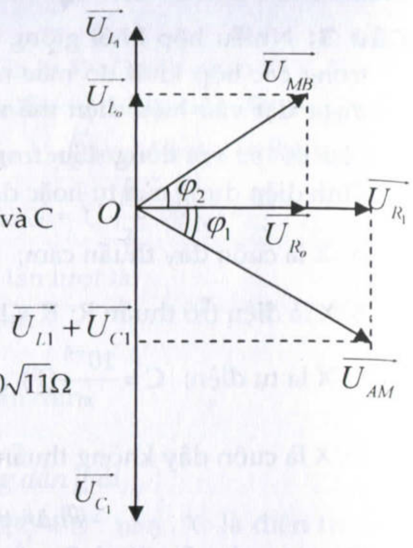
- Như vậy, đoạn mạch X gồm R và L hoặc R và C

Trường hợp 1: X gồm R và L

$$Z_X = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$$

$$\Rightarrow Z_L = \sqrt{Z_X^2 - R^2} = \sqrt{\left(30\sqrt{69}\right)^2 - 150^2} = 60\sqrt{11}\Omega$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{60\sqrt{11}}{100\pi} = \frac{2}{\pi}\ (H)$$


$\overrightarrow{U_{L_1}}$
$\overrightarrow{U_{MB}}$
$\overrightarrow{U_{L_o}}$
φ_2
O
φ_1
$\overrightarrow{U_{R_1}}$
$\overrightarrow{U_{R_o}}$
$\overrightarrow{U_{L1}} + \overrightarrow{U_{C1}}$
$\overrightarrow{U_{AM}}$
$\overrightarrow{U_{C_1}}$

Trường hợp 2: X gồm R và C

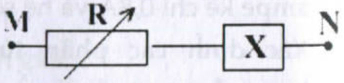
$$Z_X = \sqrt{R^2 + Z_C^2}$$

$$\Rightarrow Z_C = \sqrt{Z_X^2 - R^2} = \sqrt{\left(30\sqrt{69}\right)^2 - 150^2} = 60\sqrt{11}\Omega$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.60\sqrt{11}} = \frac{10^{-4}}{2\pi}(F)\ (H)$$

Câu 5: Cho mạch điện như hình vẽ. Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch có biểu thức là $u_{MN} = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Cường độ dòng điện i nhanh pha hơn điện áp hai đầu đoạn mạch.

X là hộp kín chứa cuộn thuần cảm hoặc tụ điện. R là biến trở. Điều chỉnh R thấy công suất của mạch cực đại khi $I = \sqrt{2}$ A. Xác định phần tử điện trong X và giá trị của nó.



Phân tích và hướng dẫn giải

Cường độ dòng điện i nhanh pha hơn điện áp u hai đầu đoạn mạch nên X chứa tụ điện.

Công suất tiêu thụ của đoạn mạch: $P = I^2R = \frac{U^2.R}{R^2 + Z_C^2} = \frac{U^2}{R + \frac{Z_C^2}{R}}$

Ta thấy, P_{max} khi $\left[R + \frac{Z_C^2}{R}\right]$ min. Theo bất đẳng thức Cô-si, ta có:

$$R + \frac{Z_C^2}{R} \geq 2\sqrt{R.\frac{Z_C^2}{R}} \Leftrightarrow R + \frac{Z_C^2}{R} \geq 2Z_C$$

Dấu = xảy ra khi và chỉ khi R = Zc.

Tổng trở của toàn mạch: $Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = Z_C\sqrt{2}$ (1)

Mặt khác: $Z = \frac{U}{I}$ (2)

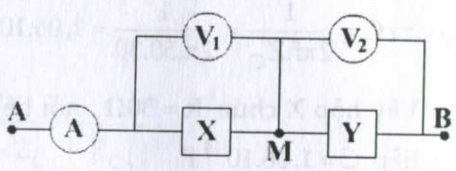
Từ (1) và (2)

$$\Rightarrow Z_C\sqrt{2} = \frac{U}{I} = \frac{200}{\sqrt{2}} \Rightarrow Z_C = 100\Omega \Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{10^{-4}}{\pi}F.$$

Câu 6: Cho đoạn mạch AB như hình vẽ. Mỗi hộp X và Y chỉ chứa hai trong ba phần tử: điện trở thuần, cuộn dây thuần cảm và tụ điện mắc nối tiếp. Các vôn kế V₁, V₂ và ampe kế đo được cả dòng xoay chiều và một chiều, điện trở các vôn kế rất lớn, điện trở ampe kế không đáng kể. Khi mắc vào hai điểm A và M hai cực của nguồn điện một chiều, ampe kế chỉ 2A, V₁ chỉ 60V.

Khi mắc A và B vào nguồn điện xoay chiều, tần số 50Hz thì ampe kế chỉ 1A, các vôn kế chỉ cùng giá trị 60V nhưng uAM và uMB lệch pha nhau $\frac{\pi}{2}$.

Hai hộp X và Y chứa những phần tử nào? Tính giá trị của chúng.


V₁
V₂
A
A
X
M
Y
B

Phân tích và hướng dẫn giải

Khi mắc hai đầu hộp X với nguồn điện một chiều, ampe kế chỉ 2A ⇒ trong mạch có dòng điện có cường độ I₁ = 2A, chứng tỏ trong hộp kín X không có tụ điện. Vậy hộp kín X chứa điện trở R nối tiếp cuộn cảm L.

Khi đó ta có: $Z_{AM} = R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{60}{2} = 30\Omega$ (vì ZL = 0).

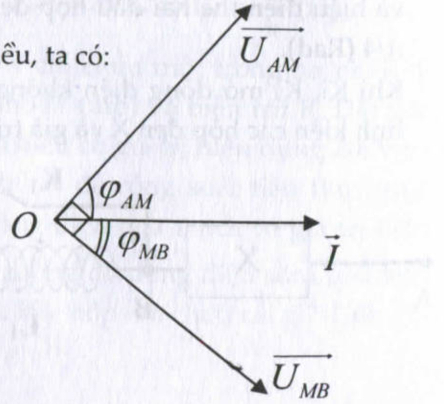
Khi mắc A và B vào nguồn điện xoay chiều, ta có:

$$Z_{AM} = \frac{U_1}{I_2} = \frac{60}{1} = 60\Omega$$

Vì $Z_{AM} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow R^2 + Z_L^2 = 60^2$

$$\Rightarrow Z_L = \sqrt{60^2 - 30^2} = 30\sqrt{3}\Omega$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{2\pi f} = \frac{30\sqrt{3}}{2\pi.50} = 0,165\ H.$$


$\overrightarrow{U_{AM}}$
φ_{AM}
O
φ_{MB}
$\vec{I}$
$\overrightarrow{U_{MB}}$

Ta có: $\tan\varphi_{AM} = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{30\sqrt{3}}{30} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{AM} = \dfrac{\pi}{3}$ rad

Ta có hình vẽ như ở bên dưới. Theo hình, uMB trễ pha so với dòng điện nên ⇒ hộp kín Y chứa điện trở R′ nối tiếp tụ điện C.

Đối với đoạn mạch MB: $Z_{MB} = \dfrac{U_2}{I_2} = \dfrac{60}{1} = 60\Omega$

Mà $Z_{MB} = \sqrt{R'^2 + Z_C^2} = 60\Omega \Rightarrow R'^2 + Z_C^2 = 60^2$ (1)

Vì uAM vuông pha uMB nên ta có:

$$\tan\varphi_{AM}.\tan\varphi_{MB} = -1 \Leftrightarrow \frac{Z_L}{R}\left(\frac{-Z_C}{R}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{Z_L}{R}.\frac{Z_C}{R} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{30\sqrt{3}}{30}.\frac{Z_C}{R'} = 1 \Leftrightarrow R' = Z_C\sqrt{3} \quad (2)$$

Giải (1) và (2) ⇒ $R' = 30\sqrt{3}\Omega$; $Z_C = 30\Omega$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f.Z_C} = \frac{1}{2\pi.50.30} = 1{,}06.10^{-4}\,(F).$$

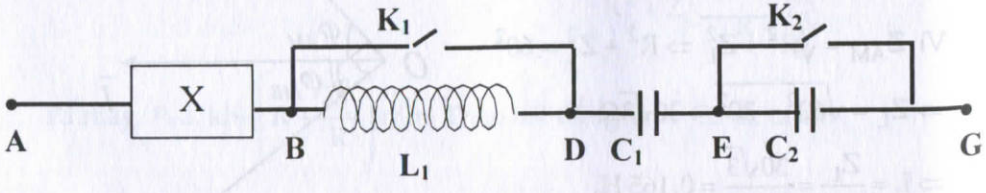
Vậy hộp X chứa $R = 30\Omega$ nối tiếp $L = 0{,}165$ H hộp Y chứa $R' = 30\sqrt{3}\Omega$ nối tiếp $C = 1{,}06.10^{-4}$ F.

Câu 7: Cho mạch điện như hình vẽ Biết $C_1 = \dfrac{10^{-3}}{15\pi}$ F, $C_2 = \dfrac{10^{-4}}{\pi}$ F. Hộp đen X chứa 2 trong 3 linh kiện R, L, C. Đặt vào hai đầu mạch AG một hiệu điện thế xoay chiều $u = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V)

Khi đóng K₁, mở K₂ hoặc đóng K₂ mở K₁ thì cường độ hiệu dụng của dòng điện trong mạch đều như nhau.

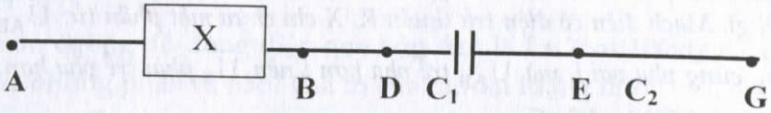
Khi đóng đồng thời cả K₁ và K₂ thì hiệu điện thế hai đầu tụ điện đạt cực đại và hiệu điện thế hai đầu hộp đen X nhanh pha hơn cường độ dòng điện là π/4 (Rad).

Khi K₁, K₂ mở dòng điện không cùng pha với hiệu điện thế. Xác định các linh kiện các hộp đen X và giá trị của nó. Tìm L₁?



Phân tích và hướng dẫn giải

Ta có: $Z_{C_1} = 150\Omega$; $Z_{C_2} = 100\Omega$



Khi đóng đồng thời cả K₁ và K₂ thì hiệu điện thế hai đầu tụ điện đạt cực đại và hiệu điện thế hai đầu hộp đen X nhanh pha hơn cường độ dòng điện là π/4 (Rad).

Nên hộp đen X gồm điện trở R và cuộn thuần cảm có độ tự cảm L

(vì nếu có L và C thì ux vuông pha với i; nếu là R và C thì ux chậm pha hơn i)

và ta có $R = Z_L$ (vì ux nhanh pha hơn i góc $\dfrac{\pi}{4}$)

Khi UC = UCmax thì $Z_{C_1} = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = 2Z_L \Rightarrow R = Z_L = \dfrac{Z_{C_1}}{2} = 75\Omega$

và $L = \dfrac{Z_L}{100\pi} = \dfrac{3}{4\pi}$(H)

Khi đóng K₁, mở K₂: $Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1} - Z_{C_2})^2}$

Khi đóng K₂, mở K₁ $Z_2 = \sqrt{R^2 + (Z_L + Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}$

Khi đóng K₁, mở K₂ hoặc đóng K₂ mở K₁ thì cường độ hiệu dụng của dòng điện trong mạch đều như nhau

$$Z_1 = Z_2 \Leftrightarrow \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1} - Z_{C_2})^2} = \sqrt{R^2 + (Z_L + Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}$$

$$\Rightarrow Z_L - Z_{C_1} - Z_{C_2} = -(Z_L + Z_{L_1} - Z_{C_1})$$

$$\Rightarrow Z_{L_1} = Z_{C_2} + 2Z_{C_1} - 2Z_L = 100 + 2.150 - 2.75 = 250\Omega \Rightarrow L_1 = \frac{2{,}5}{\pi}(H)$$

Câu 8: Cho đoạn mạch AB gồm hộp kín X chi chứa một trong ba phần tử (điện trở thuần, tụ điện hoặc cuộn dây thuần cảm) và biến trở R. Đặt vào hai đầu đoạn AB một hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200V và tần số 50Hz. Thay đổi giá trị của biến trở R để công suất tiêu thụ trong mạch AB là cực đại. Khi đó cường độ dòng điện qua mạch có giá trị hiệu dụng bằng 1,414 A (coi bằng $\sqrt{2}$ A). Biết cường độ dòng điện sớm pha hơn hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch AB. Hỏi hộp kín chứa cái gì? Tính giá trị của nó. Bỏ qua điện trở các dây nối.

Phân tích và hướng dẫn giải

Đây là một bài hộp kín tương đối đơn giản. Trước hết ta hãy đi tìm xem hộp kín chứa cái gì. Mạch điện có điện trở thuần R, X chỉ chứa một phần tử: $\overrightarrow{U_{AB}} = \overrightarrow{U_R} + \overrightarrow{U_X}$ $\overrightarrow{U_R}$ *cùng pha với i, mà* $\overrightarrow{U_{AB}}$ *trễ pha hơn i nên* $\overrightarrow{U_X}$ *phải trễ pha hơn i => Do vậy X chỉ có thể là tụ điện C.*

X là tụ điện C nên ta có công suất tiêu thụ của đoạn mạch là:

$$P = I^2.R = \frac{U^2R}{R^2+Z_C^2} = \frac{U^2}{R+\frac{Z_C^2}{R}}$$

Để Pmax thì $(R+\frac{Z_C^2}{R})$min, AD BĐT Cosi ta có $(R+\frac{Z_C^2}{R}) \geq 2Z_C$

Dấu "=" xảy ra ⇔ R=Zc

Ta có $Z = \frac{U}{I} = 100\sqrt{2}\Omega = \sqrt{2}Z_C \Rightarrow Z_C = 100\Omega \Rightarrow C = \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$

Câu 9: Một hộp kín (đen) chỉ chứa hai trong ba phần tử R, L, C mắc nối tiếp. Nếu đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều $u = 200\sqrt{6}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{6})$ (V) thì cường độ dòng điện qua hộp đen là $i= 2\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{6})$(A). Đoạn mạch chứa những phần tử nào? Giá trị của các đại lượng đó?

A. $R = 50\sqrt{3}\ \Omega$; $Z_L = 150\Omega$ B. $R = 50\sqrt{3}\ \Omega$; $Z_C = 150\Omega$

C. $Z_C = 50\Omega$; $Z_L= 150\Omega$ D. $R = 60\Omega$; $Z_L = 160\Omega$

Phân tích và hướng dẫn giải

Với máy FX570ES: Bấm chọn $\boxed{\text{MODE}}\boxed{2}$ trên màn hình xuất hiện chữ: CMPLX.

Chọn đơn vị đo góc là độ (D), bấm : $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\textit{MODE}}\boxed{3}$ trên màn hình hiển thị chữ D

Bấm $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{MODE}}\boxed{▼}\boxed{3}\boxed{1}$: Cài đặt dạng toạ độ đề các: (a + bi).

$$\overline{Z} = \frac{u}{i} = \frac{200\sqrt{6}\angle 30}{(2\sqrt{2}\angle -30)}$$

Nhập $\boxed{200\sqrt{6}}\ \boxed{▶}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\ \boxed{30}\ \boxed{:}\boxed{(}\boxed{2\ \sqrt{2}}\ \boxed{▶}\ \boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\ \boxed{(-30)}\ \boxed{=}$

Hiển thị: 86,6 +150i =$50\sqrt{3}$ +150i .Suy ra: $R = 50\sqrt{3}\ \Omega$; $Z_L= 150\Omega$.

Vậy hộp kín chứa hai phần tử R, L.

Chọn đáp án A

Câu 10: Một hộp kín (đen) chỉ chứa hai trong ba phần tử R, L, C mắc nối tiếp. Nếu đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều $u = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ (V) thì cường độ dòng điện qua hộp đen là $I = 2\cos(100\pi t)$(A). Đoạn mạch chứa những phần tử nào? Giá trị của các đại lượng đó?

A. $R = 60\sqrt{3}\ \Omega$; $Z= 150\Omega$. B. $R = 50\Omega$; $Z_C = 50\Omega$.

C. $Z_C = 150\Omega$; $Z_L = 150\Omega$. D. $R = 100\Omega$; $Z_L = 100\Omega$.

Phân tích và hướng dẫn giải

Với máy FX570ES: Bấm chọn $\boxed{\text{MODE}}\boxed{2}$ trên màn hình xuất hiện chữ: CMPLX.

Chọn đơn vị đo góc là độ (D), bấm: $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\textit{MODE}}\boxed{3}$ trên màn hình hiển thị chữ D

Bấm $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{MODE}}\boxed{▼}\boxed{3}\boxed{1}$: Cài đặt dạng toạ độ đề các: (a + bi).

$$\overline{Z} = \frac{u}{i} = \frac{200\sqrt{2}\angle 45}{(2\angle 0)}$$

Nhập $\boxed{200\sqrt{2}}\ \boxed{▶}\ \boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\ \boxed{45}\ \boxed{:}\boxed{(}\boxed{2}\ \boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\ \boxed{0}\ \boxed{=}$

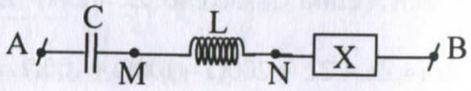
Hiển thị: 141.42...∠45 .bấm $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{2}\boxed{4}\boxed{=}$ Hiển thị: 100+100i

Hay: $R = 100\Omega$; $Z_L= 100\Omega$. Hộp kín chứa R, L.

Chọn đáp án D

Câu 11: Cho mạch điện như hình vẽ:

$C= \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$; $L= \frac{2}{\pi}(H)$



Biết đặt vào hai đầu mạch điện áp xoay chiều $u_{AB} = 200\cos100\pi t$(V) thì cường độ dòng điện trong mạch là *i* = 4cos(100*πt*)(*A*); X là đoạn mạch gồm hai trong ba phần tử (R_0, L_0(thuần), C_0) mắc nối tiếp. Các phần tử của hộp X là:

A. $R_0= 50\Omega$; $C_0= \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$ B. $R_0= 50\Omega$; $C_0= \frac{10^{-4}}{2.\pi}(F)$

C. $R_0= 100\Omega$; $C_0= \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$ D. $R_0= 50\Omega$; $L_0= \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$

Phân tích và hướng dẫn giải

Trước tiên tính $Z_L= 100\Omega$; $Z_C = 100\Omega$

Với máy FX570ES : Bấm $\boxed{\text{MODE}}\boxed{2}$ xuất hiện **CMPLX**. -Bấm: $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\textit{MODE}}\boxed{4}$ màn hình hiển thị **R** .

Bấm $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{MODE}}\boxed{▼}\boxed{3}\boxed{1}$: Cài đặt dạng toạ độ đề các: **(a + bi).**

Bước 1: Viết $u_{AN} = i\ Z_{AN} = 4\angle 0 \times (i(200 - 100))$

Nhập máy: 4 $\boxed{\blacktriangleright}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{(-)}$ 0 $\boxed{\text{x}}$ ($\boxed{ENG}$ $\boxed{(}$ $\boxed{200}$ $\boxed{-\ 100}$ $\boxed{)}$ $\boxed{)}$ $\boxed{Shift}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{M+}}$ (sử dụng bộ nhớ độc lập)

Kết quả là: $400\angle\frac{\pi}{2}$ *có nghĩa là:* $u_{AN}= 400\cos(100\pi t+\pi/2)$(V)

Bước 2: Tìm $u_{NB} = u_X = u_{AB} - u_{AN}$:

Nhập máy: $\boxed{200}$ $\boxed{\blacktriangleright}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{(-)}$ 0 $\boxed{-}$ $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{\text{M+}}$ (gọi bộ nhớ độc lập) $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ ***Kết quả:*** 447,21359 ∠ - 63, 4349

Bước 3: Tìm $Z_X : \overline{Z}_X = \frac{u_X}{i}$

Nhập máy: $\boxed{\text{AnS}}$ $\boxed{:}$ ($\boxed{}$ 4 $\boxed{}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{(-)}$ 0) $\boxed{}$ kết quả: **50-100i**

Vậy hộp X có 2 phần tử nên sẽ là: $R_0= 50\Omega$; $Z_{C0}=100\ \Omega$.

Từ đó ta được: $R_0 = 50\Omega$; $C_0 = \frac{10^{-4}}{\pi}$(F) .

Chọn đáp án A

Cách 2: Nhận xét: Theo đề cho thì u và i cùng pha nên mạch cộng hưởng:

$\Rightarrow Z = R_X = \frac{U_0}{I_0} = \frac{200}{4} = 50\Omega$ X có chứa R_X

Tính $Z_L = 200\Omega$; $Z_C = 100\Omega$, do $Z_C = 100\Omega < Z_L = 200\Omega$

Mạch X chứa C_0 sao cho: $Z_C + Z_{C0} = Z_L = 200\Omega$

$Z_{C0} = Z_L - Z_C = 200\Omega - 100\Omega = 100\Omega \Rightarrow C_0 = \frac{10^{-4}}{\pi}$(F) .

Chọn đáp án A

Nhận xét: *cách giải thứ 2 cũng không khó lắm vì thế chúng ta có thêm cái nhìn nhận về bài toán hộp đen tuy nhiên nếu đã thành thạo về sử dụng máy tính thì không cách này thì cách khác, chúng ta sẽ giải quyết bài toán hộp đen nhanh chóng.*

Câu 12: Cho một hộp đen X trong đó có chứa 2 trong 3 phần tử R, L, hoặc C mắc nối tếp. Mắc hộp đen nối tiếp với một cuộn dây thuần cảm có L_0 = 318mH. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện một hiệu điện thế xoay chiều có biểu thức $u = 200\sqrt{2}.\cos(100\pi t - \pi/3)$(V) thì dòng điện chạy trong mạch có biểu thức $i = 4\sqrt{2}.\cos(100\pi t - \pi/3)$(A). Xác định phần tử trong hộp X và tính giá trị của các phần tử?

A. $R = 50\Omega$; $C = 31{,}8\,\mu$ F.　　B. $R = 100\Omega$; $L = 31{,}8$mH.

C. $R = 50\Omega$; $L = 3{,}18\,\mu$ H.　　D. $R = 50\Omega$; $C = 318\,\mu$ F.

Phân tích và hướng dẫn giải

Trước tiên tính $Z_L = 100\Omega$

Với máy FX570ES: Bấm $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{2}$ xuất hiện **CMPLX**.

Bấm: $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{MODE}$ $\boxed{4}$ màn hình hiển thị **R.**

Bấm $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\blacktriangledown}$ $\boxed{3}$ $\boxed{1}$: Cài đặt dạng toạ độ đề các: **(a + bi)**.

Bước 1: Viết $u_L = i\,Z_L = 4\sqrt{2}\angle\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ x100i

Nhập máy $4\sqrt{2}$ $\boxed{\blacktriangleright}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{(-)}$ $-\frac{\pi}{3}$ $\boxed{\text{x}}$ $\boxed{100}$ $\boxed{ENG}$ $\boxed{Shift}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{M+}}$ (sử dụng bộ nhớ độc lập)

Kết quả là: 565,7 $\angle\frac{\pi}{6}$ *có nghĩa là:* u_L*=565,7*$\cos(100\pi t + \pi/6)$(V)

Bước 2: Tìm $u_X = u_{AB} - u_L$:

Nhập máy: $\boxed{200\sqrt{2}}$ $\boxed{\blacktriangleright}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{(-)}$ $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ $\boxed{-}$ $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{\text{M+}}$ (gọi bộ nhớ độc lập) $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ ***Kết quả:*** ***632,455532 ∠ -2,1543***

Bước 3: Tìm $Z_X : \overline{Z}_X = \frac{u_X}{i}$

Nhập máy: $\boxed{\text{AnS}}$ $\boxed{:}$ ($\boxed{}$ $4\sqrt{2}$ $\boxed{}$ $\boxed{\blacktriangleright}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{(-)}$ $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$) $\boxed{}$ kết quả: **50-100i**

Vậy hộp X có 2 phần tử nên sẽ là: $R_0 = 50\Omega$; $Z_{C0} = 100\ \Omega$.

Từ đó ta được: $R_0 = 50\Omega$; $C_0 = \frac{10^{-4}}{\pi}(F) = 31{,}8.10^{-6}(F) = 31{,}8(\mu F)$

Chọn đáp án A

Mục lục

Phần 1. DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA VÀ CON LẮC ĐƠN

Chuyên đề 1: Đường tròn lượng giác trong dao động điềuhòa....................6
Chuyên đề 2: Tần số - Chu kì – Biên độ 23
Chuyên đề 3: Quãng đường – Tốc độ trung bình – Vận tốc trung bình 34
Chuyên đề 4: Lực trong dao động điều hòa 52
Chuyên đề 5: Năng lượng trong dao động điều hòa....................63
Chuyên đề 6: Các dạng bài tập con lắc đơn 70
Chuyên đề 7: Con lắc trùng phùng 107
Chuyên đề 8: Các loại dao động....................111
Chuyên đề 9: Viết phương trình dao động điều hòa....................126
Chuyên đề 10: Tổng hợp dao động....................144
Chuyên đề 11: Dạng toán hai vật dao động điều hòa....................154
Chuyên đề 12: Thay đổi chiều dài trong quá trình dao động 160
Chuyên đề 13: Thay đổi khối lượng trong quá trình dao động....................165
Chuyên đề 14: Bài toán va chạm 175

Phần 2. SÓNG CƠ VÀ SÓNG ÂM

Chuyên đề 1: Sóng cơ và sự truyền sóng cơ....................182
Chuyên đề 2: Giao thoa sóng cơ 202
Chuyên đề 3: Sóng dừng 234
Chuyên đề 4: Sóng âm 257

Phần 3. DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

Chuyên đề 1: Bài toán về viết biểu thức 276
Chuyên đề 2: Bài toán về giá trị hiệu dụng 292
Chuyên đề 3: Bài toán về giá trị tức thời 306
Chuyên đề 4: Bài toán về độ lệch pha....................324
Chuyên đề 5: Công suất và hệ số công suất....................334
Chuyên đề 6: Bài toán về cực trị 354
Chuyên đề 7: Hai giá trị của biến số cho cùng một giá trị của hàm số...378
Chuyên đề 8: Bài toán về máy điện....................387
Chuyên đề 9: Bài toán về hộp đen....................431